投票力分析による重み付き投票集団 における提携形成の評価*

富 山 慶 典**, 田 崎 栄一郎***

EVALUATION OF COALITION FORMATION IN A WEIGHTED VOTING BODY
BY VOTING POWER ANALYSIS

Yoshinori TOMIYAMA, Eiichiro TAZAKI

The present paper uses the voting power analysis, and proposes two criteria for evaluating the effectiveness of coalition formation in a weighted voting body. They are called the "criterion of effectiveness of coalition body (E1)" and the "criterion of effectiveness of coalitional members (E2)". Introducing the Banzhaf measure as an index of voting power we have three theoretical results: (1) The criteria are independent each other, i.e., one does not include the other and vice versa. (2) The expected frequency that a coalition satisfies E1 is inversely proportional to the number of members in it, but the expected frequency that it satisfies E2 is directly proportional to that. (3) Defining the well-known concepts of veto holder and dummy on the index we prove the necessary condition that a coalition satisfies the two criteria, that is all members in a coalition are not veto holders and at least two members are not dummies.

Finally, by using the proposed two criteria we evaluate the effectiveness of all possible coalitions in the House of Representatives of Japan.

1. は じ め に

全く独立に投票する投票者の集団において、複数の投票者による「提携 (coalition)」が形成されることがある。「提携」とは、任意の議案に対して賛成か反対かのいずれか一方に常に一致して投票する投票者の少集団として定義できる (Coleman (1971))。例えば、1984 形 1 月衆議院において形成された自民党と新自由クラブによる 2 党提携がある。

“どのような提携が望ましいか”という提携の評価問題に対する計量的なアプローチの一つに「投票力分析 (voting power analysis)」がある。投票力分析とは、提携形成が投票者たちの投票力に如何なる影響を

与えるかを分析し、その影響の仕方によって提携の望ましさを評価しようとするものである。Krislov (1963) は、Shapley and Shubik 投票力指標 (Shapley and Shubik, 1954) を用い、各々一票を持った 9 人から成る投票集団においてすべての可能な提携形成が提携者や非提携者の投票力に如何なる影響を及ぼすかを分析している。また、Tomiya and Tazaki (1985) は、Banzhaf 投票力指標 (Banzhaf, 1965; 1968) を用い、 n 人の重み付き投票集団における 2 人提携の型を分類し、それぞれの型が投票者の投票力に与える影響を一般的に明らかにしている。しかし、これらの研究はいずれも提携形成が投票力に及ぼす影響の分析に止まっており、提携評価のための基準を明らかにしていない。また、 n 人の重み付き投票者集団における m 人提携も扱っていない。

本研究は、Banzhaf 投票力指標を用い、 n 人の重み付き投票集団における一組の m 人提携形成 ($2 \leq m \leq n-1$) を対象にして、投票力の観点から提携の望ましさを評価するための 2 つの基準を提案する。さらに、投

* 本稿の一部は、第 12 回日本行動計量学会 (1984, 10, 6) において、「投票力分析による同盟形成の評価」と題して発表された。

** 筑波大学社会工学系 (Institute of Socio-Economic Planning, University of Tsukuba)

*** カンサス州立大学 (Kansas State University)

票力分析において周知の「拒否権保有者 (veto holder)」と「ダミー (dummy)」の概念を導入し、提携が各々の評価基準を満足するための必要条件を明らかにする。最後に、日本の衆議院におけるすべての可能な党提携を2つの基準を用いて評価する。

2. 提携形成前と後の Banzhaf 投票力指標

投票者の集合を $N = \{1, 2, \dots, h, \dots, n\}$ 、投票者 h の持票数 (重み) を $w(h)$, $w(h) \in R^+$ 、そして投票集団の決定規則 (即ち、議案を可決するために必要な最小得票数) を K とし、未決定を避けるために $K > 1/2 \cdot \sum_{h \in N} w(h)$ とする。

Banzhaf 指標を定義するために、 N の部分集合 S の値 v を

$$\begin{aligned} \sum_{h \in S} w(h) &\geq K \quad \text{ならば} \quad v(S) = 1 \\ \sum_{h \in S} w(h) &< K \quad \text{ならば} \quad v(S) = 0 \end{aligned}$$

と定義する。明らかに、もし S が勝部分集合 (winning subset) ならば、 $v(S)$ は 1 に等しく、逆に負部分集合 (losing subset) ならば 0 になる。

ある重み付け投票集団が与えられた時、投票者 h の Banzhaf 投票力 $P_h(v)$ は次式で定義できる (Nevison et. al (1978)):

$$P_h(v) = \frac{\sum_S [v(S) - v(S - \{h\})]}{\sum_S v(S)} \quad (2.1)$$

ここで、 $\sum_S$ は N のすべての異なる部分集合に対する総和である。ある部分集合からの投票者 h の離脱がその部分集合を勝から負けへと変化させることができる時、投票者 h を「決定的離脱者 (critical defector)」と呼ぶと、この指標は投票者 h が決定的離脱者である勝部分集合数に対するすべての勝部分集合数の比として解釈できる¹⁾。

次に、提携形成後の各投票者の Banzhaf 指標を定義する。提携の定義より、提携 C を形成する m 人の投票者が任意の議案に対して賛成か反対かのいずれか一方に常に一致して投票することから、提携 C が形成された後の投票集団において発生しうる可能な N の部分集合は " $S \cap C = C$ または $S \cap C = \emptyset$ " のいずれかを満足することになる。それを S_c とすると、提携 C の Banzhaf 投票力 $P_c(C, v)$ と形成後の投票者 k の投票力 $P_k(C, v)$ とは、(2.1) と同様に、各々次式で定義できる:

$$P_c(C, v) = \frac{\sum_{S_c} [v(S_c) - v(S_c - C)]}{\sum_{S_c} v(S_c)} \quad (2.2)$$

$$P_k(C, v) = \frac{\sum_{S_c} [v(S_c) - v(S_c - \{k\})]}{\sum_{S_c} v(S_c)} \quad (2.3)$$

(2.1) と (2.2) より、次の補助定理が成り立つ。

補助定理 1: 任意の投票者 $i \in C$ に対して、 $P_c(C, v) \geq P_i(v)$ 。

(証明) $C - \{i\}$ の部分集合の集合を $\Phi(C - \{i\}) = (B_1, B_2, \dots, B_p, \dots, B_r)$, $r = 2^{m-1}$, $m = |C|$ とする。但し、 $B_1 = \emptyset$, $B_r = C - \{i\}$ 。そして、 N の部分集合を $\Phi(N) = \bigcup_{p=1}^r (M_p \cup M'_p)$ とする。但し、 $M_p = \{S \mid i \in S \text{ かつ } B_p \subseteq S, S \subseteq N\}$, $M'_p = \{S \mid i \notin S \text{ かつ } B_p \subseteq S, S \subseteq N\}$ 。

ここで表現の簡単さのために、次の記号を導入する:

$$\begin{aligned} \Sigma_p &\equiv \sum_{S \in M_p}, \quad \Sigma'_p \equiv \sum_{S \in M'_p} \Sigma_p \\ \Sigma'_p &\equiv \sum_{S \in M'_p}, \quad \Sigma'_p \equiv \sum_{S \in M'_p} \Sigma'_p \end{aligned}$$

この時、(2.1) は $i \in C$ の時 (1) に、(2.2) は (3) に各々書き直すことができる。

$$P_i(v) = (\Sigma \cdot v(S) - \Sigma' \cdot v(S)) / (\Sigma \cdot v(S) + \Sigma' \cdot v(S)) \quad (1)$$

1) Banzhaf の "voting power index" は、投票者の投票が投票結果を左右することのできる程度を測定したものであり、その意味で「結果志向型 (outcome-oriented)」と呼ばれている (Brams (1975)), Shapley and Shubik (1954) や Coleman (1971) らの voting power index もこの型に属する。また、投票者の投票が投票結果に一致する程度を測定したものに、Rae (1969) や Straffin (1977), Tomiyama and Sayeki (1982) らの "agreement index" がある。Dubey and Shapley

(1979)によれば、Banzhaf index の分子 η_i と Rae index ρ_i との間には、 $\rho_i = 2^{n-1} + \eta_i$ の関係が成り立つ。ここで、 $\rho_i = \# \{S \subset N : i \in S \in W \text{ または } i \notin S \notin W\}$ であり、 W は勝部分集合である。なお、政治学分野において研究されている power は行為者が他の行為者に及ぼす影響力を測定しようとするものであり、「行為者志向型 (actor-oriented)」と呼ばれている。詳しくは、Simon (1953), March (1957), Dahl (1957), Harsanyi (1962), Riker (1964) らを参照されたい。

$$P_C(C, v) = (\sum_r v(S) - \sum_i v(S)) / (\sum_r v(S) + \sum_i v(S)) \quad (2)$$

なお, $N \in M_r$ かつ $v(N)=1$ より

$$\sum_r v(S) > 0 \quad (3)$$

が成り立つので, (1), (2) の分母は常に正である.

(2)-(1) の分母が (3) より常に正であるから, (2) - (1) の符号はその分子にのみ依存して決定される. ((2)-(1))/2 の分子を Q として, Q に $r[\sum_r v(S) \cdot \sum_i v(S) - \sum_i v(S) \cdot \sum_r v(S)]$ を加えて整理すると,

$$Q = \sum_r v(S) \cdot [\sum_{p=1}^r (\sum_p v(S) - \sum_i v(S))] + \sum_i v(S) \cdot [\sum_{p=1}^r (\sum_r v(S) - \sum_p v(S))].$$

$B_p \supseteq B_q$ なる任意の $p, q (1 \leq p, q \leq r)$ に対して, M_p と M_q との間には次の条件を満足する一対一対応 σ_{pq} が存在する:

$S \in M_p$ なる任意の S に対して,

$$\sigma_{pq}(S) \in M_q \text{ かつ } S \supseteq \sigma_{pq}(S).$$

従って, 任意の S に対して $v(S) \geq v(\sigma_{pq}(S))$ より,

$$\sum_p v(S) \geq \sum_q v(S). \quad (4)$$

任意の $B_p (1 \leq p \leq r)$ に対して $B_r \supseteq B_p$ だから, (4) より

$$\sum_r v(S) \geq \sum_p v(S). \quad (5)$$

また, 同様にして, M'_p と M'_q との間にも一対一対応が存在するから,

$$\sum'_p v(S) \geq \sum'_q v(S).$$

任意の $B_p (1 \leq p \leq r)$ に対して $B_p \supseteq B_1$ だから,

$$\sum'_p v(S) \geq \sum'_1 v(S). \quad (6)$$

故に, (3) と (5), (6), $\sum'_1 v(S) \geq 0$ より, $Q \geq 0$.

(Q.E.D.)

3. 2つの評価基準

提携形成の有効性を評価する基準として, 次の2つを定義する.

E1: 提携体の有効性基準

提携 C とその任意の部分提携 $C', C' \subset C$, に対して,

$$P_C(C, v) > P_C(C', v).$$

E2: 提携者の有効性基準

任意の投票者 $i \in C$ と投票者 $k \notin C$ に対して,

$$P_i(v) - P_k(v) \leq P_C(C, v) - P_k(C, v)$$

かつ

ある投票者 $k' \notin C$ に対して,

$$P_i(v) - P_{k'}(v) < P_C(C, v) - P_{k'}(C, v).$$

但し, すべての投票者 $k \notin C$ に対して,

$$P_k(C, v) \leq P_k(v).$$

E1 は, 提携 C の投票力がある如何なる部分提携の投票力よりも大きくなければならないことを意味する. もしも $P_C(C, v) = P_C(C', v)$ なるある C' が存在するならば, その時 $C - C'$ に属する投票者の提携への加入は提携の投票力増加に貢献しないことになる. このような投票者を含む提携は効果的とはいえない. 一方 E2 は, 各提携者の投票力と各非投票者のそれとの相対差が提携形成によって小さくならず, かつ相対差が大きくなる非提携者が各提携者に少なくとも一人は存在しなければならないことを意味する. 但し, 提携形成は如何なる非提携者の投票力増加にも貢献してはならない. もしもある投票者の提携への加入が非提携者との投票力の相対差を拡大できないならば, その提携者にとって提携への参加は無意味となる.

このように, E1 及び E2 の2つの評価基準は, 提携形成の有効性に関して互いに異なる側面を評価するものとなっている. さらに, これらの基準の妥当性を示すものとして, これらの間には次のような二つの関係がある.

評価基準の独立性 E1 と E2 とはその間に包含関係がなく互いに独立であることを数値例で示す. はじめに, 投票者の集合を $N = \{a, b, c, d\}$, 各投票者の特票数を 5, 4, 2, 1, そして決定規則 $K=7$ とする. この時の投票者の Banzhaf 投票力は, $P_a(v)=5/7$, $P_b(v)=P_c(v)=3/7$, $P_d(v)=1/7$ となる. 今 cd 提携が形成されたと仮定すると, その時の投票力は, $P_a(\{c, d\}, v) = P_b(\{c, d\}, v) = P_{c, d}(\{c, d\}, v) = 2/4$ となる. この時,

$$P_{\{c, d\}}(\{c, d\}, v) > P_c(v), P_d(v) \\ P_b(\{c, d\}, v) > P_b(v).$$

従って, cd 提携は E1 を満足するが E2 は満足しない. また, ab 提携が形成されたと仮定すると, その時の投票力は $P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) = 4/4$, $P_c(\{a, b\}, v) = P_d(\{a,$

$b\}, v)=0/4$ となる。この時、

$$\begin{aligned} P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) &> P_a(v), P_b(v) \\ P_a(v) - P_c(v) &< P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) - P_c(\{a, b\}, v) \\ P_a(v) - P_d(v) &< P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) - P_d(\{a, b\}, v) \\ P_b(v) - P_c(v) &< P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) - P_c(\{a, b\}, v) \\ P_b(v) - P_d(v) &< P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) - P_d(\{a, b\}, v) \\ P_c(\{a, b\}, v) &< P_c(v) \\ P_d(\{a, b\}, v) &< P_d(v). \end{aligned}$$

従って、 ab 提携は E1 と E2 を共に満足する。以上のことから、提携が E1 を満足するからと言って E2 を満足するともしないとも言えない。

次に、同じ重み付き投票集団において決定規則 $K=8$ とすると、その時の投票力は $P_a(v)=5/5$, $P_b(v)=3/5$, $P_c(v)=P_d(v)=1/5$ となる。今 ac 提携が形成されたと仮定すると、その時の投票力は $P_{\{a, c\}}(\{a, c\}, v)=3/3$, $P_b(\{a, c\}, v)=P_d(\{a, c\}, v)=1/3$ となる。この時、

$$\begin{aligned} P_{\{a, c\}}(\{a, c\}, v) &= P_a(v) \\ P_d(\{a, c\}, v) &> P_d(v). \end{aligned}$$

従って、 ac 提携は E1 と E2 を共に満足しない。また、 ab 提携が形成されたと仮定すると、その時の投票力は $P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v)=4/4$, $P_c(\{a, b\}, v)=P_d(\{a, b\}, v)=0/4$ となる。この時、

$$\begin{aligned} P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) &= P_a(v) \\ P_a(v) - P_c(v) &< P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) - P_c(\{a, b\}, v) \\ P_a(v) - P_d(v) &< P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) - P_d(\{a, b\}, v) \\ P_b(v) - P_c(v) &< P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) - P_c(\{a, b\}, v) \\ P_b(v) - P_d(v) &< P_{\{a, b\}}(\{a, b\}, v) - P_d(\{a, b\}, v) \\ P_c(\{a, b\}, v) &< P_c(v) \\ P_d(\{a, b\}, v) &< P_d(v). \end{aligned}$$

従って、 ab 提携は E2 を満足するが E1 は満足しない。これらのことから、提携が E1 を満足しないからと言って E2 を満足しないともするとも言えない。

評価基準と提携者数及び決定規則との関係 図1は、提携投票者数及び決定規則毎に、それぞれ1000個の提携形成を対象として、提携がE1あるいはE2の評価基準を満たす割合を、コンピュータ・シミュレーションによって求めたものである。

図1より、提携者数が多くなると、提携がE2を満たす可能性が大きくなるのに対して、E1を満たす可能性が小さくなるのがわかる。逆に少なくなると、E2を満たす可能性が小さくなるのに対して、E1を満たす可

図1. 提携者数・決定規則の期待頻度

能性は大きくなるのがわかる。つまり、提携がE1を満たす可能性は提携者数に反比例するのに対して、E2の場合は正比例するのである。E1及びE2の2つの評価基準は、提携者数に対して互いに相反して挙動する傾向を持っているといえよう。さらに、決定規則の違いによってもこの傾向は失なわれないことが図1から読み取ることができる。

4. 評価基準を満足する提携の必要条件

如何なる特徴の投票者によって形成される提携が各々の評価基準を満足するかを明らかにするために、2種類の特徴的な投票力を有する投票者を定義する。

定義1: 任意の部分集合 $S \subseteq N$ に対して、 $v(S) = v(S - \{h\})$ が成り立つとき、投票者 h は「ダミー (dummy)」である。

定義2: 任意の部分集合 $S \subseteq N$ に対して、 $v(S - \{h\}) = 0$ が成り立つとき、投票者 h は「拒否権保有者 (veto holder)」である。

これらの定義を用いて次の補助定理が証明できる。

補助定理2: ある投票者 $i \in C$ に対して $P_c(C, v) = P_i(v)$ が成立するための必要十分条件は、投票者 i が拒否権保有者であるか、あるいは任意の投票者 $j \in C$,

$j \neq i$, がダミーである.

(証明) ある投票者 $i \in C$ に対して $P_c(C, v) = P_i(v)$ であるための必要十分条件は $Q=0$. 即ち,

[1] 任意の $p (1 \leq p \leq r)$ に対して, $\sum_p v(S) = 0$ または,

$$[2] \quad \sum_{p=1}^r (\sum_p v(S) - \sum_1 v(S)) = 0 \text{ かつ} \\ \sum_{p=1}^r (\sum_r v(S) - \sum_p v(S)) = 0.$$

[1] の証明. 定義2より, [1] は i が拒否権保有者であることそのものである.

[2] の証明 (必要性). [2] が成り立つと仮定すると, (5), (6) より任意の $B_p (1 \leq p \leq r)$ に対して

$$\sum_p v(S) - \sum_1 v(S) = 0$$

$$\text{かつ} \quad \sum_r v(S) - \sum_p v(S) = 0.$$

言い換えると, 任意の $B_p, B_q (1 \leq p, q \leq r)$ に対して

$$\sum_p v(S) - \sum_q v(S) = 0 \quad (7)$$

$$\text{かつ} \quad \sum_p v(S) - \sum_q v(S) = 0. \quad (8)$$

ここで, $B_q = B_p - \{i\}, j \in C - \{i\}$, として, (7) と (8) を加え, p, q について和をとると,

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^r [(\sum_p v(S) + \sum_p v(S))] \\ & - \sum_{q=1}^r [(\sum_q v(S) + \sum_q v(S))] \\ & = \sum_{S \in N} v(S) - \sum_{\substack{S \in N \\ i \in S}} v(S) \\ & = \sum_S [v(S) - v(S - \{i\})] = 0. \end{aligned}$$

故に, 任意の $j \in C - \{i\}$ はダミーである.

(十分性). 任意の $j \in C - \{i\}$ がダミーであると仮定する. 但し, $C - \{i\} = \{j_1, j_2, \dots, j_{m-1}\}$. この時, 任意の $B_p (1 \leq p \leq r)$ に対して次式が成り立つ.

$$\begin{aligned} \sum_p v(S) &= \sum_p v(S - \{j_1\}) \\ \sum_p v(S - \{j_1\}) &= \sum_p v(S - \{j_1, j_2\}) \\ &\vdots \\ \sum_p v(S - \{j_1, j_2, \dots, j_{m-2}\}) \\ &= \sum_p v(S - \{j_1, j_2, \dots, j_{m-1}\}) \end{aligned} \quad (9)$$

(9) の辺々を加えて整理すると,

$$\begin{aligned} \sum_p v(S) &= \sum_p v(S - \{j_1, j_2, \dots, j_{m-1}\}) \\ &= \sum_p v(S) \end{aligned} \quad (10-1)$$

同様にして, $\sum_p v(S) = \sum_1 v(S)$ が成り立つので,

$$\sum_r v(S) = \sum_p v(S). \quad (10-2)$$

故に, (10-1)(10-2) より [2] が成り立つ. (Q.E.D.)

補助定理1と2から, 次の2つの系が導出される.

系1: ある投票者 $i \in C$ に対して $P_c(C, v) > P_i(v)$ が成立するための必要十分条件は, 投票者 i が拒否権保有者でなく, かつ少なくとも一人の投票者 $j \in C, j \neq i$, がダミーでない.

(証明) 補助定理2の対偶と補助定理1より明らか. (Q.E.D.)

系2: すべての投票者 $i \in C$ に対して $P_c(C, v) > P_i(v)$ が成立するための必要十分条件は, 【G1】提携 C に含まれるすべての投票者が拒否権保有者でなく, かつ少なくとも二人の投票者がダミーでない.

(証明) 系1より明らか. (Q.E.D.)

以上のことから次の定理が成り立つ.

定理1: もしも提携 C が E1 を満足するならば, その時提携 C は 【G1】 である.

(証明) 提携 C が E1 を満たすと仮定すると, 任意の投票者 $i \in C$ に対して $P_c(C, v) > P_i(v)$ が成り立つ. 従って, 系2より提携 C は 【G1】 である. (Q.E.D.)

次に, 非提携者の投票力に影響を与えない提携の条件として次の補助定理を得る.

補助定理3: 提携 C が次の 【G2】, 【G3】, 【G4】, 【G5】 の何れかで構成されているとする:

【G2】 提携 C に含まれるすべての投票者が拒否権保有者である.

【G3】 提携 C に含まれるすべての投票者がダミーである.

【G4】 提携 C に含まれるただ一人の投票者が拒否権保有者でなくダミーでなく, 残りの投票者がすべてダミーである.

【G5】 提携 C に含まれるある投票者が拒否権保有者であり, 残りの投票者がダミーである.

その時, 次の1)と2)が成り立つ:

1) $P_c(C, v) = P_i(v)$ なるある投票者 $i \in C$ が存在する.

2) 任意の投票者 $k \notin C$ に対して $P_k(C, v) = P_k(v)$ が成り立つ.

(証明) 1) の証明. C が 【G2】, 【G5】 の時, 少なくとも一人の拒否権保有者が存在するので, 補助定理2よりその投票者 i' について $P_c(C, v) = P_{i'}(v)$ が成り立つ. また, C が 【G3】, 【G4】 の時, $m-1$ 人のダミー投票者が存在するので, 補助定理2より残りの投票者

i'' について $P_C(C, v) = P_{i''}(v)$ が成り立つ。

2) の証明. (2.1) は $k \notin C$ の時 (11) に, (2.3) は (12) に各々書き直すことができる.

$$P_k(v) = (\sum_i [v(S) - v(S - \{k\})] + \sum_i' [v(S) - v(S - \{k\})]) / (\sum_i v(S) + \sum_i' v(S)) \quad (11)$$

$$P_k(C, v) = (\sum_r [v(S) - v(S - \{k\})] + \sum_i' [v(S) - v(S - \{k\})]) / (\sum_r v(S) + \sum_i' v(S)) \quad (12)$$

この時, (12)-(11) の分母は (2)-(1) の分母に等しいから常に正である. 従って, (12)-(11) の符号はその分子にのみ依存して決まる. (12)-(11) の分子に定数 T を掛けてそれを $R(T)$ とすると,

$$R(T) = \left[\sum_{p=1}^{r-1} \sum_p v(S) + \right. \quad (13-1)$$

$$\left. \sum_{p=2}^r \sum_p v(S) \right] \times \quad (13-2)$$

$$[T \cdot \sum_r [v(S) - v(S - \{k\})] + \quad (13-3)$$

$$T \cdot \sum_i' [v(S) - v(S - \{k\})]] - \quad (13-4)$$

$$[T \cdot \sum_r v(S) + \quad (13-5)$$

$$T \cdot \sum_i' v(S)] \times \quad (13-6)$$

$$\left[\sum_{p=1}^{r-1} \sum_p [v(S) - v(S - \{k\})] + \quad (13-7)$$

$$\sum_{p=2}^r \sum_p [v(S) - v(S - \{k\})] \right] \quad (13-8)$$

【G2】の時, C に含まれるすべての投票者が拒否権保有者であるので, $i' \in C$ かつ $i' \notin S$ なる S に対して $v(S) = 0$ 従って, $R(T)$ において (13-1) = (13-2) = (13-4) = (13-6) = (13-7) = (13-8) = 0. 故に, $R(T) = 0$.

ここで, 【G5】を次の2つに分解する:

【G5.1】提携 C に含まれるある一人の投票者が拒否権保有者であり, 残りの投票者がダミーである.

【G5.2】提携 C に含まれる少なくとも二人の投票者が拒否権保有者であり, 残りの投票者がダミーである.

【G3】【G4】【G5.1】の時, C に含まれる $m-1$ 人のダミーが存在する. 一般性を欠くことなく i を除いた残りの投票者がダミーであると仮定すると, (10) より $R(r-1)$ において, (13-1) = (13-5), (13-2) = (13-6), (13-3) = (13-7), (13-4) = (13-8). 故に, $R(r-1) = 0$.

【G5.2】の時, C をダミーの投票者からなる集合 C_D と拒否権保有者からなる C_V , $i \in C_V$, とに分割する. そして, $B_1, B_2, \dots, B_r$ を次の条件を満たすように並べ換えたとする:

$1 \leq p \leq t$ なる任意の p に対して $C_V - \{i\} \not\subset B_p$.

$t+1 \leq p \leq r$ なる任意の p に対して $C_V - \{i\} \subset B_p$.

但し, $t = 2^{m-1} - 2^{m'}$, $m' = |C_D|$.

この時, 任意の $p (1 \leq p \leq r)$ に対して,

$$\sum_p v(S) = 0. \quad (14)$$

また, $1 \leq p \leq t$ なる任意の p に対して,

$$\sum_p v(S) = 0. \quad (15)$$

さらに, $\{B_{t+1} - (C_V - \{i\}), B_{t+2} - (C_V - \{i\}), \dots, B_r - (C_V - \{i\})\}$ は $\emptyset(C_D)$ に等しい. 従って, 補助定理2の(10)の場合と同様に, 任意の $B_p, B_q (t+1 \leq p, q \leq r)$ に対して,

$$\sum_p v(S) = \sum_q v(S). \quad (16)$$

従って, $R(r-1-t)$ において, (14) より (13-2) = (13-4) = (13-6) = (13-8) = 0. また, (15)(16) より (13-1) = (13-5), (13-3) = (13-7). 故に, $R(r-1-t) = 0$. (Q.E.D.)

このことから E2 を満たす提携 C の必要条件として次の定理を得る.

定理2: もしも提携 C が E2 を満足するならば, その時提携 C は 【G1】.

【G6】提携 C に含まれるある投票者は拒否権保有者であり, ある投票者はダミーであり残りの投票者は拒否権保有者でもダミーでもない.

【G7】提携 C に含まれるある投票者は拒否権保有者であり, 残りの投票者は拒否権保有者でもダミーでもない.

の何れかである.

(証明) C が【G1】【G6】【G7】でないとする. その時, C は【G2】【G3】【G4】【G5】の何れかである. 補助定理3より C は E2 を満たさない. (Q.E.D.)

定理1と定理2より, 2つの評価基準を満たす提携の必要条件として次系を得る.

系3: もしも提携 C が E1 と E2 を満足するならば, その時提携 C は 【G1】である.

(証明) 定理1と定理2より明らか. (Q.E.D.)

5. 分析例

日本の衆議院における党提携の有効性を評価するために, 衆議院では次の3条件を満たす重み付き投票方式であると仮定する.

(i) 衆議院は次の8党から成る. 一自民党・社会

党・公明党・民社党・共産党・新自ク・社民連・諸派、

- (ii) 政党の議席数(重み)はそれぞれ $250 \cdot 112 \cdot 58 \cdot 38 \cdot 26 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 16$ である。(総議席数: 511)
- (iii) 決定規則は、単純多数決($K=256$)と、 $2/3$ 多数決($K=341$)とする。

ここで、現実との比較においてこれらの仮定の妥当性について述べておこう。(iii)については、単純多数決が議事の決定などに、 $2/3$ 多数決が憲法の改正などに現在の衆議院でそれぞれ採用されている決定規則であり、しかもいずれかがほとんどの場合に適用されている。(ii)については、1983年12月に実施された総選挙の結果である。(i)については、諸派を除く残りの7つが現実の政党である。

さらに、このような重み付き投票方式における議員の投票行動が次の3条件を満足するものと仮定する。

- (iv) 任意の議案に対して、議員は賛成か反対かのいずれか一方に必ず投票する。即ち、棄権はしない。
- (v) その際、同じ政党に所属するすべての議員は同一な投票行動をする。即ち、半分が賛成に、残りが反対にというようには投票しない。
- (vi) さらに、政党の投票は互いに独立であり、賛成か反対かは等確率である。

(v)については、ほとんど問題がないであろう。もっとも、ある種の議案に対して党内での意見が別れるということがあるが、ほとんどは一時的な対立であり、投票のときまでにはどちらかに統一されてしまうからである。一方(iv)については、現実には満たされていないという方がむしろ普通かもしれない。しかしこの仮定をしないと、棄権率をどの程度に設定すべきかという新たな問題がおこる。何等かの値を設定し計算することは容易であるが、その妥当性についてはかなり疑問が残るであろう。そこでここでは、全員の議員が棄権しない、という最も理想的な状況を仮定することにした。また、(vi)についても、(v)と同様な問題がおこるので、ここでは政党の投票行動に関して無情報を仮定した。

以上の6つの仮定のもとに分析した結果は以下の通りである。

単純多数決の時、社民連のみがダミーで、残り7党はすべてダミーでも拒否権保有者でもなかった。従って、社民連を含む2党提携はすべて【G4】に属し、残りの党提携はすべて【G1】に属する。また、 $2/3$ 多数

決の時、自民党のみが拒否権保有者で、残り7党はすべてダミーでも拒否権保有者でもなかった。従って、自民党を含むすべての党提携は【G7】に属し、残りの党提携はすべて【G1】に属する。

表1は、すべての可能な党提携 $246 (= \sum_{m=2}^7 {}_8C_m)$ に対して評価基準 E1, E2 を満足するかどうかを提携党数ごとに分析した結果である。

単純多数決に対して E1, E2 を共に満足した7つの党提携は、

〈自民党・社会党〉, 〈自民党・公明党〉,
 〈自民党・民社党〉, 〈自民党・共産党〉,
 〈自民党・新自ク〉, 〈自民党・諸派〉,
 〈社会党・公明党・民社党・共産党・新自ク・諸派〉

であった。また、 $2/3$ 多数決に対して E1, E2 を共に満足した11の常提携は、

〈公明党・民社党〉, 〈社会党・公明党・民社党〉,
 〈社会党・公明党・共産党〉,
 〈社会党・公明党・新自ク〉,
 〈社会党・公明党・社民連〉,
 〈社会党・公明党・諸派〉,
 〈社会党・民社党・共産党〉,
 〈公明党・共産党・新自ク〉,
 〈公明党・共産党・諸派〉,
 〈社会党・民社党・新自ク・諸派〉,
 〈民社党・共産党・新自ク・社民連・諸派〉

であった。これらの事実から、2つの決定規則に対して E1, E2 を共に満足する党提携は存在しないことがわかる。

次に、いわゆる“野党提携”の例として社会党、公明党、民社党によって構成しうる4つの党提携について述べる。〈社会党・公明党〉, 〈社会党・民社党〉は、何れの決定規則に対しても E1 を満足するが E2 は満足しなかった。一方、〈公明党・民社党〉, 〈社会党・公明党・民社党〉は、単純多数決に対しては E1 を満足し E2 は満足しないが、 $2/3$ 多数決に対しては両方の基準を同時に満足した。従って、単純多数決に対して2つの基準を満たす党提携は存在しない。この条件を満たすいわば“拡大野党提携”としては、〈社会党・公明党・民社党・共産党・新自ク・諸派〉がある ($2/3$ 多数決に対しては E2 を満たすが E1 は満たさない)。

最後に、1984年1月に衆議院に誕生した“保守提携”としての〈自民・新自ク〉は、単純多数決に対しては E1, E2 を共に満足したが、 $2/3$ 多数決に対しては E1

も E2 も満足しなかった。

6. 結果と考察

本研究は重み付き投票集団における提携形成の有効性を評価するための 2 つの評価基準を投票力分析を用いて提案した。一つは、提携の投票力がその如何なる部分提携のそれよりも大きくなければならないという「提携体の有効性基準」(E1)であり、もう一つは提携形成が如何なる非提携者の投票力増加にも貢献してはならないという条件のもとで、各提携者の投票力と各非提携者のそれとの相対差が提携形成によって小さくならず、かつ相対差が大きくなる非提携者が各提携者

に対して少なくとも一人は存在しなければならないという「提携者の有効性基準」(E2)である。

次に、各投票者の投票力を測定するために Banzhaf 指標を導入し、2 つの評価基準の独立性(i.e., 包含関係がないこと)が示され、また提携が E1 を満たす可能性は提携者に反比例するのに対して、E2 の場合は正比例するという傾向のあることが示された。さらに、投票力分析において周知の「拒否権保有者」と「ダミー」の概念を導入し、提携が評価基準を満足するための必要条件が証明された。提携が E1 及び E2 の 2 つの評価基準を同時に満足するための必要条件は、提携に含まれるすべての投票者が拒否権保有者でなく、かつ少

表 1. 衆議院における可能な党提携の評価

(注 1) 数字は左側から自民党、社会党、公明党、民社党、共産党、新自ク、社民連、諸派の議員数を示す。

(注 2) 提携の種類は、形成後の議員数が形成前のそれより大きい党と形成後のそれが 0 の党が示す。例えば、(a) の最上段は自民党・社会党であり、(b) の最下段は新自ク・社民連・諸派である。

(注 3) Y は提携が評価基準を満足することを、N は満足しないことをそれぞれ示す。

(a) 2 党提携

提携形成後の議員数分布								K=256		K=341	
								E1	E2	E1	E2
362	0	58	38	26	8	3	16	Y	Y	N	Y
308	112	0	38	26	8	3	16	Y	Y	N	N
250	170	0	38	26	8	3	16	Y	N	Y	N
288	112	58	0	26	8	3	16	Y	Y	N	N
250	150	58	0	26	8	3	16	Y	N	Y	N
250	112	96	0	26	8	3	16	Y	N	Y	Y
276	112	58	38	0	8	3	16	Y	Y	N	N
250	138	58	38	0	8	3	16	Y	N	Y	N
250	112	84	38	0	8	3	16	Y	N	Y	N
250	112	58	64	0	8	3	16	Y	N	Y	N
258	112	58	38	26	0	3	16	Y	Y	N	N
250	120	58	38	26	0	3	16	Y	N	Y	N
250	112	66	38	26	0	3	16	Y	N	Y	N
250	112	58	46	26	0	3	16	Y	N	Y	N
250	112	58	38	34	0	3	16	Y	N	Y	N
253	112	58	38	26	8	0	16	N	N	N	N
250	115	58	38	26	8	0	16	N	N	Y	N
250	112	61	38	26	8	0	16	N	N	Y	N
250	112	58	41	26	8	0	16	N	N	Y	N
250	112	58	38	29	8	0	16	N	N	Y	N
250	112	58	38	26	11	0	16	N	N	Y	N
266	112	58	38	26	8	3	0	Y	Y	N	N
250	128	58	38	26	8	3	0	Y	N	Y	N
250	112	74	38	26	8	3	0	Y	N	Y	N
250	112	58	54	26	8	3	0	Y	N	Y	N
250	112	58	38	42	8	3	0	Y	N	Y	N
250	112	58	38	26	24	3	0	Y	N	Y	N
250	112	58	38	26	8	19	0	N	N	Y	N

(b) 3党提携

提携形成後の議員数分布								K = 256		K = 341	
								E1	E2	E1	E2
420	0	0	38	26	8	3	16	N	Y	N	Y
400	0	58	0	26	8	3	16	N	Y	N	Y
388	0	58	38	0	8	3	16	N	Y	N	Y
370	0	58	38	26	0	3	16	N	Y	N	Y
365	0	58	38	26	8	0	16	N	Y	N	Y
378	0	58	38	26	8	3	0	N	Y	N	Y
346	112	0	0	26	8	3	16	N	Y	N	Y
334	112	0	38	0	8	3	16	N	Y	N	N
316	112	0	38	26	0	3	16	N	Y	N	N
311	112	0	38	26	8	0	16	N	Y	N	N
324	112	0	38	26	8	3	0	N	Y	N	N
250	208	0	0	26	8	3	16	Y	N	Y	Y
250	196	0	38	0	8	3	16	Y	N	Y	Y
250	178	0	38	26	0	3	16	Y	N	Y	Y
250	173	0	38	26	8	0	16	N	N	Y	Y
250	186	0	38	26	8	3	0	Y	N	Y	Y
314	112	58	0	0	8	3	16	N	Y	N	N
296	112	58	0	26	0	3	16	N	Y	N	N
291	112	58	0	26	8	0	16	N	Y	N	N
304	112	58	0	26	8	3	0	N	Y	N	N
250	176	58	0	0	8	3	16	Y	N	Y	Y
250	158	58	0	26	0	3	16	Y	N	Y	N
250	153	58	0	26	8	0	16	N	N	N	N
250	166	58	0	26	8	3	0	Y	N	Y	N
250	112	122	0	0	8	3	16	Y	N	N	Y
250	112	104	0	26	0	3	16	Y	N	N	Y
250	112	99	0	26	8	0	16	N	N	N	Y
250	112	112	0	26	8	3	0	Y	N	N	Y
284	112	58	38	0	0	3	16	N	Y	N	N
279	112	58	38	0	8	0	16	N	Y	N	N
292	112	58	38	0	8	3	0	N	Y	N	N
250	146	58	38	0	0	3	16	Y	N	N	N
250	141	58	38	0	8	0	16	N	N	N	N
250	154	58	38	0	8	3	0	Y	N	N	N
250	112	92	38	0	0	3	16	Y	N	Y	Y
250	112	87	38	0	8	0	16	N	N	N	N
250	112	100	38	0	8	3	0	Y	N	Y	Y
250	112	58	72	0	0	3	16	Y	N	Y	N
250	112	58	67	0	8	0	16	N	N	Y	N
250	112	58	80	0	8	3	0	Y	N	Y	N
261	112	58	38	26	0	0	16	N	Y	N	N
274	112	58	38	26	0	3	0	N	Y	N	N
250	123	58	38	26	0	0	16	N	N	N	N
250	136	58	38	26	0	3	0	Y	N	Y	N
250	112	69	38	26	0	0	16	N	N	N	N
250	112	82	38	26	0	3	0	Y	N	N	N
250	112	58	49	26	0	0	16	N	N	Y	N
250	112	58	62	26	0	3	0	Y	N	Y	N
250	112	58	38	37	0	0	16	N	N	Y	N
250	112	58	38	50	0	3	0	Y	N	Y	N
269	112	58	38	26	8	0	0	N	Y	N	N
250	131	58	38	26	8	0	0	N	N	N	N
250	112	77	38	26	8	0	0	N	N	N	N
250	112	58	57	26	8	0	0	N	N	Y	N
250	112	58	38	45	8	0	0	N	N	Y	N
250	112	58	38	26	27	0	0	N	N	Y	N

(c) 4 党提携

提携形成後の議員数分布								K = 256		K = 341	
								E1	E2	E1	E2
458	0	0	0	26	8	3	16	N	Y	N	Y
446	0	0	38	0	8	3	16	N	Y	N	Y
428	0	0	38	26	0	3	16	N	Y	N	Y
423	0	0	38	26	8	0	16	N	Y	N	Y
436	0	0	38	26	8	3	0	N	Y	N	Y
426	0	58	0	0	8	3	16	N	Y	N	Y
408	0	58	0	26	0	3	16	N	Y	N	Y
403	0	58	0	26	8	0	16	N	Y	N	Y
416	0	58	0	26	8	3	0	N	Y	N	Y
396	0	58	38	0	0	3	16	N	Y	N	Y
391	0	58	38	0	8	0	16	N	Y	N	Y
404	0	58	38	0	8	3	0	N	Y	N	Y
373	0	58	38	26	0	0	16	N	Y	N	Y
386	0	58	38	26	0	3	0	N	Y	N	Y
381	0	58	38	26	8	0	0	N	Y	N	Y
372	112	0	0	0	8	3	16	N	Y	N	Y
354	112	0	0	26	0	3	16	N	Y	N	Y
349	112	0	0	26	8	0	16	N	Y	N	Y
362	112	0	0	26	8	3	0	N	Y	N	Y
342	112	0	38	0	0	3	16	N	Y	N	Y
337	112	0	38	0	8	0	16	N	Y	N	N
350	112	0	38	0	8	3	0	N	Y	N	Y
319	112	0	38	26	0	0	16	N	Y	N	N
332	112	0	38	26	0	3	0	N	Y	N	N
327	112	0	38	26	8	0	0	N	Y	N	N
250	234	0	0	0	8	3	16	Y	N	N	Y
250	216	0	0	26	0	3	16	Y	N	N	Y
250	211	0	0	26	8	0	16	N	N	N	Y
250	224	0	0	26	8	3	0	Y	N	N	Y
250	204	0	38	0	0	3	16	Y	N	N	Y
250	199	0	38	0	8	0	16	N	N	N	Y
250	212	0	38	0	8	3	0	Y	N	N	Y
250	181	0	38	26	0	0	16	N	N	N	Y
250	194	0	38	26	0	3	0	Y	N	N	Y
250	189	0	38	26	8	0	0	N	N	N	Y
322	112	58	0	0	0	3	16	N	Y	N	N
317	112	58	0	0	8	0	16	N	Y	N	N
330	112	58	0	0	8	3	0	N	Y	N	N
299	112	58	0	26	0	0	16	N	Y	N	N
312	112	58	0	26	0	3	0	N	Y	N	N
307	112	58	0	26	8	0	0	N	Y	N	N
250	184	58	0	0	0	3	16	Y	N	N	Y
250	179	58	0	0	8	0	16	N	N	N	Y
250	192	58	0	0	8	3	0	Y	N	N	Y
250	161	58	0	26	0	0	16	N	N	N	N
250	174	58	0	26	0	3	0	Y	N	Y	Y
250	169	58	0	26	8	0	0	N	N	N	N
250	112	130	0	0	0	3	16	Y	N	N	Y
250	112	125	0	0	8	0	16	N	N	N	Y
250	112	138	0	0	8	3	0	Y	N	N	Y
250	112	107	0	26	0	0	16	N	N	N	Y
250	112	120	0	26	0	3	0	Y	N	N	Y
250	112	115	0	26	8	0	0	N	N	N	Y
287	112	58	38	0	0	0	16	N	Y	N	N
300	112	58	38	0	0	3	0	N	Y	N	N
295	112	58	38	0	8	0	0	N	Y	N	N
250	149	58	38	0	0	0	16	N	N	N	N
250	162	58	38	0	0	3	0	Y	N	N	N
250	157	58	38	0	8	0	0	N	N	N	N
250	112	95	38	0	0	0	16	N	N	N	Y
250	112	108	38	0	0	3	0	Y	N	N	Y
250	112	103	38	0	8	0	0	N	N	N	Y
250	112	58	75	0	0	0	16	N	N	Y	N
250	112	58	88	0	0	3	0	Y	N	Y	N
250	112	58	83	0	8	0	0	N	N	Y	N
277	112	58	38	26	0	0	0	N	Y	N	N
250	139	58	38	26	0	0	0	N	N	N	N
250	112	85	38	26	0	0	0	N	N	N	N
250	112	58	65	26	0	0	0	N	N	Y	N
250	112	58	38	53	0	0	0	N	N	Y	N

(d) 5 党提携

提携形成後の議員数分布								K = 256		K = 341	
								E1	E2	E1	E2
484	0	0	0	0	8	3	16	N	Y	N	Y
466	0	0	0	26	0	3	16	N	Y	N	Y
461	0	0	0	26	8	0	16	N	Y	N	Y
474	0	0	0	26	8	3	0	N	Y	N	Y
454	0	0	38	0	0	3	16	N	Y	N	Y
449	0	0	38	0	8	0	16	N	Y	N	Y
462	0	0	38	0	8	3	0	N	Y	N	Y
431	0	0	38	26	0	0	16	N	Y	N	Y
444	0	0	38	26	0	3	0	N	Y	N	Y
439	0	0	38	26	8	0	0	N	Y	N	Y
434	0	58	0	0	0	3	16	N	Y	N	Y
429	0	58	0	0	8	0	16	N	Y	N	Y
442	0	58	0	0	8	3	0	N	Y	N	Y
411	0	58	0	26	0	0	16	N	Y	N	Y
424	0	58	0	26	0	3	0	N	Y	N	Y
419	0	58	0	26	8	0	0	N	Y	N	Y
399	0	58	38	0	0	0	16	N	Y	N	Y
412	0	58	38	0	0	3	0	N	Y	N	Y
407	0	58	38	0	8	0	0	N	Y	N	Y
389	0	58	38	26	0	0	0	N	Y	N	Y
380	112	0	0	0	0	3	16	N	Y	N	Y
375	112	0	0	0	8	0	16	N	Y	N	Y
388	112	0	0	0	8	3	0	N	Y	N	Y
357	112	0	0	26	0	0	16	N	Y	N	Y
370	112	0	0	26	0	3	0	N	Y	N	Y
365	112	0	0	26	8	0	0	N	Y	N	Y
345	112	0	38	0	0	0	16	N	Y	N	Y
358	112	0	38	0	0	3	0	N	Y	N	Y
353	112	0	38	0	8	0	0	N	Y	N	Y
335	112	0	38	26	0	0	0	N	Y	N	N
250	242	0	0	0	0	3	16	Y	N	N	Y
250	237	0	0	0	8	0	16	N	N	N	Y
250	250	0	0	0	8	3	0	Y	N	N	Y
250	219	0	0	26	0	0	16	N	N	N	Y
250	232	0	0	26	0	3	0	Y	N	N	Y
250	227	0	0	26	8	0	0	N	N	N	Y
250	207	0	38	0	0	0	16	N	N	N	Y
250	220	0	38	0	0	3	0	Y	N	N	Y
250	215	0	38	0	8	0	0	N	N	N	Y
250	197	0	38	26	0	0	0	N	N	N	Y
325	112	58	0	0	0	0	16	N	Y	N	N
338	112	58	0	0	0	3	0	N	Y	N	N
333	112	58	0	0	8	0	0	N	Y	N	N
315	112	58	0	26	0	0	0	N	Y	N	N
250	187	58	0	0	0	0	16	N	N	N	Y
250	200	58	0	0	0	3	0	Y	N	N	Y
250	195	58	0	0	8	0	0	N	N	N	Y
250	177	58	0	26	0	0	0	N	N	N	Y
250	112	133	0	0	0	0	16	N	N	N	Y
250	112	146	0	0	0	3	0	Y	N	N	Y
250	112	141	0	0	8	0	0	N	N	N	Y
250	112	123	0	26	0	0	0	N	N	N	Y
303	112	58	38	0	0	0	0	N	Y	N	N
250	165	58	38	0	0	0	0	N	N	N	N
250	112	111	38	0	0	0	0	N	N	N	Y
250	112	58	91	0	0	0	0	N	N	Y	Y

(e) 6党提携

提携形成後の議員数分布								K=256		K=341	
								E1	E2	E1	E2
492	0	0	0	0	0	3	16	N	Y	N	Y
487	0	0	0	0	8	0	16	N	Y	N	Y
500	0	0	0	0	8	3	0	N	Y	N	Y
469	0	0	0	26	0	0	16	N	Y	N	Y
482	0	0	0	26	0	3	0	N	Y	N	Y
477	0	0	0	26	8	0	0	N	Y	N	Y
457	0	0	38	0	0	0	16	N	Y	N	Y
470	0	0	38	0	0	3	0	N	Y	N	Y
465	0	0	38	0	8	0	0	N	Y	N	Y
447	0	0	38	26	0	0	0	N	Y	N	Y
437	0	58	0	0	0	0	16	N	Y	N	Y
450	0	58	0	0	0	3	0	N	Y	N	Y
445	0	58	0	0	8	0	0	N	Y	N	Y
427	0	58	0	26	0	0	0	N	Y	N	Y
415	0	58	38	0	0	0	0	N	Y	N	Y
383	112	0	0	0	0	0	16	N	Y	N	Y
396	112	0	0	0	0	3	0	N	Y	N	Y
391	112	0	0	0	8	0	0	N	Y	N	Y
373	112	0	0	26	0	0	0	N	Y	N	Y
361	112	0	38	0	0	0	0	N	Y	N	Y
250	245	0	0	0	0	0	16	N	N	N	Y
250	258	0	0	0	0	3	0	Y	Y	N	Y
250	253	0	0	0	8	0	0	N	N	N	Y
250	235	0	0	26	0	0	0	N	N	N	Y
250	223	0	38	0	0	0	0	N	N	N	Y
341	112	58	0	0	0	0	0	N	Y	N	Y
250	203	58	0	0	0	0	0	N	N	N	Y
250	112	149	0	0	0	0	0	N	N	N	Y

(f) 7党提携

提携形成後の議員数分布								K=256		K=341	
								E1	E2	E1	E2
495	0	0	0	0	0	0	16	N	Y	N	Y
508	0	0	0	0	0	3	0	N	Y	N	Y
503	0	0	0	0	8	0	0	N	Y	N	Y
485	0	0	0	26	0	0	0	N	Y	N	Y
473	0	0	38	0	0	0	0	N	Y	N	Y
453	0	58	0	0	0	0	0	N	Y	N	Y
399	112	0	0	0	0	0	0	N	Y	N	Y
250	261	0	0	0	0	0	0	N	Y	N	Y

なくとも二人のダミーでない投票者が存在するということである。

最後に、日本の衆議院におけるすべての可能な党提携の有効性がE1, E2の2つの評価基準を用いて評価された。主な結果は次の通りである：(i) 単純多数決と2/3多数決との両決定規則に対してE1とE2の基

準を同時に満足する提携は存在しない。(ii) いわゆる“野党提携”の例としての〈公明党・民社党〉と〈社会党・公明党・民社党〉とは、2/3多数決に対してE1及びE2の基準を満足した。(iii) 1984年1月に誕生した“保守提携”としての〈自民党・新自ク〉は単純多数決に対してE1, E2を満足した。

なお、これら2つの評価基準は、Banzhaf指標に対してのみ適用されるものではなく、他の投票力指標(例えば、Shapley and Shubik指標(1951)、Coleman指標(1971))に対しても適用することができる。どの指標を採用するかには依存しない。従って、提携形成の有効性を投票力の観点から評価しようとする時の一つの基本的な基準と考えることができよう。

“提携形成のしやすさ”や複数組の提携を考慮したモデルがどのように定式化されるかが今後の課題であろう。

参 考 文 献

- Banzhaf, J.F., III. (1965) Weighted voting doesn't work; A mathematical analysis; *Rutgers Law Review*, **19**, 317-343.
- Banzhaf, J.F., III. (1968) One man, 3,312 votes: A mathematical analysis of the electoral college; *Villanova Law Review*, **13**, 808-823.
- Brams, S.J. (1975) Voting power. *Game Theory and Politics* (S.J. Brams), Free Press, New York, 157-197 (Chapter 5).
- Coleman, J.S. (1971) Control of collectivities and the power of a collectivity to act. *Social Choice* (B. Lieberman, ed.); Gordon and Breach, 269-300.
- Dahl, R.A. (1957) The concept of power; *Behavioral Science*, **2**, 201-215.
- Dubey, P. and Shapley, L.S. (1979) Mathematical properties of the Banzhaf power index; *Mathematics of Operations Research*, **4**, 99-131.
- Harsanyi, J.C. (1962) Measurement of social power, opportunity cost, and the theory of two-person bargaining games; *Behavioral Science*, **7**, 67-80.
- Krislov, S. (1963) Power and coalition in a nine-man body; *American Political Scientist*, **6**, 24-26.
- March, J.G. (1957) Measurement concepts in the theory of influence; *Journal of Politics*, **19**, 202-226.
- Nevison, C.H., Zicht, B. and Schoepke, S. (1978) A naive approach to the Banzhaf index of power; *Behavioral Science*, **23**, 130-131.
- Rae, D.W. (1969) Decision-rules and individual values in constitutional choice; *American Political Science Review*, **63**, 40-56.
- Riker, W.H. (1964) Some ambiguities in the notion of power; *American Political Science Review*, **58**, 341-349.
- Shapley, L.S. and Shubik, M. (1954) A method for evaluating the distribution of power in a committee system; *American Political Science Review*, **48**, 787-792.
- Simon, H. (1953) Notes on the observation and measurement of political power; *Journal of Politics*, **15**, 500-516.
- Straffin, P.D. (1977) Majority rule and general decision rules; *Theory and Decision*, **8**, 351-360.
- Tomiyama, Y. and Sayeki, Y. (1982) Evaluation and modification of voting consequences by mean-variance analysis of voters' satisfaction; *Behaviormetrika*, No. 12, 97-109.
- Tomiyama, Y. and Tazaki, E. (1985) Effect of two-member formal coalitions on the power distribution in a weighted voting system; *Behaviormetrika*, No. 18, 53-67.

—1984年12月受付, 1985年8月再受付—