可能性測度による区間回帰分析

田 中 英 夫*, 林

勲**, 長 坂 一 徳*

INTERVAL REGRESSION ANALYSIS BY POSSIBILISTIC MEASURES

Hideo TANAKA, Isao HAYASHI and Kazunori NAGASAKA

Since interval output data can be regarded as distributions of possibility, interval regression analysis is proposed by possibilistic interval systems. Interval data are given by fuzzy observation or expert knowledge and it becomes recently important to deal with interval data implying our partial ignorance on the phenomenon.

In our formulations, possibility and necessity measures, which are dual each other, are used to construct several formulations of interval regression models, depending on different situations under consideration. Our approach for obtaining a possibilistic interval model which fits to given interval output data can be reduced to LP problems. Thus, merits of our approach are to be able to obtain interval parameters by LP methods and to add expert knowledge on parameters in interval models to constraint conditions in LP problems. Some examples are depicted to illustrate these new techniques.

1. は じ め に

通常, 回帰分析は確率モデルによって解析されている. 与えられたデータと回帰分析によって得られた推定値の差を観測誤差と見なし, 一般に観測誤差が正規分布するという仮定がなされている. しかし, 回帰分析の応用問題において, 与えられたデータに観測誤差があると考え難いことが多い. 与えられたデータは現実に生起しているのでデータはすべて現実に起こりうるものであると解釈できる. 通常回帰分析は確率モデルに基づいているが, ここでは可能性モデル(田中(1984))で解釈する新しい回帰分析手法を提案する.

われわれはファジィ数による線形回帰分析の定式化をすでに行った(H. Tanaka, et al. (1982), 田中他(1986), 林他(1987), H. Tanaka, et al. (1987), H. Tanaka (1987)). ここでは, ファジィ数を区間に置き換えるとともに, 可能性, 必然性測度(D. Dubois & H. Prade (1980))を用いた定式化を行い, より理解しやすい新しい回帰分析手法を提案している. この手法は

通常のデータのみならず区間出力データをも解析できる. 区間出力データはあいまいな観測機構または専門家の知識として“だいたいこれぐらいの範囲”として与えられる.

われわれが提案したファジィ回帰分析の応用は C. B. Zheng (1982), B. Heshmaty, et al. (1985) などによって行われている. 本論文では, 区間概念を導入して, 区間線形システムを定義し, これをシステムモデルとした区間線形回帰モデルを定式化し, 通常のデータと区間出力データを取扱う. 区間概念を取扱うので, 可能性および必然性測度による包含関係の定義がなされ, 区間出力データを取扱うときは3つの定式化がなされている. 最後に, 実際の例題に応用したときの結果について述べ, われわれの手法が有効であることを示す.

2. 準 備

ここでは, 定式化に必要な基本的概念を述べる. まず, 区間線形システムを次のように定義する.

$$\tilde{Y} = \tilde{A}_1 x_1 + \cdots + \tilde{A}_n x_n \quad (2.1)$$

ただし, x_i は入力であり区間係数 $\tilde{A}_i$ を $\tilde{A}_i = (\tilde{a}_i, \tilde{c}_i)$ と表し, $\tilde{a}_i$ は中心をまた $\tilde{c}_i$ は巾を示している. この

* 大阪府立大学工学部 (College of Eng., University of Osaka Prefecture)

** 松下電器産業株式会社 (Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.)

とき区間出力 $\tilde{Y}$ は区間演算から

$$\tilde{Y} = (\tilde{\alpha}\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{c}}|\mathbf{x}|) \quad (2.2)$$

となる。ただし、 $\tilde{\alpha}, \tilde{\mathbf{c}}$ は横ベクトル、 $\mathbf{x}$ は縦ベクトル、 $|\mathbf{x}| = (|x_1|, \dots, |x_n|)^t$ である。(2.2) の意味は区間係数の可能性を考慮して区間出力が計算されていることを示している。したがってこれは可能性線形システムといえる。また区間の包含関係 $A_i \subset A_j$ は

$$\tilde{\alpha}_j - \tilde{\mathbf{c}}_j \leq \tilde{\alpha}_i - \tilde{\mathbf{c}}_i, \quad \tilde{\alpha}_j + \tilde{\mathbf{c}}_j \geq \tilde{\alpha}_i + \tilde{\mathbf{c}}_i \quad (2.3)$$

と定義できる。

本論文で取扱う j 番目のデータは

$$(Y_j, x_{j1}, \dots, x_{jn}) = (Y_j, \mathbf{x}_j); j=1, \dots, m \quad (2.4)$$

と表わす。ただし、区間出力 Y_j は $Y_j = (y_j, e_j)$ で表わし、区間データでない通常の出力データのときは $e_j = 0$ とする。データとして与えられる区間出力 Y_j と、(2.1) から推定される区間推定 $\tilde{Y}_j$ との関係を可能性測度および必然性測度で次のように定義する。

(i) 可能性: $\tilde{Y}_j \cap Y_j \neq \phi$ のとき、 Y_j の要素が $\tilde{Y}_j$ に属することは可能であることから可能性測度 $\text{Pos}(\tilde{Y}_j | Y_j)$ は

$$\text{Pos}(\tilde{Y}_j | Y_j) = \begin{cases} 1; & \tilde{Y}_j \cap Y_j \neq \phi \\ 0; & \text{その他} \end{cases} \quad (2.5)$$

と定義される。

(ii) 必然性: $\tilde{Y}_j^c \cap Y_j = \phi$ のとき、 Y_j の要素が $\tilde{Y}_j$ に属することは必然であるので必然性測度 $\text{Nes}(\tilde{Y}_j | Y_j)$ は

$$\text{Nes}(\tilde{Y}_j | Y_j) = \begin{cases} 1; & \tilde{Y}_j^c \cap Y_j = \phi \\ 0; & \text{その他} \end{cases} \quad (2.6)$$

と定義される。ただし、 $\tilde{Y}_j^c$ は $\tilde{Y}_j$ の補集合であり、 $\text{Nes}(\tilde{Y}_j | Y_j) = 1$ は $Y_j \subset \tilde{Y}$ を意味することに注意しよう。

3. 非区間データに対する線形回帰分析

入出力データが $(y_j, \mathbf{x}_j)$, $j=1, \dots, m$ として与えられる場合を考える。線形モデルとして

$$\tilde{Y}_j = \tilde{A}_1 x_{j1} + \dots + \tilde{A}_n x_{jn}, \quad j=1, \dots, m \quad (3.1)$$

を考え、与えられた出力データ y_j が $\tilde{Y}_j$ に含まれるように推定を行う。すなわち、すべての j に対して $\text{Nes}(\tilde{Y}_j | y_j) = 1$ すなわち $\text{Pos}(\tilde{Y}_j | y_j) = 1$ となるようにモデルを構成する。また推定区間 $\tilde{Y}_j$ の巾が小さい

ほどよい推定であるので推定区間 $\tilde{Y}_j$ の巾の合計を最小にする $\tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n$ を求める問題として定式化を行う。すなわち、 $y_j \in \tilde{Y}_j$ という拘束条件のもとに推定区間 $\tilde{Y}_j$ の巾 $|\tilde{\mathbf{c}}| \mathbf{x}_j$ の合計を最小にする問題は次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \min \sum_j |\tilde{\mathbf{c}}| \mathbf{x}_j &= \tilde{J}(\tilde{\mathbf{c}}) \\ A &= (\tilde{\alpha}, \tilde{\mathbf{c}}) \\ y_j &\geq \tilde{\alpha} x_j - \tilde{\mathbf{c}} | \mathbf{x}_j \\ y_j &\leq \tilde{\alpha} x_j + \tilde{\mathbf{c}} | \mathbf{x}_j \\ j &= 1, \dots, m, \tilde{\mathbf{c}} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

これはLP問題であるので容易に解くことができる。また専門家がある係数について漠然とした知識があり、これを $B_i = (\tilde{\beta}_i, \tilde{d}_i)$ とすると、 $A_i \subset B_i$ という拘束条件を導入できる。すなわち、

$$\tilde{\beta}_i - \tilde{d}_i \leq \tilde{\alpha}_i - \tilde{\mathbf{c}}_i, \quad \tilde{\beta}_i + \tilde{d}_i \geq \tilde{\alpha}_i + \tilde{\mathbf{c}}_i \quad (3.3)$$

という拘束条件を(3.2)につけ加えることによって専門家の漠然とした知識の中で最適な解を見つけることができる。たとえば、係数が正であることが分かっているならば、この条件を導入して解を得ることができる。通常の線形回帰では、しばしば説明変数の従属性のためにある係数が正に大きく表われ、それを補正するためにある他の係数が負として得られる。このとき、得られた線形回帰モデルの解釈が困難になる。区間線形回帰モデルでは、拘束条件を専門家の知識から設定すれば、推定回帰モデルはもっと受容しやすいものになるであろう。

(3.2) のLP問題の解の存在に対して次の定理がいえる。

[定理1] LP問題(3.2)の解は常に存在する。

(証明) 与えられるデータ $(y_j, \mathbf{x}_j)$ は有限であるので、 $\mathbf{c}$ を十分大きくとれば(3.1)のLP問題には許容集合が存在するので解は常に存在する。

与えられたデータ $(y_i, \mathbf{x}_j)$, $j=1, \dots, m$ はすべて現実可能であったものである(3.1)の可能性モデルが用いられている。推定区間 $\tilde{Y}_j$ は可能性を表わし、容易に分かるように次の定理が導ける。

[定理2] LP問題(3.2)においてデータ数が増加すれば、 $\tilde{J}(\tilde{\mathbf{c}})$ も増加する。

この定理は次のことを示している。データ数が増加することはそれだけ多くの情報を得ており、したがって

て解析結果から得られる可能性は大きくなっている。このことは確率モデルによる線形回帰分析と大きく異なる点であるが、可能性モデルで解析しているので定理2は当然の結果である。

以上の定式化から次のことがいえる。

(i) データ数が増加するほど、区間推定の中が広くなる。これは解析のためのデータが増加することは、それだけ情報が多くなり意志決定のための可能性が広がるからである。通常の回帰分析ではデータ数が増加すればするほど区間推定が小さくなるのでこの性質は対照的である。

(ii) 区間回帰分析では、出力と正の相関がある変数に対する係数を正に限定して解くことができるという利点がある。一般的にいえば、(3.3)のような専門家の知識を導入し、その中に限定して区間係数を推定できる。この利点は定式化をLPに帰着させたことによる。

(iii) 区間は、一般に我々の部分的無知を表わしているといえるので、解析結果にもこのような部分的無知を反映させることができる。

(iv) 与えられたデータをすべて含むような区間線形システムを得るので、通常の回帰分析のような中心傾向的な解釈でなく、すべてのデータが示す可能性だけを示唆する。

4. 区間出力データに対する線形回帰分析

ここでは区間出力データを $Y_j = (y_j, e_j)$ とし、 x_j は通常の入力データとする。このとき2. で述べたように可能性、必然性測度を用いて図1のような3つの場合が考えられる。

(i) Nes 問題

区間線形システムを

$$\bar{Y}_j = \bar{A}_1 x_{j1} + \cdots + \bar{A}_n x_{jn} \quad (4.1)$$

とし、 $\text{Nes}(\bar{Y}_j | Y_j) = 1, j = 1, \dots, m$ すなわち、すべての j に対して $\bar{Y}_j \supset Y_j$ の関係を満足し、推定区間 $\bar{Y}_j$ の中の合計を最小にする問題を考える。これは次のLP問題になる。

$$\begin{aligned} \min \sum_j \bar{c} |x_j| &= \bar{f}(\bar{c}) \\ \bar{A} &= (\bar{\alpha}, \bar{c}) \\ y_j + e_j &\leq \bar{\alpha} x_j + \bar{c} |x_j|, \\ y_j - e_j &\geq \bar{\alpha} x_j - \bar{c} |x_j|, \\ j &= 1, \dots, m, \bar{c} \geq 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

図1 3つの定式化の説明

(ii) C-Nes 問題

区間線形システムを

$$Y_j = A_1 x_{j1} + \cdots + A_n x_{jn} \quad (4.3)$$

とし、 $\text{Nes}(Y_j^c | Y_j^c) = 1, j = 1, \dots, m$ すなわち $Y_j \subset Y_j$ の関係を満足し、推定区間 Y_j の中の合計を最大にする問題を考える。これは次のLP問題になる。

$$\begin{aligned} \max \sum_j c |x_j| &= f(c) \\ A &= (a, c) \\ y_j + e_j &\geq a x_j + c |x_j|, \\ y_j - e_j &\leq a x_j - c |x_j|, \\ j &= 1, \dots, m, c \geq 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

(iii) Pos 問題

区間線形システムを

$$\bar{Y}_j = \bar{A}_1 x_{j1} + \cdots + \bar{A}_n x_{jn} \quad (4.5)$$

とし、 $\text{Pos}(\bar{Y}_j | Y_j) = 1, i = 1, \dots, m$ すなわち $\bar{Y}_j \cap Y_j \neq \emptyset$ となる関係を満足し、推定区間 $\bar{Y}_j$ の中の合計を最小にする問題を考える。これは次のLP問題になる。

$$\begin{aligned} \min \sum_j \bar{c} |x_j| &= \bar{f}(\bar{c}) \\ \bar{A} &= (\bar{\alpha}, \bar{c}) \\ y_j + e_j &\geq \bar{\alpha} x_j - \bar{c} |x_j|, \\ y_j - e_j &\leq \bar{\alpha} x_j + \bar{c} |x_j|, \\ j &= 1, \dots, m, \bar{c} \geq 0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

さて、3つの定式化による区間データ解析の相互関係について次の2つの場合に分けて述べる。

[I] 同定問題

ここでは与えられた区間データ $(Y_j^0, x_j^0), j = 1, \dots, m$ が区間線形システム

$$Y_j^0 = A_1^0 x_j^0 + \cdots + A_n^0 x_m^0 \quad (4.7)$$

を満足する場合を考える.

[定理3] 与えられたデータ (Y_j^0, x_j^0) が (4.7) を満足しているならば, Nes 問題, C-Nes 問題の解は次のようになる.

$$A^0 = \bar{A} = \underline{A}, Y^0 = \bar{Y} = \underline{Y} \quad (4.8)$$

(証明) Nes 問題の場合だけを証明する. (Y_j^0, x_j^0) が (4.7) を満足しているので, $Y_j^0 = (y_j^0, e_j^0)$ における e_j^0 は $e_j^0 = c^0 |x_j^0|$ となる. ゆえに Nes 問題 (4.2) の拘束条件は

$$\begin{aligned} y_j^0 &\leq \bar{\alpha} x_j^0 + \bar{c} |x_j^0| - c^0 |x_j^0| \\ y_j^0 &\geq \bar{\alpha} x_j^0 - \bar{c} |x_j^0| + c^0 |x_j^0| \end{aligned} \quad (4.9)$$

となり, $\bar{\alpha} = \alpha^0$, $\bar{c} = c^0$ とおくと (α^0, c^0) は許容解である. いま,

$$\sum_j c' |x_j^0| < \sum_j c^0 |x_j^0| \quad (4.10)$$

となる. c' が存在したと仮定すると, ある i に対して $c' |x_i^0| < c^0 |x_i^0|$ である. このとき (4.9) は

$$\begin{aligned} y_j^0 &\leq \bar{\alpha} x_i^0 - k_i \\ y_j^0 &\geq \bar{\alpha} x_i^0 + k_i \end{aligned} \quad (4.11)$$

となり, 矛盾する. ただし, $k_i = (c^0 - c') |x_i^0| > 0$ である. ゆえに $\bar{c} = c^0$ が最小解である. このとき, (4.9) は

$$y_j^0 = \bar{\alpha} x_j^0 \quad (4.12)$$

となり $\bar{\alpha} = \alpha^0$ である.

[定理4] 与えられたデータ (Y_j^0, x_j^0) が (4.7) を満足しているならば, Pos 問題の $\bar{J}$ は $\bar{J}(\bar{c}) = 0$ である. すなわち, $\bar{c} = 0$ である.

(証明) Pos 問題 (4.6) において, $\bar{c} = 0$ とおけば拘束条件は

$$\begin{aligned} y_j^0 + e_j^0 &\geq \bar{\alpha} x_j^0 \\ y_j^0 - e_j^0 &\leq \bar{\alpha} x_j^0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

となり, $\bar{c} = 0$ は許容解である. $\bar{\alpha} = \alpha^0$ も解の一つであるが唯一ではない.

[定理5] 与えられたデータが通常のデータ (y_j, x_j) で通常の線形式 $y_j^0 = \alpha^0 x_j$ を満足するならば,

$$\begin{aligned} y_j &= \bar{Y}_j = \underline{Y}_j = \hat{Y}_j, \alpha^0 = \bar{A} = \underline{A} = \hat{A} \\ \bar{J}(\bar{c}) &= \underline{J}(\underline{c}) = \hat{J}(\hat{c}) = 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

(証明) 3つの定式化において $c=0$ とおくことによって $y_j = \alpha^0 x_j^0$ となり (4.14) が得られる.

入出力データが区間線形システムを満足するならば, システム同定は Nes 問題または C-Nes 問題を解くことによって得られる. また区間出力データが通常のデータに退化した場合は3つの定式化は同じ問題になっている.

[II] 区間データ解析問題

一般に与えられたデータは (4.7) を満足していない場合が多い. このときデータ解析の観点から問題を考える.

[定理6] Nes 問題 (4.2) および Pos 問題 (4.6) の解は存在する.

(証明) Nes 問題 (4.2), Pos 問題 (4.6) において, c を十分大きな正数とすれば, 与えられたデータ (Y_j, x_j) に関係なく制約条件を満たすので, 常に解は存在する. 一方, C-Nes 問題 (4.4) では $\underline{c} = 0$ としても制約条件を満たすとは限らないので, 解の保証はない.

[定理7] C-Nes 問題の解が存在するための必要十分条件は Pos 問題が $\bar{J}(\bar{c}) = 0$ となることである.

(証明) C-Nes 問題の解が存在すると仮定する. このとき, Pos 問題において $\bar{c} = 0$ とした制約領域が存在することは (4.4), (4.6) から容易に分かる. したがって $\bar{J}(\bar{c}) = 0$ である. 次に $\bar{J}(\bar{c}) = 0$ と仮定すると, C-Nes 問題の制約領域は $\underline{c} \geq 0$ として必ず存在する. ゆえに C-Nes 問題の解は存在する.

[定理8] もし C-Nes 問題に解が存在すれば,

$$\bar{Y}_j \supset Y_j \supset \underline{Y}_j, j=1, \dots, m \quad (4.15)$$

が成り立つ.

(証明) $\bar{Y}_j \supset Y_j \supset \underline{Y}_j$ は Nes 問題および C-Nes 問題の構成から明らかである.

C-Nes 問題の解が存在しないときでも, Nes 問題と Pos 問題との解の関係について次の定理が成り立つ.

[定理9] $\bar{J}(\bar{c}) \geq \hat{J}(\hat{c})$ (4.16)

(証明) いま Nes 問題, Pos 問題の制約領域をそれぞれ $\bar{D}$, $\hat{D}$ とする. (4.2), (4.6) の制約条件から

$$\begin{aligned} y_j - e_j &\leq y_j + e_j \leq \alpha x_j + c |x_j| \\ y_j + e_j &\geq y_j - e_j \geq \alpha x_j - c |x_j| \end{aligned} \quad (4.17)$$

となる. ゆえに Nes 問題の制約領域は Pos 問題の制約領域に含まれる. すなわち $\bar{D} \supset \bar{D}$ である. ゆえに $\bar{f}(\bar{c}) \geq \hat{f}(\bar{c})$ である.

最後に, 3つの定式化の意味を様相論的に説明しよう. Nes 問題において, $\text{Nes}(\bar{Y}_i | Y_i) = 1$ は $\forall y_j \in Y_j$ に対して $y_j \in \bar{Y}_i$ を意味している. すなわち $\text{Nes}(\bar{Y}_i | Y_j) = 1 \Leftrightarrow \square(y_j \in Y_j)$ である. ただし $\square$ は必然性演算子である. 与えられた証拠 $y_j \in Y_j$ は必然的に推定区間 $\bar{Y}_i$ に含まれる. 同様に C-Nes 問題において, $\text{Nes}(\underline{Y}_j^c | Y_j^c) = 1$ は $\text{Nes}(Y_j | \underline{Y}_j) = 1$ を意味し, これは $y_j \in \underline{Y}_j$ に対して $y_j \in Y_j$ である. すなわち, $\text{Nes}(\underline{Y}_j^c | Y_j^c) = 1 \Leftrightarrow \square(y_j \in \underline{Y}_j)$ である. 推定区間 $\underline{Y}_j$ の要素 y_j は必然的に証拠である区間出力 Y_j に含まれている. また Pos 問題において, $\text{Pos}(\bar{Y}_j | Y_j) = 1$ は $\{y_j | y_j \in Y_i \Leftrightarrow y_i \in \bar{Y}_i\}$ であることを意味している. すなわち $\text{Pos}(\bar{Y}_j | Y_j) = 1 \Leftrightarrow \Diamond(y_j \in Y_j)$ である. ただし $\Diamond$ は可能性演算子である. 推定区間 $\bar{Y}_j$ は与えられたデータから可能であることを意味している.

区間線形回帰分析の定式化から次のことがいえる.

(i) もしデータが可能性線形システム (4.7) を満足しているならば, 区間推定値は $\bar{Y}_j = Y_j$ となる. したがって次の指標

$$g = \frac{\sum_j d(Y_j)}{\sum_j d(\bar{Y}_j)} \quad (4.18)$$

を導入する. ただし, $d(Y_j)$ は区間 Y_j の巾を表わす. $g=1$ ならば, 入出力データを完全に区間線形システムで表現できているといえる. したがって g が 1 に近いほどよい推定区間線形システムである.

(ii) g を指標として, 区間線形システムの説明変数を変化させて, よりよい推定区間線形システムを得ることができる.

(iii) $d(\underline{Y}_j) \leq d(\bar{Y}_j)$ であるので, $0 \leq g \leq 1$ である. ただし, C-Nes 問題の解が存在しないとき $d(\underline{Y}_j) = 0$ と定義している.

(iv) Pos 問題の解が $\bar{f}(\bar{c}) = 0$ となるように区間線形システムを変化させることによって C-Nes 問題の解を保証できる.

(v) このような区間分析は rough sets (Z. Pawlak (1982)) の解釈とよく一致している.

5. 応 用 例

ここでは通常のデータに対する区間回帰分析と区間データに対する区間回帰分析との応用例を示す.

5.1 住宅価格モデル

プレハブ住宅 A 社のパンフレットから表 1 のデータを得た. ここで,

入出データ: x_1 = 材質の良さ

x_2 = 1 階床面積 (m^2)

x_3 = 2 階床面積 (m^2)

x_4 = 総室数

x_5 = 和室数

出力データ: y = 住宅の評価価格(販売価格: 万円)
ただし, 材質は 1 = 低級, 2 = 中級, 3 = 高級を示している.

区間線形モデルとして

$$\bar{Y} = \bar{A}_0 + \bar{A}_1 x_1 + \bar{A}_2 x_2 + \bar{A}_3 x_3 + \bar{A}_4 x_4 + \bar{A}_5 x_5 \quad (5.1)$$

とする. 係数は正であることを仮定し, $\alpha_i \geq 0, i=0, \dots, 5$ という拘束条件の下に (3.2) の LP 問題の最適解を求めた. このとき最適区間線形システムは

$$\bar{Y} = (245.167, 37.634)x_1 + (5.853, 0)x_2 + (4.786, 0)x_3 \quad (5.2)$$

と得られた. このときの区間推定値を図 2 に示す. 図 2 から, 価格の安いプレハブ住宅の販売価格は推定区間の下端に位置し, 価格の高いものの販売価格は推定区間の上端に位置している. これは高級品が付加価値を含んで価格を高い目に設定しているというわれわれの直観とよく合っていることを示している.

表 1. プレハブ住宅に関するデータ

No.	y_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	606	1	38.09	36.43	5	1
2	710	1	62.10	26.50	6	1
3	808	1	63.76	44.71	7	1
4	826	1	74.52	38.09	8	1
5	865	1	75.38	41.10	7	2
6	852	2	52.99	26.49	4	2
7	917	2	62.93	26.49	5	2
8	1031	2	72.04	33.12	6	3
9	1092	2	76.12	43.06	7	2
10	1203	2	90.26	42.64	7	2
11	1394	3	85.70	31.33	6	3
12	1420	3	95.27	27.64	6	3
13	1601	3	105.98	27.64	6	3
14	1632	3	79.25	66.81	6	3
15	1699	3	120.50	32.25	6	3

図2 住宅価格モデルの結果

5.2 砥削加工における送りと表面あらさとの関係

ここで取扱う研削の条件は次の通りである。

砥石周速 1250 mm/min

切込 0.105 mm

被削材 $S_{13} N_4$

砥石 粒度 170

集中度 125

実験は送りを10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 (mm/min)としたときの、表面あらさを測定している。表面あらさのデータは各送りに対し3回の加工実験を行い、観測データを得た。各送りに対する表面あらさの最大値と最小値から表2の区間出力データを得た。区間線形システムとして、

$$Y = A_0 + A_1x + A_2x^2 \quad (5.3)$$

表2 送り速度と表面あらさ

No.	送り x (10 mm/min)	あらさ (μ) y_i		あらさ (μ) Y_i
		最小値	最大値	(y_i, e_i)
1	1.0	0.19	0.29	(0.240, 0.050)
2	1.5	0.24	0.32	(0.280, 0.040)
3	2.0	0.20	0.27	(0.235, 0.035)
4	2.5	0.20	0.46	(0.330, 0.130)
5	3.0	0.22	0.38	(0.300, 0.080)
6	3.5	0.22	0.33	(0.275, 0.055)
7	4.0	0.35	0.56	(0.455, 0.105)
8	4.5	0.37	0.60	(0.485, 0.115)
9	5.0	0.41	0.89	(0.650, 0.240)

図3 Nes問題

図4 C-Nes問題

図5 Pos問題

として、三つの定式化によって次のような解を得た。

$$\begin{aligned} \text{Nes 問題} & : \bar{A}_0 = (0.236, 0), \\ & \quad \bar{A}_1 = (-0.007, 0.055) \\ & \quad \bar{A}_2 = (0.016, 0) \\ \text{C-Nes 問題} & : \bar{A}_0 = (0.477, 0), \\ & \quad \bar{A}_1 = (-0.206, 0) \\ & \quad \bar{A}_2 = (0.047, 0.002) \\ \text{Pos 問題} & : \bar{A}_0 = (0.222, 0), \\ & \quad \bar{A}_1 = (0, 0) \\ & \quad \bar{A}_2 = (0.008, 0) \end{aligned}$$

図3～図5に Nes, C-Nes, Pos 問題によるそれぞれの推定区間を示す。Pos 問題において $\hat{f}(\hat{c})=0$ であるので、C-Nes 問題の解が存在する。

6. 終わりに

出力データを区間として考えるのは、出力データの持っている不確定性を考慮するためである。この出力データの巾は部分的無知量を表わしており、それを反映した区間線形モデルで現象のあいまいさを表わしている。応用例5.2で取扱ったように実験の繰り返しから区間出力データを得ることができる。さらにもっと一般的に専門家の推定を取扱うような場合は、区間線形回帰モデルの応用は広く考えられる。また推定される係数の範囲を専門家から得た知識によって拘束することが容易にできるので、推定された区間線形回帰モデルが我々の直感に近いものになると考えられる。

参 考 文 献

- Dubois, D. and Prade, H. (1980) Fuzzy Sets and Systems: Theory and Application, Academic Press, New York.
- Heshmaty, B. and Kandel, A. (1985) Fuzzy linear regression and its applications to forecasting in uncertain environment, Int. J. of Fuzzy Sets and Systems **15**, 159-191.
- Hayashi, I. and Tanaka, H. (1987) The fuzzy GMDH algorithm by possibility models, Preprints of 2nd Int. Fuzzy Systems Association Congress July 20-25, Tokyo, **1**, 321-324.
- Pawlak, Z. (1982) Rough sets, Int. J. of Computer and Information Sciences, **11**, 5, 341-356.
- Tanaka, H., Uejima, S. and Asai, K. (1982) Linear regression analysis with fuzzy model, IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, SMC-**12**-6, 903-907.
- 田中英夫(1984) 可能性モデルとその応用, システムと制御, **28**, 7, 447-451.
- 田中英夫, 林 勲, 和多田淳三(1986) ファジィ線形回帰分析の三つの定式化, 計測自動制御学会論文集, **22**, 10, 45-51.
- Tanaka, H., Hayashi, I. and Watada, J. (1987) Possibilistic linear regression analysis based on possibility measure, Preprints of 2nd Int. Fuzzy Systems Association Congress, July 20-25, Tokyo, **1**, 317-320.
- Tanaka, H. (1987) Fuzzy data analysis by possibilistic linear models, Int. J. of Fuzzy Sets and Systems, **24**, 363-375.
- Zheng, C.B. (1982) On application of fuzzy linear regression models, Working Paper of Technical Institute of Ming Tsi, Taiwan.