数量化法第 3 類の人工データ

丘 本 正*

ARTIFICIAL DATA SETS FOR HAYASHI'S THIRD METHOD OF QUANTIFICATION

Masashi OKAMOTO

数量化法第 3 類について提出された Otsu (1990) の 1 次元構造データを 2 つの母数をもつデータ族に一般化する。次に 2 次元構造をもつ人工データを提出する。四角型と三角型の 2 つを考えると、ともに第 1 軸は 2 次元構造の長さを表し、第 2 次元である幅は第 2 軸以降に現れる。

Hayashi's third method of quantification was presented by C. Hayashi in 1956 as a forerunner of correspondence analysis developed in France. Many artificial data sets for it have been proposed by several authors, Guttman, Iwatsubo and Otsu among others. Almost all of them have the one-dimensional structure with the circular data dealt with by Iwatsubo as the unique exception as far as the author is aware.

This paper has two objectives. First, the author presents a two-parameter family of the artificial data sets with the one-dimensional structure which includes two data sets due to Otsu, Case 2 and Case 3, and the Guttman data as special cases. For almost all artificial data sets with the one-dimensional structure, the second axis is interpreted as Guttman's intensity which is an artifact without any substantial meaning. As the second objective, item pattern with the two-dimensional structure is presented. Two types are dealt with, square type and triangular type. For the both types, the first axis is interpreted as the length of the two-dimensional structure, while the number of the axis at which the second dimension, the width, appears is not necessarily two but depends indeed on the value of the length.

1. 序

数量化法第 3 類の方法は林 (1956) によって提出されたが、これはその後フランスで展開された correspondence Analysis (Greenacre, 1984 参照) の先駆と考えることができる。この方法のための人工データがいくつか知られている。1 次元構造データとしては、有名なガットマン・データ (Guttman, 1950) を始めとして、岩坪 (1987) のデータ、Otsu (1990) のデータ (Case 2 と Case 3) があり、その他に円環データ (岩坪, 1987, 参照) がある。これらはそれぞれ個体数を表す 1 個の母数をもつデータ族となっている。また、最後のものを除くすべてにおいて、第 1 軸は 1 次元構造を表すが、第 2 軸はガットマンのいわゆる Intensity (強度)

となり、実質的な意味をもたないとするのが大方の意見であろう。円環データにおいては 2 つの軸が等しい固有値をもち、全体として円環構造を表すものであって、各軸は固有の意味をもたない。

この論文では、まず Otsu (1990) の Case 3 データの考え方を一般化することによって 1 次元構造をもつ 2 母数データ族を構成し、Case 2 と Case 3 およびガットマン・データの項目カテゴリー型表現を特殊な場合として含むようにした。次に、第 2 軸に実質的な意味をもつデータを作るという目的のもとに、2 次元構造をもつデータを考察した。四角型と三角型の 2 つの種類が考えられるが、どちらについても幅は最小の値 1 に固定し、長さを 2 から始めて次第に増加させた。すべての場合を通じて長さは第 1 軸によって表されるが、第 2 の次元である幅を表す軸の番号は長さに応じて変化することがわかった。

* 追手門学院大学経済学部 (School of Economics, Otemon Gakuin University)

まず数量化法第3類の方法を要約する。\$n\$ 個の個体と \$m\$ 個の項目があり、各個体は \$m\$ 個の項目の中のいくつか（ゼロ個も許す）に反応するとする。ダミー変数を

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{個体 } i \text{ が項目 } j \text{ に反応するとき} \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

(\$i=1, \dots, n; j=1, \dots, m\$) で定義し、行列 \$A = \{\delta_{ij}\}\$ を (反応) パタン行列とよぶことにする。

$$N = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \delta_{ij} : \text{反応全体の個数}$$

とおく。個体 \$i\$ にスコア \$a_i\$、項目 \$j\$ にスコア \$b_j\$ を与え、それらの組み合わせ \$(a_i, b_j)\$ に確率 \$\delta_{ij}/N\$ を与えたときの相関係数が最大になるように \$\{a_i, b_j\}\$ の値を定めるのである。問題は行列 \$A\$ から作られる2つの行列に関する一般固有値問題となり、最大固有値は \$\lambda_0 = 1\$ となる。\$(t+1)\$ 番目に大きい固有値を \$\lambda_t (t=1, 2, \dots)\$ で表し、これに対応するスコアを \$a_{it}, b_{jt}\$ で表す。

ここで第3類における個体と項目の区別についてのべたい。方法論としてはパタン行列の行と列は対等に扱われる。しかしデータの解釈としては個体と項目の役割は違う。例えば仁木 (1991) に従って植物の種類と土地の高度を考え、ある植物がある高度で生存可能なときに反応があると判定する場合には、植物を個体とし、高度を項目とするのが自然であろう。

2. 1次元構造をもつデータ

ガットマン・データ (Guttman, 1950) には自由選択型と項目カテゴリー型の2つの表現がある。前者は \$n=m+1\$ として

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i > j \text{ のとき} \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

によって定義される。

ここで反応の有無を反転すれば、ダミー変数

$$\delta'_{ij} = \begin{cases} 0 & i > j \text{ のとき} \\ 1 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

が得られるが、2つのパタン行列 \$\{\delta'_{ij}\}\$ と \$\{\delta_{ij}\}\$ をこの順に左右に並べることによって、個体数 \$n\$、項目数 \$2m\$ のパタン行列ができる。これを項目カテゴリー型という。名称の由来は、各項目に第1カテゴリー（反応がない）と第2カテゴリー（反応がある）の2つのカテゴリーを対応させているからである。この型を単

一の式で表せば、

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & 0 \leq j-i \leq n-2 \text{ のとき} \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

(\$i=1, \dots, n; j=1, \dots, 2n-2\$) となり、表1において \$k=n-2\$ とした場合になる。

このパタン行列の特徴は行列の中心に関して点対称であり、従って、個体とカテゴリーそれぞれについて順位を反転するとき、もとと同じ形になることである。そのため、第1軸を横軸、第2軸を縦軸として2次元散布図を描くと、個体とカテゴリーのどちらについても左右対称になる。

大津の1次元構造データ Case 2 は、前述の行列の横方向の中央の位置に成分1からなる縦ベクトルを付け加えたものであって、式で示せば

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & 0 \leq j-i \leq n-1 \text{ のとき} \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

(\$i=1, \dots, n; j=1, \dots, 2n-1\$) となる。これもまたガットマン・データと同じ対称性をもっている。付け加えた項目を全反応の項目とよぶことにする。前述の仁木の状況でいえば、これはすべての高度で生存する植物に該当する。パタン行列のすべての行について要素の和が一定であるため、行と列の役割を交換すれば、丘本 (1992) の定理2を適用することができる。その結果、散布図をガットマン・データの場合と比べると、個体の散布図は変わらず、項目の散布図は全反応の項目の表現として原点が加わるだけの違いである。

次に、大津データ Case 3 は

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & 0 \leq j-i \leq 1 \text{ のとき} \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

(\$i=1, \dots, n; j=1, \dots, n+1\$) で与えられる。このデー

表1. 1次元構造2母数データ族の反応パタン行列

	1	2	...	$k+1$	$k+2$	...	$k+n$	
1	1	1	1	1	0	0	0	0
2	0	1	1	1	1	0	0	0
3	0	0	1	1	1	1	0	0
⋮	0	0	0	1	1	1	1	0
⋮	0	0	0	0	1	1	1	0
n	0	0	0	0	0	1	1	1

タの対称性も同様である。これら3種類のデータはそれぞれ個体数 n をパラメータとする1母数データ族になっている。

このように考えるならば、われわれの第1の目的、大津データ Case 2 と Case 3 を一般化して、2個のパラメータ n と k をもつデータの族を構成することは容易である。次の式によってパターン行列(表1)を定めればよい。

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & 0 \leq j-i \leq k \text{ のとき} \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

($i=1, \dots, n; j=1, \dots, n+k$)。ただし、パラメータ k の範囲は $1 \leq k \leq n-1$ とする。 $k=n-1$ のとき Case 2,

$k=1$ のとき Case 3, $k=n-2$ のときガットマン・データに帰着する。行列の中心に関する点対称性はもちろん一般的に成立している。

これに対し、岩坪(1987)の1次元構造データはパターン行列の1つの対角線に関して線対称ではあるが、個体と項目の順位についての対称性はない。

1次元構造2母数データ族の固有値と第1, 2軸のスコアを $n=8$ の場合について表2に示す。ただし

$$\begin{aligned} a_{0-i,t} &= (-1)^t a_{it} \quad (i=1, \dots, 8) \\ b_{0+k-j,t} &= (-1)^t b_{jt} \quad (j=1, \dots, k+8) \end{aligned}$$

の対称性があるから、表は前者について $i \leq 4$, 後者について $j \leq (9+k)/2$ の範囲に限った。第1軸は個体,

表2. 1次元構造2母数データ族 ($n=8$) の固有値とスコア

k	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	a_{1t}	a_{2t}	a_{3t}	a_{4t}
1	.962	.854	.691	.500	.309	.146	.038	-1.387 -1.306	-1.176 -0.541	-0.786 0.542	-0.276 1.307
2	.902	.657	.384	.187	.111	.048	.045	-1.405 -1.372	-1.158 -0.444	-0.781 0.539	-0.273 1.277
3	.825	.471	.209	.097	.058	.057	.033	-1.433 -1.458	-1.142 -0.334	-0.752 0.618	-0.273 1.175
4	.740	.332	.130	.072	.062	.035	.029	-1.466 -1.537	-1.130 -0.215	-0.718 0.709	-0.240 1.044
5	.653	.241	.102	.071	.043	.032	.024	-1.500 -1.572	-1.117 -0.124	-0.672 0.656	-0.224 1.039
6	.571	.190	.095	.057	.038	.027	.020	-1.527 -1.527	-1.091 -0.219	-0.655 0.654	-0.218 1.091
7	.500	.167	.083	.050	.033	.024	.018	-1.527 -1.528	-1.091 -0.218	-0.654 0.655	-0.218 1.091

k	b_{1t}	b_{2t}	b_{3t}	b_{4t}	b_{5t}	b_{6t}	b_{7t}	b_{8t}
1	-1.414 -1.414	-1.307 -0.999	-1.000 0.001	-0.541 1.001	-0.000 1.415			
2	-1.480 -1.692	-1.350 -1.120	-1.174 -0.525	-0.776 0.564	-0.274 1.272			
3	-1.578 -2.125	-1.418 -1.306	-1.221 -0.571	-0.991 0.000	-0.521 0.959	-0.000 1.306		
4	-1.704 -2.668	-1.509 -1.520	-1.285 -0.604	-1.033 0.000	-0.771 0.362	-0.263 1.142		
5	-1.856 -3.200	-1.619 -1.727	-1.357 -0.706	-1.087 -0.000	-0.814 0.423	-0.540 0.576	-0.000 1.067	
6	-2.021 -3.499	-1.732 -2.000	-1.443 -0.834	-1.155 -0.001	-0.866 0.500	-0.577 0.667	-0.289 0.500	
7	-2.160 -3.744	-1.851 -2.138	-1.543 -0.890	-1.234 0.000	-0.926 0.535	-0.617 0.713	-0.308 0.534	-0.000 0.000

スコアは上段：第1軸，下段：第2軸

項目のどちらについてもこれまでのデータと同様に1次元構造を表している。第2軸については、 n の値がある程度大きく、 k が n に近い場合を除いて、1つの方向は反応が1次元構造の一方に偏った場合を、他の方向は中間的な場合を表して、いわゆるガットマン強度である。しかし、この意味付けはすでに第1軸に含まれており、なんら新しい情報を付け加えるものではない。第3軸のクロージュア以下を併せて、岩坪(1987, p. 137)が「1次元構造(に伴って)必然的に出てくる構造」と評しているのは多くの場合に妥当であろう。

k が n に近いときは、1次元構造の一方に偏った項目が、第2軸の1つの方向に現れるのは予期どおりであるが、中間的な項目が他の方向の端から離れて中心方向にもどり、2次元散布図を描けばアルファベットのM字のような形ができる。考えてみれば、これはふしぎではない。全反応の項目があれば前述のように原点に表現されるが、例えば $k=n-2$ の場合に、番号 $n-1$ の項目は中間的であると同時に全反応の項目に近い、原点に引き戻されるのである。

3. 2次元構造をもつデータ

与えられたデータに数量化法第3類が適用できるような場合、任意の2つの項目は、両方に反応する個体が存在するとき結びつきがあると見なすことによ

a. 四角型

b. 三角型

図1. 2次元構造データの項目パターン

て、項目のすべてのペアに対する結びつきの有無が定まる。結びつきがあるとき2つの項目を線分で結ぶことにすれば、図1a, bのような項目パターンは2次元構造をもつといつてよい。それらの形から図1aを四角型、図1bを三角型とよぶことにする。これら2つの図は長さ(横方向) $L=3$ 、幅(縦方向) $W=1$ であるが、2つのパラメータ L, W の値は $1 \leq W < L$ の範囲で変化させることができる。以後は2次元構造としてもっとも簡単な $W=1$ の場合に限定しておく。

四角型の項目パターンが与えられるとき、最後の項目を除いたあと、項目2と3, 4と5, 以下同様に $2L$ と $2L+1$ とを結べば三角型の項目パターンになる。 $L=2$ の場合の項目パターンを導くような反応パターン行列を表3に示す。行は個体、列は項目を表し、表3aは四角型、表3bは三角型である。ただし、項目パターンと反応パターン行列は一意に対応するものではないことを注意しておく。例えば表3aに項目1だけに反応する個体と項

表3. 2次元構造データ族($L=2, W=1$)
の反応パターン行列

a. 四角型

	2	2	3	4	5	6
1	1	1	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	0	1	1	0	0
5	0	0	1	0	1	0
6	0	0	0	1	0	1
7	0	0	0	0	1	1

b. 三角型

	1	2	3	4	5
1	1	1	0	0	0
2	1	0	1	0	0
3	0	1	1	0	0
4	0	1	0	1	0
5	0	0	1	1	0
6	0	0	1	0	1
7	0	0	0	1	1

表4. 2次元構造データの固有値

a. 四角型										
L	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}
2	.750	.583	.417	.250						
3	.864	.614	.583	.417	.386	.136				
4	.917	.713	.630	.500	.500	.370	.287	.083		
5	.944	.797	.639	.612	.547	.453	.388	.361	.203	.056
6	.960	.850	.699	.646	.576	.545	.455	.424	.354	.301
7	.970	.886	.763	.650	.626	.595	.500	.500	.405	.374

b. 三角型										
L	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}
2	.637	.417	.250	.196						
3	.820	.500	.432	.305	.250	.193				
4	.897	.658	.467	.424	.357	.250	.250	.196		
5	.934	.765	.599	.479	.407	.375	.306	.250	.225	.201
6	.955	.831	.664	.500	.477	.434	.353	.346	.272	.250
7	.967	.874	.740	.591	.487	.462	.434	.388	.327	.313

表5. 2次元構造データ（四角型）の項目スコア

L	j	b_{j1}	b_{j2}	b_{j3}	b_{j4}	b_{j5}
2	1	-1.323	0.866	-0.866		
	3	0.000	1.155	1.155		
	5	1.323	0.866	-0.866		
3	1	-1.379	0.773	-1.225		
	3	-0.631	1.126	0.817		
	5	0.631	1.126	0.817		
	7	1.379	0.773	-1.225		
4	1	-1.396	-1.327	0.699	-1.140	
	3	-0.931	0.194	1.063	1.140	
	5	0.000	1.382	1.193	-0.000	
	7	0.931	0.194	1.063	-1.140	
	9	1.396	-1.327	0.699	1.140	
5	1	-1.404	-1.365	0.638	-1.274	
	3	-1.089	-0.256	0.993	0.703	
	5	-0.409	1.166	1.187	1.044	
	7	0.409	1.166	1.187	-1.044	
	9	1.089	-0.256	0.993	-0.703	
6	11	1.404	-1.365	0.638	1.274	
	1	-1.407	-1.383	-1.331	0.586	-1.000
	3	-1.181	-0.554	0.270	0.927	-1.303
	5	-0.672	0.773	1.383	1.151	-0.896
	7	-0.000	1.405	0.000	1.229	0.000
	9	0.672	0.773	-1.383	1.151	0.896
	11	1.181	-0.554	-0.270	0.927	1.303
7	13	1.407	-1.383	1.331	0.586	1.000
	1	-1.409	-1.392	-1.359	0.541	-1.295
	3	-1.240	-0.755	-0.072	0.866	0.641
	5	-0.846	0.401	1.317	1.102	1.139
	7	-0.300	1.282	0.834	1.227	-0.917
	9	0.300	1.282	-0.834	1.227	-0.917
	11	0.846	0.401	-1.317	1.102	1.139
	13	1.240	-0.755	0.072	0.866	0.641
	15	1.409	-1.392	1.359	0.541	-1.295

目 6 だけに反応する個体の 2 つを付け加えて個体数を 9 としても, 項目パターンは変わらない。

2 次元構造データ ($W=1$) の長さのパラメータ L を四角型と三角型のそれぞれについて $2 \leq L \leq 7$ の範囲で変化させたときの, 固有値を表 4, 項目スコアを表 5 と 6 に示す。ただしスペースの都合で固有値は λ_{10} までに止め, 項目スコアについては, 表 5 では j が奇数の場合, 表 6 では $j \leq L+1$ の範囲に限った。四角型のときは

$$b_{2j,t} = \varepsilon_{Lt} b_{2j-1,t} \quad (j=1, \dots, L+1)$$

三角型のときは

$$b_{2L+2-j,t} = \varepsilon_{Lt}' b_{jt} \quad (j=1, \dots, 2L+1)$$

の対称性があるからである。ここに, ε_{Lt} と ε_{Lt}' は符号変換のパラメータであって, 値 1 または -1 をとり, L と t には依存するが, j には依存しない。さらに, 言うまでもないことではあるが, スコアを固有ベクトルから定めるとき, ベクトルの符号反転は ε の値に影響

表 6. 2 次元構造データ (三角型) の項目スコア

L	j	b_{j1}	b_{j2}	b_{j3}	b_{j4}	b_{j5}	b_{j6}
2	1	-1.553	0.866	-1.323			
	2	-0.852	-1.155	0.000			
	3	0.000	0.866	1.323			
3	1	-1.509	-1.658	-0.396	-1.178		
	2	-1.178	-0.000	-1.155	1.509		
	3	-0.755	-0.000	1.262	-0.589		
	4	-0.000	1.658	-0.396	0.000		
4	1	-1.473	-1.638	0.375	-1.821		
	2	-1.293	-0.864	-0.949	0.231		
	3	-1.047	-0.171	0.899	0.320		
	4	-0.560	0.990	-1.087	1.396		
	5	0.000	1.296	1.423	0.000		
5	1	-1.454	-1.568	-1.742	-0.566	-0.544	
	2	-1.341	-1.098	-0.584	0.776	1.389	
	3	-1.183	-0.562	0.175	-0.728	-1.187	
	4	-0.858	0.387	1.361	1.195	0.954	
	5	-0.456	1.087	1.046	-1.283	-0.914	
	6	-0.000	1.392	0.000	1.033	0.000	
6	1	-1.442	-1.525	-1.657	-1.696	-0.652	-0.823
	2	-1.366	-1.208	-0.899	-0.000	-0.820	1.209
	3	-1.256	-0.811	-0.188	0.000	0.881	-0.993
	4	-1.027	-0.065	0.960	1.696	-0.113	1.340
	5	-0.732	0.648	1.349	-0.000	1.421	-1.205
	6	-0.379	1.199	0.998	-0.000	-1.461	0.285
	7	0.000	1.395	-0.000	-1.695	0.427	-0.000
7	1	-1.435	-1.497	-1.598	-1.736	-0.259	-1.667
	2	-1.380	-1.269	-1.061	-0.698	0.680	0.530
	3	-1.299	-0.969	-0.474	0.065	-0.667	-0.277
	4	-1.130	-0.382	0.542	1.290	0.871	1.823
	5	-0.907	0.250	1.207	1.192	-1.222	-0.602
	6	-0.633	0.845	1.369	0.381	1.116	-0.204
	7	-0.325	1.255	0.882	-0.867	-1.191	-1.159
	8	0.000	1.404	0.000	-1.337	1.423	0.000

しない。その値を表7に与えた。

これらの表は田中他(1984)のプログラムによって求めた。収束判定のパラメータの値 10^{-4} を 10^{-5} に変えたため、表5と6の小数第3位の数値のいくつかに1, まれに2の変化を生じた。計算精度は全体的にその程度であろう。また表7bにおいて $L=7, t=11$ または12のとき=となっているのは、 $\lambda_{11}=\lambda_{12}$ (重根) となり、対応する固有ベクトルに任意性を生じたことを表している。

表5を見ると、 L の値にかかわらず、第1軸のスコアは、図1において横方向の中心に原点をおいた場合の各項目の横座標にほぼ比例しているから、この軸は長さを表すと解釈することができる。しかし、幅のほうは $L=2$ と3の2つの場合には予期どおり第2軸に現れているものの、 $L=4$ または5のときは第3軸、 $L=6$ または7のときは第4軸に現れていて、どちらにおいても第2軸はガットマンの強度を表している。そうとわかれば当然予想できるように、 $L=6$ または7のときの第3軸はクロージュアである。また、幅が現れ

た次の軸の意味が面白い。 $L=2$ または3のときの第3軸は強度であり、 $L=4$ または5のときの第4軸はクロージュアであり、 $L=7$ のときの第5軸はインボリューションである ($L=6$ は例外)。すなわち、幅は第1軸、強度、クロージュア、インボリューション、…の系列の中に割って入る形になっている。

三角型の場合の表6は大体において四角型の場合と同様であって、第1軸は長さとして解釈できる。しかし、幅の現れ方は四角型のようにはっきりしない。 $L=2$ のとき、幅は第2軸に現れているが、 $L=3$ のときは、第2軸または第3軸に第1軸を組み合わせた2次元散布図を描いてみると、幅はどちらの図にも不十分に現れていて、いわば2つの軸の中間に現れているという感じである。実際、(固有ベクトルは符号の反転を許すから) スコア b_{j3} の符号を変えたあと、 b_{j2} と平均をとると、 b_{j1} と合わせた2次元散布図は図1にかなり近い。さらに進んで $L=4$ のときは第3軸、 $L=5$ のときは第4軸がはっきり幅を表している。 $L=6$ となると再び第4軸と第5軸の中間に現れ、 $L=7$ のときは第5軸にきれいに現れる。

なお表5と6において幅が現れた軸を点線の箱で囲んでおいた。また今度もスペースの都合で、表示はその次の軸までで止めてあることを了解して頂きたい。

2次元構造データに数量化法第3類を適用するとき、3つの問題がある。まず技術的な問題として、表7の+と-の並び方に規則があるのかどうかを著者は知らない。従って $L>7$ のときの状況は全く不明である。第2にさらに根本的なことは、四角型または三角型で $W=1$ として、 L の値が与えられるとき、幅がどの軸に現れるかの規則も不明である。第2軸に現れるとは限らないどころか、 L の値によっては現れ方がいくらでもおそくなりそうなのは深刻な問題である。このような困難が起こる理由は、第1軸が表す主要特性が必然的にガットマンの強度、クロージュア以下の成分を伴い、第2の特性の効果を隠してしまうことにある。第3の問題として、これらの成分を分離して、第2特性を浮き出させる工夫がないものであろうか。大きい課題が残っている。

謝 辞

大学入試センター・多変量解析研究会での討論が本研究のきっかけになった。査読者の示唆によって論文が大いに改良されたことに対して感謝する。文部省科学研究費補助金、一般研究(C)03630019による補助を受

表7. 2次元構造データの符号変換パラメータ

a. 四角型

L	t													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	+	-	+	-										
3	+	-	+	-	+	-								
4	+	+	-	+	-	+	-	-						
5	+	+	-	+	-	+	-	+	-	-				
6	+	+	+	-	-	+	-	+	+	-	-	-		
7	+	+	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	-	-

b. 三角型

L	t													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	-	+	+	-										
3	-	+	+	-	-	+								
4	-	+	+	-	-	+	+	-						
5	-	+	-	+	-	+	+	-	-	+				
6	-	+	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-		
7	-	+	-	+	+	-	-	+	+	-	=	=	-	+

けた。

参 考 文 献

Greenacre M.J. (1984) Theory and Application of Correspondence Analysis. Academic Press, London.

Guttman, L. (1950) The principal components of scale analysis. In S.A. Stouffer ed., Measurement and Prediction. Wiley, New York, 312-361.

林知己夫 (1956) 数量化理論とその応用例(II). 統計数理研究所彙報, 4 巻 2 号, 19-30.

岩坪秀一 (1987) 数量化法の基礎, 朝倉書店.

仁木直人 (1991) 私信.

丘本 正 (1992) 数量化法第 3 類の諸問題, (投稿中)

Otsu, T. (1990) Solutions of correspondence analysis with artificial data of typical patterns. *Behaviormetrika*, 28, 37-48.

田中 豊・垂水共之・脇本和昌編 (1984) パソコン統計解析ハンドブック, II. 多変量解析編, 共立出版.

—1992 年 1 月 30 日受付,

1992 年 5 月 25 日最終修正—