尺度化の意義

印 東 太 郎*

The Role of Scaling

Tarow INDOW

In the following four areas, (1) test of Intellectual ability, (2) the geometry of visual space, (3) the global structure of Munsell color solid, and (4) sensory evaluation in industry, two approaches with and without scaling were contrasted on the basis of the author's own studies for a period of over 35 years in Japan and U.S.A. Special emphasis was placed on testing consistencies of scaled results as quantitative representations of the underlying latent processes.

1. 緒 言

この春に帰国した折、日本科学技術連盟において、一夕、尺度化を用いる研究と用いない研究とを比較する話をした。これは1993年夏に当大学で開催された私の誕生記念セミナーにおいて行った講演 (Indow, 1995) の日本語版である。その席上、本稿の依頼を受けたので、内容を本誌向きに調整し¹⁾、尺度化を用いた自分の研究体験について述べることにした。従って、これは回顧であって展望ではない。しかし、もし読者がこの中から何らかの展望への種子を見出して下さるならば、私にとっては望外の幸せである。ここに尺度化 (scaling) というのは、能力、信念、嗜好、感覚など、物理・化学計器で直接計測できないものを数量として表そうという試みをさす。これらは、感覚刺激、判断対象、質問項目などが提示された場合に被験者の内部に作動する心理過程で、第三者には被験者が行う反応、判断を通してしか窺い知ることは出来ない。反応時間や皮膚電気反射など計測値が得られる場合でも、その値とこれら潜在過程との関係は明確ではないし、普通、直接に得られるデータは次のいずれかの形である。

「基本データの型」

- D1 刺激閾、弁別閾、等価刺激など、被験者にとり特別な意味をもつ刺激の値、
- D2 ハイ・イイエで代表される二値判断、
- D3 少し、沢山など範疇によるものも含めた何らかの量的評価。

尺度化を用いないというのは、D1, D2 及びその集積 (テスト得点など) について直接解析を加える研究で、D2, D3 のデータからその根底にある潜在過程を表す数量を定義し解析しようとするアプローチが尺度を用いた研究である。

戦前に少年時代を過ごした人であれば、ご記憶の方もあるかと思うが、本郷義昭というヒーローが活躍する冒険小説があった (著者 山中峯太郎)。その中に、変装した彼が苦力にまじって某國がヒマラヤ山麓あたりに建設した軍事研究所に潜入する話があり、適性検査で知能を測定する計器にかけられたところ、計器の針が振り切ってしまう、正体が露見する場面があった。子供心に、そんな機械が今あるはずはないが、X線で内部を透視出来るようになったように、人類はやがて知能を計測する生理的手段を発見するに違いないと思ったものである。実は、これは私が心理学を専攻するようになった遠因の一つとも言え、最初から知能や

* 連絡先氏名 Professor Tarow Indow
郵便宛先 Department of Cognitive Sciences, and
Institute for Mathematical Behavioral
Sciences, University of California,
Irvine, CA 92717, U.S.A.
E-Mail 宛先 tindow@uci.edu, ファクシミリ (714)
824-8762

1. 第2節は新たに加えられ、第3, 4, 5節はテーマは同じであるが、故意に前著を見直さず新しく書下ろしたので、いわば“独立”な内容になっている。

数量化に興味があった。今やMRIの時代になったが、こういう機器の進歩を心理現象と結びつけるにも、まず心理現象自身の数量的表現を求めておかねばならないというのが私の基本姿勢である。当時、本邦の心理学の講義には尺度化など全く出て来ないので、すべては手探りで進む他なかった。

確立変数 x の密度関数を $\phi(x; \text{母数})$ などと書き、母数が期待値、分散の場合は M, σ^2 などを用いる。特に正規分布の場合は ϕ_N と書く。また、分布関数は大文字 Φ などで表す。確率変数が潜在量を表す場合にはギリシャ文字を用いた。一般の関数関係は、従属変数 = f (独立変数) と書く。行列は (), 変数のセットは { } で示す。文献は挙げればきりがないので、私自身の review 的論文だけににとどめることにさせて頂いた。各節に引用されている文献は、すべて、その冒頭に示した論文の中に明記されている。そこに入っていないものだけを巻末の文献に含めた。

「比較判断に関する Thurstone (1927) のモデル」

文献は日科技連・官能検査委員会 (1973, 12 章), 印東, 小野, 池田 (1977, 3 章)。項目集団から選ばれた判断対象の対 (s_i, s_j) が提示された時、各人は自分の意見 ξ_i, ξ_j に基づいて判断をするであろう。これは潜在過程を表す確率変数で、ここでは被験者母集団について定義されているものとする。二値判断の場合を考えれば、直接観察されるのは、“ s_i が s_j より上位”, $\{s_i > s_j\}$, と判断する人の率 P_{ij} である。この判断を下した人にとっては、 $\xi_i > \xi_j$ であろう。Thurstone は幾つかの場合を考えたが、最も多く用いられる Case V では、 s_i, s_j に対し $\phi_N(\xi_i; M_i, \sigma^2), \phi_N(\xi_j; M_j, \sigma)$ を想定し、 ξ_i と ξ_j の相関は組合わせによらない常数とする。この仮定をおくと、観測されたデータ、行列 $(p_{ij}), 0 < p_{ij} < 1$, から原点、単位のはっきりした尺度の上に M_i, M_j を表す数値を定義することが出来る。後に行列が $p_{ij} = 0, 1$ を含む場合も計算は可能になり (Gulliksen, 1956), また、当てはまりを検定する手法のあることは周知の通りである。Thurstone (1933) はこの方法により諸人種 s_i に対する当時の米国大学生の平均的好意度を示す数値 M_i を示した。二値判断 (D2) からその基にある潜在過程を表す尺度が構成できると知った時、このような手法こそ求めていたものと思ったが、同時に、ある落胆を禁じ得なかった。というのは、この時代、いろいろな M_i , 例えば作曲家に対する好み (Folgman, 1933) を表す研究結果が発表されていたが、いずれもただ数値 M_i を示しているだけで、そういう数値がな

ければ得られない情報を積極的に追求するアプローチは一つも見あたらなかったからである。Thurstone (1933) の M_i の値は、イギリス人が最高位、カナダ、フランスと続くのであるが、それだけならば、被験者に順位をつけて貰っても同じことである。しかし、感覚や嗜好を的確に表す数値が得られるとすれば、学術的にも、実用上からも、その利用価値が大きいはずで、以下、この線にそい、知的能力のテスト、視空間の構造、色彩の体系、官能検査、四つの領域において、尺度を用いた研究と用いない研究との生産性を比較していくことにする。

2. 知的能力の尺度

尺度化により、それなしでは得られない情報を得ることが出来たと始めて私が実感したのは、日本のビネー型知能検査の絶対尺度を構成した時であった (Indow, 1958; Indow & Samejima, 1966: 印東, 1968)。Thurstone (1925, 1928, 1929) は a 歳児の各検査項目 i に対する正答率 P_{ai} は次のように決まるというモデルを提出した。以下に見よう、これも二値反応 (D2) に基づく尺度構成である。

1 テストを構成するすべての項目を通し、それに回答するには同一の心理機能が作動し、その機能の良否はスカラー ξ の大小で表される。

2 各年齢 a において、児童の個人差は $\phi_N(\xi; M_a, \sigma_a^2)$ に従う。

3 各項目 i には臨界値 L_i があり、年齢に関係なく、 $\xi > L_i$ の児童はすべて、そして、その児童のみがその項目に正答出来るものとする。即ち、 $P_{ai} = 1 - \Phi_N(L_i; M_a, \sigma_a^2)$ 。

すると、 $T_{ai} = (L_i - M_a) / \sigma_a$ などと書き、 a 歳、 b 歳を組合わせると、 L_i は共通であるから、

$$T_{bi} = A_a + B_a T_{ai}, A_a = (M_a - M_b) / \sigma_b, B_a = (\sigma_a / \sigma_b). \quad (1.1)$$

従って、 T_{ai} の実測値を $t_{ai} = \Phi_N^{-1}(1 - p_{ai}; 0, 1)$ とし、実測正答率 p_{ai} から求めると、 $0 < p_{ai}, p_{bi} < 1, i = 1, 2, \dots, n$ について、 t_{ai}, t_{bi} の間には線形関係が成立するはずで、その切片 A_a と勾配 B_a から (1.1) を通し M_a, σ_a を定義する手がかりが得られるので、Thurstone は基準年齢 A をきめ、 $M_A = 0$ (原点)、 $\sigma_A = 1$ (単位) とし、順に $M_a, \sigma_a, a = 4, 5, 6, \dots$ 歳、の値を計算する方法を示し、これを絶対尺度と呼んだ。どのテストにおいても標準化のため、実測正答率の表 (p_{ai}) は公表さ

図 1.

れているので、私は本邦の鈴木、武政、田中ビネーについてこの尺度化を試み（1947 頃）、後に WISC を追加した。 $b=a+1$ として上述の線形関係をみると、それは確かに成立する。なお、直線をフィットするのに、普通の回帰直線を用いるのは都合が悪い。独立、従属変数の双方に誤差が混入しているからである。Thurstone は手際のよい、しかし、かなり安直な便法を用いていたが、丁度、森口繁一博士が Deming (1946) の最小自乗法を紹介されたばかりの時で、これならば両変数に誤差があってもよく、また、当てはまりの検定も可能で、ずっとスッキリした形で解析を進めることが出来た。そのかわり計算は面倒になり、慶應義塾の研究室にタイガーの手動計算機があって始めて出来たと言える。当時、どの心理学研究室もこれを備えていた

訳ではないのである。また、私としてはだいぶ肩がこった思出がある。 $b=a+1$ として、次々に M_a , σ_a を求めたのでは推定誤差が蓄積すると思われる読者も多いであろう。今ならば、この誤差を分散させ解析法をとるのが当然であるが、手計算では無理であった。基準年齢を Thurstone は常に最小年齢としたのに、私はほぼ中間の年齢においた。これは上述の点に関するささやかな配慮である。もう一つ、思出を述べさせていただくと、表 (p_{ai}) にミス・プリントがあつては困るので、事前に諸先生にそれをうかがった。その時、鈴木治太郎博士から御教示と共に“自分は統計的解析には多くを期待しない”という意見が述べられていた。しかし、後に論文の別刷りを贈呈したところ“こういう研究なら大変結構です”というハガキいっぱい細字で書か

れた礼状を頂いた。なお、 i として項目ではなく、テストの得点 $X=i$ をとり、 L_i はその点をとるための臨界値としても M_a , σ_a を求めることができ Thurstone 始め米国の絶対尺度は主としてこの方法によっている。われわれも鈴木・ビネーについては得点をベイスにする尺度化も試みた。この場合、 t_{ai} と t_{ai+1} は独立ではないので、上に述べたのとは異なる計算法 (Diedlich, Messick & Tucker, 1957) を用いている (Indow & Samejima, 1966)。

Thurstone & Ackerson (1929), Oden (1929) は、テスト毎に M_a , σ_a を年齢 a に対してプロットするのにとどまっていたが、私は一歩進めることを考えた。本邦のすべての尺度、及び、彼等が構成した尺度の中から比較可能なものにつき、基準年齢 A を6歳3ヶ月に統一して ($M_A=0$, $\sigma_A=1$)、 M_a , σ_a の値をこの尺度の上に変換すると、図1に示したように、発達曲線 $M_a=f(a)$ は日、米、英すべてのテストを通し、少なくとも14歳位までは、ほぼ一本の曲線で表すことが出来た。一方、 σ_a もその値は常に年齢 a につれて増大するのであるが、日本のテスト同志の間ではかなりよく一致した曲線 (点線) $\sigma_a=f(a)$ を描くのに反し、米国のテスト間ではかなりのバラツキが見られ、且つ、その趨勢 (実線) は日本の σ_a より増加の傾向が著しい²⁾。

2.1 一般にテストにより直接に得られる数値は得点 X である。I.Q. も原理的には X から定義される。 X は、テストを構成している項目やスコアの定義が変われば、その数値も変わるという任意性をまぬかれない。いわばヤワな数値である。一方、 M_a , σ_a は、上述のモデルが成り立つ限り、テストの構成や、どの項目のスコアを何点とするか、という事情には左右されないカタイ数値なのである。Thurstone がこれを絶対尺度と呼んだのはその意味で、異なるテストの間で M_a の発達曲線にかなりの一致を見たのは、絶対尺度がその名に値することを示したと言えよう。私はかつて、物理

学における温度計測の歴史と比較しながら、その原点、特に単位は約束で決める他ないが、尺度は計測方法から独立に定義されるものでなければならないことを論じた (印東, 1958, 1968)。上例で計測方法に当たるのがテストである。

2.2 各テストにおいて、 a 歳児という場合、平均が a 歳0ヶ月であったり、 a 歳6ヶ月であったりして、その定義は一律ではない。この点を考慮にいれて原点、単位の換算を行わないと、 $M_a=f(a)$ は一つにならないので (Indow, 1958)、この点からも、 M_a がヤワな数値ではないことが分かる。基準年齢 A を6歳3ヶ月という区切りの悪いところにおいたのは、最もサンプル・サイズの大きい鈴木・ビネーのデータを活用したからである。

2.3 M_a に反し、 $\sigma_a=f(a)$ については米国のテスト間に一致が見られなかったのは主としてサンプリング・バイアスによるものと思われる。被験者のサンプリングを行うに当たり、研究者は平均にバイアスがかからないように注意を払うが、分散についてバイアスを避けるのは実際問題として非常に困難である。米国の児童研究所のデータ (黒三角) で特に $\sigma_a=f(a)$ 勾配が大きいのは、ここにはIQの高い児童と低い児童とが、別の理由で、多く訪れる傾向があることによると思われ、サンプリングの方針により σ_a を過大視するバイアスを含む WISC では、このバイアスを補正しないと黒三角・四角のような趨勢になる (印東, 1968)。ただし、 $\sigma_a=f(a)$ の勾配が米国において日本より大きいことは事実を反映した結果であると思う。民族組成も均質、且つ、初等教育が普及している日本に比べると、米国では成人するにつれ個人差は開いていく。これは私の両国における生活の実感である。英国のデータ (バツ印) が日本の $\sigma_a=f(a)$ と一致しているのは興味深い。なお、Thurstone (1928) は彼の得た幾つかの $\sigma_a=f(a)$ につき、外挿により $\sigma_a=0$ にあたる年齢を求めてみると、それが誕生またはその二、三ヶ月前になることを見出し、ここに原点をおけば約束ではなく絶対的な意味をもつ原点になるであろうことを指摘した。日常は摂氏、華氏で温度を測るが、物理化学では理論上それ以下の温度は考えられない原点を持つ絶対温度を用いる。こうしないと、温度について比が定義できない。もし、知能の絶対0点がきまれば、その年齢までは個人差はなく、年齢をふるにつれ個人差が顕現してくるというイメージを描くことが出来る。 $\sigma_a=f(a)$ の勾配が小さいため、本邦のデータについて

2. 点が込み過ぎるので、プロットしていないが、この他に4セットの絶対尺度があり、Dearborn Series II, Illinois (Bloomington data) の M_a は図の曲線の上に重なるが、Otis advanced, Illinois (Chicago data) の M_a は、相互にも一致しないし、米国の他の M_a から著しくへだたった曲線を描く。また、全部を含めてプロットすると一層はつきりするが、 σ_a はこれら米国のテスト間でバラバラな結果になっている (Indow, 1958, Figs. 7, 8)。

絶対0点にあたる年齢を推定するのは難しく、詳細に調べると、Thurstoneの場合もかなり無理な外挿を含んでいるように思われる。しかし、 $\sigma_a=0$ からはでないにしても、 σ_a が年齢と共に増加することは疑いをいれない。また、そうでなければ、IQ という概念は成立しない。

2.4 基準年齢 A における知能の絶対値が、テスト間、日米英間で同一という保証はないから、上述の結果は、 M_a の年齢に応ずる相対的变化がテストと被験者母集団を越えて一致したという以上の意味は持ち得ない。上記の諸テストの背後には一つの項目集団があり、それに正答するという行動の根底にある何かをとらえているのは事実であるが、それが知能を表しているという保証もない。知能テストを作成する人がどういう項目を集めるかは、現在のところ、その人の bon sense に委ねられている。私は過去二度にわたって人々の知能に関する意見の因子分析を試み、人々（学生、社会人）は人間が何の出来ることを知的と見なすかにつき、少なくとも三種の基本因子（学問的、実務的、機転）が区別出来ることを示した。しかし、この結果は質問項目のサンプリングに依存し、その結果には余り満足できない。未だ印刷にしたことがないのはそのためである。

2.5 絶対尺度が第一次近似に過ぎないことは明らかで、各項目に対し全く同一の心理機能が作動しているとはとても考えられない。項目により別種の機能が働き、その発達曲線も異なることを示す二つの事実、及び、絶対尺度がとらえているのはそれら諸機能の中核と考えられることは既に論じてある。項目別に言えば、この中核に最も近いのは思考、言語を中心とするもの、最も遠いのは記憶と計算を要する項目である。後者は発達速度が大きく、計算は学習によるところが大きいからであろう。前者は発達速度が小さく、記憶は他の能力と同じペースでは成長しないらしい。思考、言語中心になるというのは Thurstone & Thurstone (1941) が 63 個のテストの second order factor analysis によって得た一般因子の内容に一致している。

2.6 絶対尺度のモデルが完全に成立し、 M_a , σ_a , 得点に対する L_i の値が得られていれば、得点 X に従い、各児童が尺度 x 上に占める位置 x を決めることができ、もし同一児童 I につき数ヶ年間の結果があれば、個人別の発達曲線 $x_{ia}=f(a)$ を描けるはずである。後に労働科学研究所の狩野広之博士から 9 年間にわたる鈴木・ビネーの逐年検査データを頂き、実際に $x_{ia}=$

$f(a)$, $I=1\sim 259$, を計算したところ、予想以上に安定した曲線になった (Indow & Samejima, 1966)。しかし、個人毎にその潜在過程を表す値 x を問題にするとすれば、次のモデルが考えられる。文献は印東・鮫島 (1962), Indow & Samejima (1966) Lord & Novick (1968)。

2.7 以下、潜在変数を θ で表し、それが一定のレベルの児童だけについて、項目 i に正答する条件付き確率 $P_i(\theta)$ を考えると、絶対尺度のモデルでは、児童の年齢によらず、 $\theta < L_i$ では 0, $\theta = L_i$ で一気に 1 にジャンプし、以後ずっと 1 に留まる段階関数を仮定している。 $P_i(\theta)$ は統計的検定、品質管理などにおいて検査特性曲線と呼ばれるもので、一般にこういう形になることはあり得ない。徐々に 0 から 1 へ増加する曲線になるのが普通で、その勾配が検査の精度を表し、段階関数は精度が無限大の場合にあたる。第二次近似としては、 $P_i(\theta) = \Phi(\theta; a_i, b_i)$, $i=1, 2, \dots, n$, を考えるのが自然であろう (Lord, 1953)。 a_i, b_i は曲線の位置、勾配に関係するパラメーターでそれぞれ次のような意味を持つ。各項目 i 毎にそれに対する反応を一義的に規定する個別潜在変数を ξ_i で表すと、 ξ_i の定義から $P(\xi_i)$ はその上に定義された臨界値 L_i で 0 から 1 に変わる段階関数である。 n 個の ξ_i を通し唯一個の第二次因子 θ が定義でき、この上では $P_i(\theta) = \Phi_N(\theta; a_i, b_i)$ とすれば、 ξ_i と θ との相関を ρ_i と書き、

$$a_i = \rho_i^{-1} L_i, \quad b_i = \rho_i^{-1} (1 - \rho_i^2)^{1/2} \quad (1.2)$$

これはそのテストを構成する n 個の項目について、 $\xi_i = \theta + e_i$, 且つ、 e_i 同志はすべて独立、と想定するのと等価である。このモデルが認められる場合、テストを均質と呼ぶことにする。均質であるか否かは、二重にチェックすることが出来る。

2.8 ビネー・テストは多様な項目からなっていて均質ではない。そこで、項目集団を生産的思考を要すると思われる推理問題だけに限定してテストを作成してみた。これならば均質の条件をみたし、前述の絶対尺度の内容にも近いと考えたのである。当時、多くのテストは得点 X が回答のスピードによって決まる time-limit であったが、我々は power-limit となることを目標とした。回答するのに十分な時間を与え、理想としては、いくら考えても解けない人には解けないという項目を $n=30$ 題作成し、被験者母集団は東京近郊の高校生とした。日本文化科学社の協力を得て、テストの所用時間は 156 分であるから、四回に分けて施

行し、883名から全問題に対する有効回答を得た。これはなかなかの大事業であり、均質性が成立するか否かは予測出来ないものであるから、一つのギャンブルでもあった。幸い、均質性は充分に保証され、次のような結果を得ることが出来た。

1) このモデルによれば、 θ の位置にある人が得点 X (正答できた項目数、 $0 \sim n$)をとる条件付き確率 $p(X|\theta)$ を定義でき、これと被験者母集団の θ の分布 $\varphi(\theta)$ とを組み合わせると、 X と θ の二次元分布 $\varphi(\theta, X)$ が決まり、 θ の X に対する回帰曲線 $E(\theta|X)$ を考えることが出来る。従って、ある人の得点 X が分かれば、その人の θ の値を $E(\theta|X)$ とすればよく、 $\varphi(\theta|X)$ の標準偏差がこの推定の精度に当たる(D2に基づく尺度化)。項目集団が均質なのであるから、各個人につきそこに作動している一つの心理機能に関する無数に可能な項目に対する反応、その個人内反応集団を考えれば、この θ はその集合そのものの状態を表す母数という意味を持つ。

2) $n=4$ 題~10題からなる幾つかの縮小版テストについて、次の事実を示すことが出来た。分布 $\varphi(\theta|X)$ もその周辺分布 $\varphi(X)$ も問題数 n によって異なるが、どのテストの X から推定しても θ として同じ値が得られるのである。勿論、 θ の推定の精度は n の大きい方がよい。

3) 項目集団からの項目の選び方により、得点 X の分布 $\varphi(X)$ をコントロールすることが出来る。どういう分布型が望ましいかは、テストの目的による。被験者を選別する場合、 θ のどのレベルの人にも同じウェイトをおくならば、 $\varphi(X)$ としては平坦な矩形が(同点に重なる率がどの X でも等しい)、上位1/3の被験者を選別する目的なら、そこで同点に重なる人が最も少なくなる二峯型が望ましい。即ち、十分に大きな均質項目集団さえあれば、目的と許される所用時間に従い、最適なテストを設計することが可能になるのである。

2.9 こうなると、これはテストではなく、 θ の測定尺度と言うべきである。テスト、検査というのは、本来、一定の基準をみたしているか否かを判定するだけの操作を指す。Binetの本来の目的も児童の分類であったと聞いている。しかし、上述のようなことが可能になれば、潜在連続量 θ を認める以上、計器による物理的測定と同じ論理的基盤の上に立って、それを測定することが出来る。なお、 X の可変範囲は $0 \sim n$ であるのに反し、 θ の範囲には制限がないので、回帰曲線 $E(\theta|X)$ は決して直線になり得ない。従って、得点 X

自身は常に θ を歪んだ形で表現していることになる。

2.10 但し、次の点で物理的測定とは本質的に異なる。物理量の場合、その量としての性格は、原則的に、並置における加法性によって支えられていることは、本誌の読者にとっては常識であろう。ところが、潜在変数の場合、それは被験者母集団における分布型の仮定によって支えられているのである。これは他の科学では類を見ない(印東, 1958, 1971, 1975)。Thurstoneの対比較においても、絶対尺度においても、 $\varphi_N(\xi)$ が仮定されていた。今回も分布 $\varphi(\theta)$ は規準正規型 $\varphi_N(\theta; 0, 1)$ という想定の上に立ち、その原点、単位をどう定義するかは任意であるが、数量が先にあって分布がきまるのではなく、分布の仮定が先にあり、それによって θ の数量としての性格が規定されている。得点 X の理論分布 $\varphi(X)$ も $P(X|\theta)$ と $\varphi_N(\theta; 0, 1)$ から定義されるので、これと実測された得点 X の分布とが一致すれば、この二つの仮定を同時に受け入れることになる。実は、この段階で次の事実に気がついた。 $\varphi(\theta)$ として正規型よりすこし裾が左右にひろがったleptokurticな分布を想定すると、当てはまりは更に多少よくなるのである(Indow & Samejima, 1966)。モデルを認める以上、 θ はテストの得点のように任意性をもつものではないから、その原点、単位の約束は任意であるが、 θ の分布型はヤワではない(2.1)。被験者母集団においてそれが正規型になるとすれば、その基礎を中心極限定理に求めることが出来るであろう。一時代、一社会に生きる個人個人には太古の生命から切れ目のない糸が繋がっているはずで、その糸は無数の小さい要因により、右に左に動かされ、生後の社会的影響も同じ効果をもつであろう。もし諸要因が完全に独立ならば、その総合的結果としての各人の位置は正規分布に従うことが期待される。しかし、いったん左に偏った糸に作用する次の要因は、それを右に動かすよりは更に左に動かすというような傾向が多少でもあれば、分布がleptokurticになっても不思議ではないとも考えられる(印東, 1968)。なお、 $\varphi(\theta)$ の型を事前に仮定せずに変量 θ を定義しようと思えば、原理的にmeasurement theory (Krantz, et al., 1971)へと進まざるを得ない。

2.10 知能一般でも、推理能力でも、それに対する項目集団をいかに規定するかは、今のところ当事者のbon senseに頼る他ない(2.3)。上述の解析だけからは、 θ について2.8, 2.9に述べたことは言えるが、 θ の持つ内容に言及することは出来ない。当初の予定では、

推理能力 θ の測定された 883 名の高校生の追跡調査を行うつもりであった。10 年後、20 年後、それぞれがどのような社会人になっているかが分かれば、 θ の表している内容を解明する手がかりとなったであろう。諸般の事情でこの計画が挫折したのは、今でも私にとって一大痛恨事である。テストが個人の聡明さそのものを表す力をもつとは思われない。それは、自動車であれば、その全体としての性能で、品質検査でも直接に明示されるのは個々の部品の性能である。知能テストも総合的な知性を発揮するための部品の性能は表せても、そのバランスまでは示すことは出来ないであろう。

本節では、テストの得点 X の背後に想定した潜在量を表す尺度を導入した場合、どういう情報が得られるかについて論じた。あるテストの X が何をどの程度の精度で予言するか、それにつき充分な調査が成され、それが社会的に意味をもつものであれば、別に尺度を用いる必要はない。診断、仮釈放、職業訓練などにおいては、そういう例が少なくないであろう。私は失語症検査の標準化に協力したことがあるが(失語症研究会, 1975)、これはここでいう尺度化には関係がない。それを最後に私はそのテストの問題にタッチしていないが、鮫島は更に潜在変数尺度化の方法を発展させている (Samejima, 1969, etc)。

3. 視空間の大域的構造

文献は印東(1977), Indow (1990, 1991, 1995)。通常、我々は自分の周りに、上下、左右、前後の方向に拡がる三次元の空間を見ながら暮らしている。この知覚されている拡がりを見空間と呼ぶ。これと、その中に自分がいて、そこから刺激を受けている物理空間とは厳重に区別しなければならない。以下、物理空間を X 、視空間を VS で表す。我々にも二種類あって、 X から刺激を受けている物理的物体としての自分と、VS の中心に当たる自分とは異なる (Köhler, 1929)。視空間は長い過程を経て“出来上がった”知覚現象である。光が自分の網膜に像を結ぶところまでは X の中における物理過程、視神経におこった興奮が伝達されて自分の脳に何らかの活動が生じるまでは生理過程、視空間というのは心理過程はその最終結果として成立する。知覚としての自分も主として自分の内部から発する神経興奮に起因する脳の活動によって成立しているのである。以後も、同じ言葉が物理現象と知覚現

象とを表す場合、必要であれば、前者をゴチ、後者にはアンダーラインをつけて区別する。視知覚については膨大な研究が行われてきたが、その大部分は VS の一部に生じている局所的現象に関するものである。ここでは、VS 全体がいかなる構造をもって“出来上がった”いるのかを問題にする。

VS1. 視空間は構造を持ち、自分の近傍においては、それは X の構造と対応している。即ち、戸外であれば立木や自動車、屋内であれば机や壁が見え、我々はそれに導かれて行動する。自分が日向にいるのか、日陰にいるのか、明暗だけしか識別出来ない生物に比べれば、こういう構造の VS を“出来上がらせて”いることは、危険を避ける上にも餌を襲う上にも有利に違いない。こういう VS が成立するためには、網膜を刺激する光が、微少でも、不均質でなければならないことが知られている。視野全体をカバーし、そこから反射される光が完全に均質になるような壁の前に座ると、被験者は光の霧に包まれているように感じる。自分の前に白い壁を見るのは、光に若干の不均質が導入されてからのことである (Metzger, 1930)。

VS2. VS は閉じており、その境界面は連続である。我々は無限大を見ることは出来ない。物理的には無限遠点と言える星は、有限の距離に見えている空に埋め込まれた星として知覚される。また、我々は、無を見ることも出来ないから、視線の末端には必ず何か色(黒、灰色など無彩色も含めて)をもった何かが見えている。無は、自分を含め、VS における対象間の間隙、及び、自分の背後である、なお VS と X の間の isomorphism は、自分が動きまわられる範囲に限られ、VS 全体としては成立していないし、また、しなければならない必要もない。

VS3. X における条件が変化しない限り、VS は安定している。我々の視線は常に動いており、網膜像は常に変化しているにもかかわらず、そこに“出来上がった”いる VS はその構造を変えない。我々が感じるのは、自分の目や頭の動きである。その意味で、VS は自分の座標系として作用している。本が机の上にあるという時(本の下に机があると言う人はいない)、机は本に位置を与える枠組みで、自分に対しては壁や床が枠組みになっている。

VS4. VS は幾何学的構造をもつ。我々は VS の中に直線、角度、合同などを見ているのであるから、そこには何らかの幾何学的構造が存在しなければならない。多くの人は、VS はそんなにキッチリしたものでは

にする。 H における直線 geodesic は、EM ではある条件をみたす円弧になるが、 H における距離はこの円弧をユークリッド的に測った長さでは表せない (非 isometric)。そのかわり、角度、方向は H と EM の上でそのまま同じになる (conformal)。 H の各方向における無限遠点は EM においては原点を中心とする球で表され、EM の原点は自分であるから、背中に当たる負の方向は意味を持たず、EM の原点から正の方向にある半球だけを考えればよい。知覚されている最遠点、VS の限界は有限であるから (VS 2)、VS のすべてはこの半球の内部に描かれることになる (Indow, 1958)。

3.2 EM の中に平行アレイ、等距離アレイ、前額平行線に当たる曲線を定義するのは、微分幾何学の線素から導くよりはずっと容易である (印東, 1989)。この理論式の中に K が用いられる。双曲空間においては、同一方向を向き、相互に交わらない直線は無数にあるはずと思われるであろう。Luneburg はその中からある特定の一对をもって平行とした。この選択は VS における限界即ち水平線まで真直ぐ延長しても平行に見える一对の直線という直観を最も端的に表している。 $K < 0$ (双曲) であれば、等距離アレイは平行アレイの外側になり、 $K < 0$ (楕円) ならばその逆、 $K = 0$ (ユークリッド) なら両者は一つになる。

3.3 アレイ実験のデータは、被験者が調整した X の中における点の位置 $\{Q_i\}$ である (D1)。従って、EM の中に定義された理論曲線は X に移されなければならない。Luneburg は EM と X との間に、極めて簡単な対応関係 mapping functions を想定し、 X の中に理論曲線を定義した。このステップで σ が登場する。Luneburg の mapping functions は、一つには EM における点の方向は X における点 Q の方向と一致するという仮定に立っている。VS と EM とは conformal であるから、結局、VS における点の方向は X における Q の方向で決まるということに他ならない。また点が自分からどれだけの距離 δ_0 に見えるかは、方向に関係なく、

$$\delta_0 = q^{-1} \tanh^{-1}(q\rho_0), \quad q = 0.5\{-K\}^{1/2}, \quad \rho_0 = 2e^{-\sigma} \quad (3.1)$$

と仮定されている。 ρ_0 は EM における原点から点までのユークリッド距離、 γ は X における両眼の輻輳角である。一口に言って、これは ego-centric、且つ、極めて static な mapping functions で、それが成立するとすれば、VS の中に枠組みが存在しない場合であろう。アレイ実験がそういう条件の下で行われるのはその為

である。なお、 $\gamma = 0$ になる点が VS の限界に当たるとすれば、EM における原点から最遠点までの距離は $\rho_0 = 2$ と定義されている。それは、EM の metric をこの単位で表すと、負の曲率は -1 を超えないことになり、便利だからである。枠組みのない VS であれば、この mapping functions で EM から X に移された理論式が実験データがよく一致することは事実で、いろいろな条件の下、多くの被験者の個人個人について 1979 までに求めた K と σ の値は Indow & Watanabe (1984) に示してある。すべて $-1 < K < 0$ であった。

3.4 X における二つのアレイが分離するというだけで、VS においても両者が別物であると即断することはできない。被験者は点の位置を調整するに当たり、平行アレイでは図 2 の x 軸にそって、等距離アレイでは y 軸にそって目を動かすのが自然である。従って、両アレイが EM においては同じでも、視線の走査方向によって mapping functions が異なるとすれば、 X において両者は分離するであろう。我々は図 2 の 2 点 Q_1 を x 軸にそって移動させ、2 点の動きが直線、平行に見えるよう軌道を調整させたり、1 点を y 軸にそって左右に移動させ、その運動がすべて同じ長さに見えるよう位置を調整させたりする実験を行った (Indow & Watanabe, 1984)。平行アレイで言えば、2 点 Q_1 の運動方向が逆で、同時に左の点は近づき、右の点は遠ざかるなど、いろいろな場合を含めたが、結果は常に図 2 と同じになった。即ち、両アレイの分離は EM において、従って、VS において既に成立しているので、視線の走査方向に基づく artifact ではない。

3.5 図 2 は実験室内のことであるから、固定点 Q_1 は x 軸上 3 m 余の位置であるが、雨天体操場での実験で Q_1 を 16.1 m にした大きな布置 $\{Q_i\}$ でも、両眼の高さの水平面ではなく、両眼を通る斜面や垂直面に $\{Q_i\}$ を提示しても、等距離アレイは常に平行アレイの外側になる。但し、 K と σ の値は、同一被験者においても、 $\{Q_i\}$ の条件により一定の規則性をもって変化する (Indow, 1991.)。

3.6 日常、我々が平行を知覚するのは、アレイ実験のように前方の延びる直線についてではない。鉄道線路は X において平行直線であるが、VS においてはそうは見えない。VS 内の平行直線といえば、普通は、紙面のように自分の前に知覚されている平面上で左右に延びる直線であろう。そこで、私は EM の中にこの前額平行面を定義し、その中に上下に並ぶ平行直線と、上下の間隔が一定になる点の軌跡を表す曲線の理論式を

求めた。もし、前額平行面というVSの部分空間が双曲空間であれば、左右に延びるこれら平行線と等間隔線とはやはり分離しなければならず、今までのアレイ実験で得られた K と σ の値を用いると、分離の大きさは X の上でも検出できる程度ということになった (Indow, 1988)。ところが、実験してみると、(3.1)の下でこの平行線に当たる点の布置 $\{Q_i\}_P$ と等間隔線に当たる点の布置 $\{Q_i\}_D$ とは完全に一致することが判明した。即ち、VSのこの部分空間はユークリッド平面なので、後述のように、この事実は別の方法によっても確かめることが出来た。前方に延びる平面(以下、HZ)と前額平行面(以下、HP)とが別々の幾何学に従う点についての議論は後に述べる。

上述のように、HZに関する限り、その方向は水平でも、斜めでも、被験者が上を向く垂直の場合でも、VS自身において等距離アレイは平行アレイの外側になることは確認された。しかし、上述の理論曲線による解釈は二つの仮定を同時に含んでいる。A) VSのこの部分空間が双曲幾何学の構造を持つという仮定、B) 3.3に述べた mapping functions の仮定である。今までは、一定の条件に従い被験者が調整した点の布置 $\{Q_i\}$ だけがデータであった (D1)。それに加え、知覚されている点の布置 $\{P_i\}$, $i=1, 2, \dots, n$ において、各点の間に被験者がどのような距離を見ているか、それを表す尺度を用いれば、B) とは切り離して、A) の仮定を直接に検証することが可能になる。そこで、次のような方法でこの尺度化を試みた。

「距離の尺度化」VS内どの位置にあってもよいが、知覚されている3点につき、 i 点と j 点の距離 δ_{ij} に比べ、 i 点と k 点の距離 δ_{ik} がどの位に見えているか、その比

$$r_{i,jk} = \delta_{ij} / \delta_{ik} \quad (3.2)$$

を判断して貰う (D3)。 δ_{ij}, δ_{ik} は同一の i 点から延びる距離であるから、普通、人々は躊躇なく 0.6 位とか 1.8 位とか答えてくれる。 δ は潜在連続量であるが、 r は数値 (>0) として記録される。 δ_{ij} と δ_{ik} が極端に異なった大きさであると、人間はその比を言うことが出来なくなるので、判断は自然に比が感じられる3点だけについてとどめてもよい。その条件の下で、いろいろな3点 (Q_i, Q_j, Q_k) について $r_{i,jk}$ を得れば、この比の判断が一貫性 ($r_{ab}=a/b, r_{bc}=b/c, r_{ac}=a/c$ とすれば、 $r_{ac}=r_{ab}r_{bc}$) をもっているか否かをチェックすることも、統一された単位をもつ尺度値 $d(>0)$ を定義すること

も出来る。すなわち、尺度値 d の比がデータ r を誤差範囲内で再現し、

$$d_{ij}/d_{ik} \sim r_{i,jk} \quad (3.3)$$

となるのである。また、直線上にある数点を、順に $a, b, c, \dots$ とすれば、加法性 $d_{ac}=d_{ab}+d_{bc}$ 等もチェックできる。HZでは前方に延びる直線状、HPでは左右に延びる直線状の点列が得られているが、尺度値 d は充分にこの加法性をみだすことが示された。こうなると、潜在量 δ は実際に距離として振舞っており、且つ、尺度 d はそれを可視化した数量と認められる。

「EM内布置 $\{P_i\}$ の直接構成」被験者も X における一つの点 Q_0 とし、HZ, HPにおける実験で得られた点の布置 $\{Q_i\}$, $i=1, 2, \dots, n+1$, について、知覚された距離 δ を表す尺度 d の行列を求める。すると、これからEM内布置 $\{P_i\}$ の点間ユークリッド距離の行列 $\{\rho_{ij}\}$ を定義できる。(3.1)式は原点からの距離であるが、これを逆に用いて、 δ_0 に当たる d_0 から ρ_0 を定義できるのと同じ原理である。その為には K の値が要るので、特定の K に対して定義した行列を $\{\rho_{ij}\}_K$ と書く。MDSによって $\{\rho_{ij}\}_K$ からEM内布置 $\{P_i\}_K$ を構成し、 K の値を変えてその最適値を求め、その時の布置を $\{P_i\}$ とすればよい。なお、 $K=0$ でない限り、 $\{P_i\}$ は被験者がVSの中に知覚している布置の形そのものではなく、それをEMに表したものであることに注意。規準としては、 $\{P_i\}$ とEMにおける平行アレイ、等距離アレイ、(HZの場合は前額平行線も含めて)の理論曲線との一致度を取った (Indow, 1982, 1991, 1995)。この場合、事前に mapping functions を想定する必要はない。それは $\{P_i\}$ と $\{Q_i\}$ の比較によって事後に決めることが出来る。

3.7 尺度化を含めたこの実験によると、前額平行面 HPでは $K=0$ となり (3.6), $\{P_i\}$ と理論曲線との一致も満足できるものであった。一方、前方に延びる平面 HZの場合、 $K<0$ は確実であるが、私は $\{P_i\}$ と理論曲線との一致について必ずしも満足していない。A) HZが定曲率の双曲空間という仮定が第一次近似に過ぎないことが露呈しているかも知れないし、B) どの3点に着目するかによって、その都度VSの構造に歪みが生じているのかも知れない。いずれにせよ、尺度化の導入により、D1に留まるアプローチでは露呈していなかった新たな問題が提起されたと解すべきであろう。また、事前に想定した mapping functions を含まないのであるから、枠組みをもつVSにおいてアレイ

実験が行うことが意味をもってくる。但し、こういう実験は、尺度化を伴うにせよ、伴わないにせよ、周知な計画をもって行われなければならない。ポロ競技場で伝統的なアレイ実験をおこなった例があるが、その解析が極めて sloppy で何の結論も導けないのは残念である (Battoro & Pierro Netto, 1976)。

3.8 もう 30 年近くも前になるが、MDS によって知覚されている夜空の形を表そうと試みたことがある (Indow, 1968)。特に明るい星, $n=10$ につき、その間の距離を尺度 d を得て、それを点間距離とする布置 $\{P_i\}$ を 3 次元ユークリッド空間 E^3 の中に構成したのである。自身を含むから、 P_i は 11 個。後に、このデータから、前述の方法で、 K の値を求めながら $\{P_i\}$ を EM^3 の中に構成することが可能になった (Indow, 1990, 1991)。すると、各被験者 (2 名) において、 $K=0$ に固定しても、 K の範囲を負あるいは正に限定して K の最適化をはかっても、 EM に構成された布置 $\{P_i\}$ は殆ど同一という結果になった。三種の幾何学が区別できなかったのには三つの理由が考えられる。星と被験者の間に点を置けないこと、全空の形を表すのに 10 点では充分でないこと、もう一つは、事前に EM 内に理論曲線を定義出来ないこと、最適化の規準として、普通の stress に準じる指標しか取れないこと。なお、ここに問題しているのは、自分と夜空をふくめた VS^3 そのものの K で、その中の部分空間としての夜空の曲率ではなく、夜空 (凹) が平面や凸面から区別できないという意味に取ってはならない。ゼロ、正、負いずれの K をもつ EM^3 に構成しても、10 個の星は常に被験者に対し同じ凹面状の布置になっていることには変わらない。この面は 3.6 の HP を VS の限界まで拡張した場合と言える。そこで、 $K=0$ とすれば、この場合は、 EM^3 における布置はそのまま VS^3 の布置、被験者が見ている形を表していることになる。誰も蒼穹は天頂の方向が短い半球と言うであろう。このことは昔から気象学者などの関心をひいたらしく、天頂と地平線とを二等分して見える角度を尋ね、自分から天頂と地平線にいたる距離の比を知ろうとする研究は 1728, 1890 に既に行われたらしい (Sterneck, 1907, Filehne, 1912, Neiberger, 1951 など)。雲の状態にもよるが、1 対 2 ないし 3 という値になっている。但し、すべて VS をユークリッド空間としての計算で、双曲空間として計算すれば、より合理的な結論が得られる (Indow, 1996)。蒼穹は星間の話で、寡聞にして星空についての研究は他に知らない。我々の観察は大磯の海岸で海に

向かって行なわれ、どの被験者にとっても、自分からの距離は左右の方向に最も長く、ついで天頂、最も短いのが前方の水平線までの長さであった。左右の方向に街の燈火がほの見え、空には星があるが、前方は暗い海以外なものも見えていない。蒼穹においては、水平方向では左右、前方に何かが見えているが、頭上には何もない。ある方向にどんな大きさをもって視空間が“出来上がる”かは、 X においてその方向に何があるかによって異なる ($VS4$)。この事情を反映していない意味でも、Luneburg の mapping functions が枠組みの見える VS において成立するとは考え難い。視空間の限界についての議論を進めることは本稿のテーマを逸脱するが、上述の実験中気づいたのは、距離の比を評価するための特定の星を注視すると、その星は、空の中にひっこんでいくように見える傾向があるという事実で、これが 3.6 の B にふれた凝視による変形の一つである。次に、3.7 の A についても簡単にふれておく。

3.9 我々は、周囲の全方向を一挙にみることは出来ない。 VS^3 はいろいろに動かした視線の総合的“出来上がり”である。HP, HZ (3.6) のそれぞれにおいて、そこに定曲率を想定するのは、物理空間に対する Helmholtz-Lie の議論 (近藤, 井関, 1981, Krantz, et al., 1989, Busemann, 1955) と同じ根拠に立っている (Indow, 1991)。但し、物理空間にあっては、物体が変形せずに移動できるための条件を考えているのに対し、視空間では知覚上の形、大きさを保存する運動を考えている。そのためには X における刺激の形態、大きさは、適宜、変化させなければならない。 X における如何なる条件の下で、どの範囲まで知覚上の自由運動が成立するのか分からないが、その範囲を超えた VS については定曲率を想定する根拠はなくなる。哲学者 Heelan (1982) の Luneburg に対する批判は、基本的には、この点にふれているよう私には思われる。アレイ実験の大きさの範囲では HP, HZ それぞれの内部で、特に HP 内において、上述の自由運動が成立しないとは考えられないが、 VS のこの二つの部分空間を通しての自由運動は存在しない。従って、HP において $K=0$, HZ において $K<0$ となったのも、我々の知覚の事実と矛盾しないのかも知れない。なお、HP の中では、形の合同に加え、相似が知覚される。合同だけでなく K は定数であればよいが、相似が厳密に成立するためには $K=0$ でなければならない。我々は、風景写真の中にその原型を認めるのであるから、HP におい

て $K=0$ となったのは当然とも言え、それだからこそ人類はユークリッド幾何学に到達したのかも知れない。尤も、写真、絵画の中に人間は、角度を含め、どこまで厳密に相似を見ているか、遠近法などとの関連において、これは慎重な研究に値する問題であると思っている。

4. 表面色の体系

文献は日本色彩学会 (1980)、印東 (1960, 1985)、Indow (1988)。我々の視線の末端には、無彩色を含め、必ず色が知覚されている (VS2)。それだから、Aristotle を始め Newton, Goethe, Maxwell, Ostwald, Helmholtz など、自然研究史上のヒーロー達は皆その研究に手を染めて来た。Schrödinger を最後に現在では色彩そのものの研究に手を出す純物理学者はいない。これは、物理学の研究対象が人間の感覚を超えた現象に拡がったからで、かつて VS における色彩は人間にとって自然の一部であった。しかし、それが物理空間 X における色光刺激 (400-700 nm にわたる電磁波スペクトラム) に対応して“出来上がった”心理過程であることは既に述べた。本節でも、必要があれば、物理過程はゴチ、心理現象にはアンダーラインを用いる。我々が識別できる色の数は約 700 万に達し、文字通り“いろいろ”であるが、この多様性を組織化した体系は既に確立されている。ある空間の中の点として各色を位置づけられるのであれば、その数が幾らあってもかまわない。こういう体系を表色系、その空間を色空間という。幸い、実用上これは 3 次元ですむ、それは物理的な理由からではなく、我々の視覚系の特性によるのである。もしそれが多くの次元を要するものであったら、我々は、カラー写真も、カラーTV も、持ち得なかったであろう。

同じ色刺激に対しても色彩はいろいろな現れ方 (mode) をする。最も重要なのは次の二つで、ここではそれ以外には言及しない。普通は何かの表面の色として見え、これは表面色と呼ばれる。一方、晴れた青空のように、空間を満たしている光の色として知覚される場合があり、これを開口色という。開口色とは妙な名前ではあるが、その由来は後にわかる。私は、手でさわれるように見えているか、指がその中に入っていくように見えているかで区別するのが、最も分かり易いと思っている。無彩色の明度は、表面色では黒から灰を経て白に、開口色では暗から明にかわる。開口

色は、金、銀のように表面のつやに関する色は勿論、茶色にもなり得ない。茶色の表面色をひきおこす色光刺激は、開口色では暗い黄赤に見える。光はプリズムによりスペクトラム $\{S(\lambda)\}$ に分光できる。 $S(\lambda)$ は波長 λ の電磁波の放射エネルギーで、 $\lambda=400\sim700$ nm. ある波長だけがエネルギーをもち他に波長では $S(\lambda)=0$ の場合、単波長光という。標準観察条件の下でも、 $\{S(\lambda)\}$ と色との対応は多対一で、同じ色をひきおこす $\{S(\lambda)\}$ のパターンは無数にある。これらの $\{S(\lambda)\}$ は相互に metamerics といわれる。

「CIE 表色系」開口色の体系で、CIE は国際照明委員会の略号。これは次のような観察を基礎に光学関係者によって構成された。ここでは原理だけを述べる。周囲が暗黒または灰色の小スリットの半分に色光刺激 F を、他の半分に、例えば $\lambda=700.0, 546.3, 435.8$ nm. の三単波長光を導入し、後者のエネルギーを適当に調節すると、 F がどのような $\{S(\lambda)\}$ であっても、両半分は全く同じ色に見えるようにすることが出来る。即ち、スリット全体は一色の光によって満たされるので、これが開口色という名称の由来である。これを混色による等色 (matching) という。これら短波長光は単独ではそれぞれ赤、緑、青に見える光なので、等色が成立した時のエネルギーを R, G, B と書けば、 F はこれらを座標とする 3 次元空間の一点 (R, G, B) で表される。これが CIE の RGB 表色系である。マッチングは視覚の上で成立しているので、 F と metamerics なすべての $\{S(\lambda)\}$ は同じ点で表されることになり、この空間の点と色とは一対一に対応している。この座標に類似変換、射影変換をほどこしてもこの一対一対応は保存されるので (Grassmann の法則)、 F を三組の変数 (x, y, Y) で表す方が便利である。この変数であれば、色の明るさは Y (輝度) だけの関数になり、色調 (赤、黄など)、彩度 (その冴え方) は (x, y) 平面における位置で示される。 x, y は無次元数、 Y は mL などの単位を持つ。それぞれの Y の値に対応する平面 (x, y)_r を CIE の色度図という。以前は F を分光し (x, y, Y) の数値を求める測色計算 (三つの数値積分) は極めて面倒だったが、今ではすべてを自動的に行う装置がある。機械的に測れるからと言って、これらは物理量ではなく、色光刺激 F が標準観察条件の下で人間の視覚系に及ぼす効果を表す数値なのである。標準とは対比、順応などの影響がなく、 F が主として網膜の中心だけを刺激する状態を差す。色覚正常者であっても個人差があるから、平均としてという意味であるが、等色の平均デー

タは極めて安定したもので、且つ、座標変換に関しても一貫性をもつことが実証されている。物体の色（上述の視覚に対する効果）は、それを CIE 標準光源からの光で照明した時の反応光 F を測色し、その (x, y, Y_c) で表示される。 Y_c は反応光 F の輝度と照明光の輝度との比（無次元数）で、これを視感反射率と言う。

「マンセル表色系」日常、我々が見ているのは表面色である。それに秩序を与えることはいろいろな研究者によって試みられたが、ここでは最も代表的な表色系だけについて述べる。これは 1900 頃から A.H. Munsell (ボストンの画家、教育家) が着手し、1937 から米国光学協会 (OSA) の委員会が検討を重ねて、1943 に一応の完成をみた色票のセットである。色票は円柱座標軸によって配列され、垂直中心軸が黒-白の変化 (V)、 V の各レベルにおいて極座標の中心からの偏角と距離とが色調 (H) と彩度 (C) を表し、カッコの略号を用いることになっている。色票は H, V, C それぞれの座標軸の上で隣接するもの同士が同じ大きさの色差をもつよう選ばれた。但し、異なる座標軸間の歩幅を統一する試みはなされていない。CIE 表色素を構成した光学者を中心とするに 40 名の委員会が検討したのも、やはり、それぞれの属性における感覚上の等歩度性で、300 万に及ぶ視覚評定をまとめて決定された色票の (x, y, Y_c) の表があり、色票のメーカーはこれに従って着色する。なお、この評定のやり方について委員の間でいろいろな意見が分かれた記録が残っている (印東, 1960)。ある物体の表面色をマンセル色空間の中に位置づけるには、標準照明下でそれと色票セットを見比べ、最も近い色票の座標の値 (H, V, C) で表せばよい。多くの場合、視覚的に内挿する必要があり、色票は各座標軸上の等歩度の目盛りに対応する。

CIE 色空間は、色刺激 F の効果を一義的に表し、且つ、トポロジーの定義できる空間であるが、二点間のユークリッド距離がその二色の色差を表すようになっていない。もし色空間が全体として感覚的に等歩度であれば、A) その中の点 P の周りにその色の角方向 γ への弁別閾 (弁別される最小の刺激差) $\Delta\gamma$ をプロットすると、それはどの P においても同じ大きさの球になるはずであるが、CIE 色空間においてはそれとは著しく異なった形になる。B) V の一定なマンセル色票はユークリッド平面において同心円状に配列されている、もし、色度図上 $(x, y)_r$ が感覚的に等歩度であれば、その上における標準色票の布置は同心円なるべきとも考えられるが、そうはならない。色彩科学者はこ

の二つの規準を同等に扱い、そのいずれかの規準をみたすよう CIE 色空間を変換することをいろいろ試みた。これを UCS の探求という。今なお決定的な結果は得られていない。

上述の規準 A は局所的 (im kleinen), B は大域的 (im grossen) であるから、両者は必ずしも同等ではない (Indow, 1994)。また、マンセル表色系をそのまま大域的規準と見なすのには飛躍がある。一属性でのみ相違する小幅な色差に対して metric が定義されていても、例えば V が等しいが色調、彩度において異なる二色間の色差が (H, C) 平面の斜めの距離によって表されるという保証はまだ与えられていない。色票は 3 次元のユークリッド空間 E^3 に配列されているが、定義上そういう風に並べられただけで、マンセル色空間がユークリッド測度をもつという意味にはならないし、各軸間に統一された単位も定義されていない。私が MDS によるマンセル色空間の研究を手がけてから今年で 35 年になった。その総合報告は Indow (1988) をご覧頂きたい。今まで用いられた人間の判断は、CIE 表色系においては二色光刺激間のマッチング (D1)、マンセル表色系では一属性のみにおいて異なる色をもつ色票の選出 (D1) と、一軸上に隣接する色票間の色差の大きさのマッチング (D2) であった。今度は二属性以上にわたって異なる色差の大きさの評定が必要になる (D3)。 n 個の色票につき、そういう色差の尺度の行列 (d_{ik}) がデータとして与えられていれば、各色を表す点の布置 $\{P_i\}$ が定義できる。もともとマンセル表色系は E^3 の中に配列されているのであるから、前節と異なり、まず E^3 の中に布置を構成することを考えるのが当然であろう。始めは前節の「距離の尺度化」と同じく、 i 色と j 色の相違 δ_{ij} と i 色と k 色の相違 δ_{ik} との比 $r_{i,jk}$ を評定して貰う方法をとったが、ある理由により、1972 以降は以下に述べる方法に切り替えた。また、色差の見方には被験者間に質的個人差があるかも知れないので、個人的に $\{P_i\}$ を構成することから出発した。幸い、個人差は量的のものに限られる事実が示されたので、 (d_{ik}) を求める段階で正常色覚者 5 名程度の評定の平均値をとり、それに対し一つの $\{P_i\}$ を構成することにした。さもなければ、 n を大きくすることは不可能であった。コンピュータの高性能化も伴い、今までの最高は $n=178$ である。充分に大きく、且つ、偏りのない色票のセットについて $\{P_i\}$ を構成しないと、色彩科学にとって意味をもつ結果にならない。

図3.

マンセル三属性のうち、その等歩度性が最もよく検討されているのは黒から白にいたる無彩色の系列で、これは Munsell Value Scale と呼ばれている。OSA 委員会以前にも Munsell の息子 A.E.O. Munsell など (1933) によって等分割法による実験も行われた。 $V = f$ (視感反射率 Y_e) は下に凹な曲線で、理論上の黒 ($Y_e=0$)、白 ($Y_e=1$) は $V=0, 10$ と定義されているが、その色票は実際には作れない。標準照明の下、中等程度の灰色 ($V=4\sim 7$) の背景の上であれば、すくなくとも $V=3\sim 8$ の範囲で等歩度が認められることは、我々の実験でも示された (Indow & Kawai, 1960)。そこで、 $0.4 V$ のステップで 3 から 8 にいたる無彩色の系列を貼った計算尺のようなものを用い、提示された二色間の色差 δ_{jk} と同じ大きさの差を持つ二つの無彩色 a, b を選んで貰い、 $|V_a - V_b|$ で色差の値とした。即ち、 δ_{jk} と無彩色の明度差とのマッチングで (D 1)、同じ δ_{jk} に対するマッチングは無彩色系列の異なる位置でくりかえされ、その平均値を δ_{jk} の尺度値 d_{jk} とした。これならば、実験は比較的早く進み、 d は V の単位をもつ尺度になる。前節にもふれたが、相違がある限度以上になると、ただ“まるで違う”と感じるだけ

で、人間はその差の程度を評価できない。この場合、その限度は $V=3.5$ 程度で、評価される色差もこの範囲の大きさのものにとどめたので、 (d_{jk}) は不完備行列である。

4.1 n 個の色を表す布置 $\{P_j\}$ を納める E の次元は、三属性において異なる色票の場合は 3、 V を一定にし H, C のみ異なる色票の場合は 2 になった。non-metric MDS (印東, 1976) を用いたのであるが、個々の実験において、入力データ d_{jk} と P_j, P_k 間の距離との対応は、自動的に、原点を通る直線状になっていて、散らばりの幅 Δ_d (直線からの d_{jk} の偏差の自乗の平均の平方) は $0.20\sim 0.26 V$ であった。無彩色の明るさの識別閾が $0.08 V$ 程度であることを思えば、常に $\{P_j\}$ は充分な精度をもって (d_{jk}) を再現出来る。しかし、この Δ_d を最小にすることだけに努めると、 $\{P_j\}$ がデータのノイズを拾ってしまうので、その兼ね合いが難しく、図 3 に示した布置は幾つかの実験による $\{P_j\}$ を総合した結果で、この布置の点間距離に対する Δ_d は $0.4 V$ 近くになるが、それでも結構小さいと云える。

4.2 $\{P_j\}$ において、 V に当たる軸と H, C を表す平面とは、常に直交していた。マンセル表色系の色票

はこの定義に従って配列されている。ここに、この定義が妥当なものであったことが実証されたと言える。図3の布置にはCの各レベルを示す曲線と各Hの方向を表す放射線が描かれている。マンセル表色系の定義では、前者は間隔の等しい同心円になるべきで、次の点を除けば、大体そうになっている。中心からの最初のステップは他のC間のそれより少し大きく、無彩色色から始めて色調をもつ色になるのは、単に彩度が増加していくのと質的に異なる変化であることがわかる。また、最大のCに当たる円にいたるステップは少しせまく、このレベルでは彩度の増加が飽和してくることを示している³⁾。一方、各Hの方向を表す放射線については、次の事実を指摘できる。マンセル表色系の定義では、5Rなど5がつくのがそのHの代表的な色ということになっている。Munsellは赤R、黄Y、緑G、青B、紫Pを基本色調と定義し、円を五等分してそれぞれの方向としてふり当てた。これは画家としての彼の直観という以外に根拠を持たない。CIE表色系のところで、すべての色光刺激Fは短波長光R、G、Bの適当な混合によって等色されることを述べた。この事実は古くから知られていて、網膜には三種の感光細胞があるのではないかという仮説が提出されていた。たしかに700万もの色の知覚がそれぞれ質的に別種の刺激効果に基づくとは考え難い。後にこの仮説は神経生理学者によって実証された。即ち、Fは三種の感光細胞にある興奮のパターンを引きおこし、これとR、G、Bが引きおこす興奮のパターンが一致するので等色が成立する。黄Y対応する感光細胞は存在しないが、黄色の中に他の色調は認められないので、これを基本色調の一つに数えることには多くの人が同意している。ところが、誰でも紫Pには赤味と青味を感じ、Munsellがこれを基本色調に加えたのを不思議に思う人は少なくない。彼は日記(1990, 3月13日)の中に「虹がこの5色からなっているから」と書いている(Nickerson, 1969)。私は子供の時、虹は7色と教わった。スペクトルを眺めると特に左の部分が広く、Munsellは赤

と青の間に何かをおきたかったのではないかと思うが、基本色調を幾つに定義するかということより円をa prioriに五等分したことに問題がある。図3の{P_j}の放射線は5Gと5Bの間が特に狭くなっている。青葉、青物市など日本語ではアオとミドリを混用しているので、私は以前にそのせいかもしれないと思った⁴⁾。しかし、米国で行った実験でも全く同一の結果になり、今では次の述べる解釈の方が正しいと思っている。

4.3 図3には5人の被験者がそれぞれ最も純粋な色調と感じる方向を示すベクトル f_{ai} 、 a は色調、 i は個人、の束も示されている。色票 j 一つ一つについて、各被験者 i は次のような評定を行った(D3)。まず、その色の中にどれだけの色味を感じるか、によって与えられている線を分割する。線の左端を0、右端を1として、色味が薄ければ0に近く、冴えた色なら1に近いところに印をつけるので、この分量を $0 < \xi_i(j) < 1$ とする。 $1 - \xi_i(j)$ が無彩色成分に当る。ついで、 $\xi_i(j)$ を幾つかの色調成分 α に分割する印をつける。もし、 j がオレンジであれば、 $\xi_i(j)$ はRとYとにほぼ等分されるであろう。これを $\xi_{Ri}(j)$ 、 $\xi_{Yi}(j)$ とする。円の内側は5基本色調に従って、外側はPを除いた4基本色調に従って評定した結果である。 $\xi_i(j)$ をこの中の幾つの基本色調成分に分割するかは被験者 i の自由であるが、普通は2成分以上に分割されることはない。こういうデータ行列 $\{\xi_{ai}(j)\}$ と $\{P_j\}$ から、各基本色調の個人ベクトル f_{ai} は次の想定に基づいて定義された。 $\{P_j\}$ の f_{ai} に対する座標(反変成分)を $y_{ai}(j)$ と書き、例えば j がオレンジの場合、 f_{Ri} と f_{Yi} は P_j を挟む位置になるが、 $\xi_{ai}(j) = f(y_{ai}(j))$ 、 $y_{ai}(j) > 0$ 、はベキ関数とする。

$$\xi_{ai}(j) = (a_{ai})(y_{ai}(j))^b \quad (4.1)$$

f_{ai} の方向、単位パラメーター a_{ai} とベキ b_{ai} の値はこの曲線の周りの $\xi_{ai}(j)$ の散らばりを最小にするよう決められた、曲線は下に凹($b_{ai} < 1$)のことも、凸($b_{ai} > 1$)のこともある。このプログラムについても、また、基本色調成分の尺度化についても、まだ改良の余地が多い。特に、後者の評定(D3)が整合性をもって行われたか、 $\xi_{ai}(j)$ が何を表していることになるのか、更に検討すべき問題であるが、少なくとも次の事実は疑い

3. 点の布置 $\{P_j\}$ を、 K を最適化しながら、定曲率 K のリーマン空間に構成するMDSプログラムによると、 $K > 0$ とすれば、これらの不斉一は、多少、避けられる(Indow, 1988)。但し、この表現が色彩科学上どれだけの意義を持つかは疑問である。ユークリッド以外の色空間を考えるならば、定曲率を前提としない方が合理的であるが、そのプログラムにはまだ成功していない。

4. アオとミドリとを混用するのは、日本語だけではなく、インド・ヨーロッパ系以外の言語ではひろく認められるのだそう(Bornstein, 1973), grue-phenomenonと呼ぶ言語学者もあると聞いている。

をいれない。各基本色調 α に対する個人ベクトルの束 $\{f_{ai}\}$ を見ると、 $\{f_{ni}\}, \{f_{ri}\}$ 等はいずれも布置 $\{P_j\}$ における 5R, 5Y の色票の方向と一致しているが、 $\{f_{bi}\}$ だけは 5B よりずっと P よりの位置になっている。逆に言えば、5B と定義されたマンセル色票は純粹のアオではなくミドリがかった色なので、 $\{f_{bi}\}$ 束の方向にある色票を 5B とする方が適当ということが判明した。1979 に指摘して以来、このことは多くの色彩科学者、特に実務家の方々から賛意を得ている (McCamy, 1993)。OSA の検討委員会がこれを見過ごしたのは不思議であるが、ただ隣接する色票間の等歩度か否か (D 2) だけに着目していたからであろう。色差の尺度を用い、それを点間距離とする布置 $\{P_j\}$ を可視化し、且つ、基本色調成分の尺度を併用したことによって始めてもたらされた発見である。

4.4 E^3 の中に構成された $\{P_j\}$ の点間距離はデータ (d_{jk}) をよく再現しているが、それは $d_{jk} < 3.5 V$ の範囲内のことで、マンセル表色系全体がユークリッド構造ということにはならない。マンセル表色系は局所 Euclid metric をもつ 3 次元多様体と見なせるというのが正しいであろう。また、上述の方法によって尺度化された d_{jk} は、一列に並んだ P_j につき第 3 節の「距離の尺度化」において述べた加法性から系統的にはずれる傾向を示すことが見出された。従って、局所というのも前述の $3.5 V$ の範囲より小さいと考えるべきであろう。この観点の下で、この局所の中に線素 ds を考えられるか、という問題について簡単にふれておく。ある色光刺激 F からそれを γ 方向に $\Delta\gamma$ だけを変化させ、 F と $F' = F + \Delta\gamma$ が始めて弁別出来ると認められる時、 $\Delta\gamma$ をこの方向の弁別閾という。いろいろな F につき CIE 色空間の中に $\Delta\gamma$ をプロットする研究は、MacAdam (1942) 以来、数多く行われ、それは F により著しく異なる楕円体になる。こらが CIE 色空間が感覚的に等歩度でない事実の一つであることは前に述べた。そこでふれた UCS の一つの問題は、CIE 色空間を $\Delta\gamma$ を線素 ds にもつリーマン空間として検討することであった (印東, 1989)。しかし、この ds を累積した geodesic で色差が定義できることを示した人はいない。これらの実験はすべて開口色についてで、原理的には F を見比べながら、 F' を調整して $\Delta\gamma$ をきめている (D 1)。表面色 F の弁別閾の決定にこの方法を用いる訳にはいかない。表面色は見ながら変化させることは出来ないのである。我々は別の方法を開発し表面色の弁別閾 $\Delta\gamma$ を決定した (Indow & Morrison, 1991,

Indow, et al, 1992)。この $\Delta\gamma$ を前述の MDS による $\{P_j\}$ の中にプロットした場合、どの P_j についても同じ大きさの球になるか、ということが問題である。もしなれば、その距離は弁別閾から中程度の色差までを含めた metric という意味を持つ。まだ充分な結果は蓄積されていないが、どうもそういうことにはならないように思われる (Indow, 1993)。これは弁別するという心理作用と色差の大きさの認知するという心理作用との関連を考える上で重要な鍵になる。

視空間 VS の場合、空間周波数に対するレスポンス関数、両眼視差による相対的奥行き知覚など、関連する視覚系の機構についてはともかく、“出来上がり”としての VS そのものに直結する生理過程については何も知られていない。色を“出来上がり”させている生理過程に関する我々の知識はそれよりはましである。三種の感光細胞に関する生理学の知見が混色という心理物理実験に導かれたものであることは先に述べた。更に、赤-緑、黄-青の知覚に対応するらしい分極した二つの神経興奮が発見されたのも色に関する我々の経験に導かれてのことである。赤-緑、黄-青が相互に補色といわれる関係にあることは、やはり混色実験により知られており、4.3 に述べたように、一つの色の中に感じられる成分は二つまでで、黄赤、青緑などはあっても、赤と緑、黄と青とが同時に成分になることはないのである。図 3 のベクトル束 $\{f_{ai}\}$ については、この観点から更に論じるべき問題があるが、ここでは立ち回らない。また、人間は連続である色空間をいかに区分した色名を用い、それが生活環境といかに関連しているか、これらは我々の認知の成立にとって興味深い問題であろう。いずれも、尺度を導入して始めて論じられる問題なのである。

5. 官能検査及び総括

尺度化が意義をもつのは純学術的研究だけではない (印東, 1970)。日本科学技術連盟が増山元三郎博士、浦昭二博士を中心に品質管理の一環として 1955 に官能検査委員会を発足させた当初から、私はその一員であった。尺度化との関連において、その経験の一旦を述べることにする。大部分の成果は新編・官能検査ハンドブック (1973) に納められている。この初版は 1962 の出版で、当時は勿論、現在でもこれだけまとまった類書は世界中にない。重量や強度と異なり、食品の味、香料の匂い、織物の風合い、スピーカーの音質など物

理・化学的手法で計測出来ない品質は検査員の感覚に頼らざるを得ないので、これをなるべく客観的に行いたいというのは当然の要求である。官能検査というのはいささか誤解を招き兼ねない名前であるが、醸造業界で用いていた名称が定着してしまったらしく、今さら変えようがない。数点の試作品 (s_i), $i=1, 2, \dots, n$ の中から最良の一つを選ぶというのであれば、以前から3点比較 (triangle test), 1:2点比較 (duo-trio test) などがよく用いられ、判断は二値である (D2)。被験者母集団にとっての刺激の特定の値、刺激閾、弁別閾を決定する場合には、個人が行う二値判断 (D2) に伝統的な psychophysical methods を適用すればよい。一方、刺激の値 s につれて変化する感覚を表す尺度 X を定義し、両者の関係 $X=f(s)$ を決めたいという要求もあり、これは特に研究段階において多い。私が関係しただけで、鉛筆の芯の硬さ、四種の基本的な味 (甘さ、苦さ、辛さ、酸っぱさ)、写真、TV の画像の美しさの尺度化などがある。刺激 s は、味の場合は蔗糖、キニーネなどの濃度 (スカラー値)、画像の場合は濃度曲線のガンマ、ノイズ、粒状性、周波数帯域など多次元である。鉛筆の場合、物理量 s としては芯の曲げ強度あるいはヴィカース強度などであるが、HB, F, H, ..., 9H という硬度記号を s として X をプロットするのも有益である。ある H と次の H との間の X の差はどの H においても同じになり、この $X=f(s)$ はなめらかな直線になって貰いたいであろう。この実験を行った時点では、ある社の結果は少々デコボコで、4H と 5H の間、7H と 8H の間で特に差が大きかった。この尺度化には第1節に述べた Thurstone 一対比較判断と第3節の「比の評価」とを併用している。同じ硬度記号の鉛筆もいろいろなバッチで製造されたものが用いられているので、実験に用いられたサンプルのせいではない。従って、必要なら、それがなめらかな変化になるよう工程を変えればよい。上述の情報が得られたのは X が尺度値だったからである。もし、被験者に硬さのランキングだけして貰えば、順序を示す数値は簡単に得られるが、その平均値は硬度記号と同じ順序になるだけで、工程を検討する参考にはならない。芯の硬さの比較に質的な個人差は認められないが、味覚の一対比較では (ある濃度の蔗糖、ある濃度のキニーネ) など、即ち、別種の味の間の強さの比較も含まれ、また、味覚の専門検査員と一般人とを含めて実験が行われているので、被験者間に質的個人差がないことを示し、その上で四種味覚を通し統一的な尺度を被験者

母集団について構成している (Indow, 1966)。

第3, 4節においては、尺度を通して潜在過程の構造を可視化することが主眼であったが、官能検査ではそれはあまり問題にならない。味覚の生理的研究であれば、尺度値 X と潜在変数としての味の強さとの関係を問題にしなければならないが、一般には尺度値から何が言えるかということの方に関心がある。一旦、尺度値 X が定義されれば、それらの数値の間に、差 $D_{jk} = X(s_j) - X(s_k)$ も、比 $R_{jk} = X(s_j)/X(s_k)$ も決まる。 s に対応する潜在変数を θ とし、 X が θ 間の差についての評価から構成された尺度 ($X=u$) であれば D_{jk} が、 X が θ 間の比についての評価から構成された尺度 ($X=v$) であれば R_{jk} が意味をもつのは当然であるが、一般に一つの尺度値 X において D_{jk} , R_{jk} の両方が意味をもつという訳にはいかないのである (印東, 1977b, 印東, 小野, 池田, 1977, 3章, Indow & Ida, 1977)。同じ θ について、二つの尺度 u, v を構成すると、両者の

図4. 二つの感覚尺度間の非線形性。

関係 $v=f(u)$ は線形にはならず、その曲がり方は θ によって異なる。 u 尺度の原点を v 尺度の原点にあわせると、 $v \propto u^\beta$, $\beta > 1$, で近似できる曲線になり (図4), β の値は θ とその尺度化される範囲とによって変わる。感覚刺激 s と θ との間に生理過程という入力側インターフェイスがあるように、 θ に基づいて差あるいは比の判断が生成されるまでの間には出力側インターフェイス (判断生成機構) があり、 θ の差や比が直接観察される訳ではない。図4のAグループは人間が感じ得る θ の全範囲をカバーするよう構成された感覚尺度、Bの二つはその範囲の一部だけしかカバーしていない場合で、点曲線はAの曲線を上にズラしたものである。感性は異なっても、Aについては θ の全範囲に対する u, v の幅を同じに取ると、また、Bについては θ の範囲をその一部に取ると、すべての点は重なるように見えないことはない。こういう重畳は自由度が大きいため、まだ何とも言えないが、もしそれが事実であれば、非線形は判断生成機構そのものの特性ということになる。いずれにせよ、 X が u 尺度であれば $u(s_j)/u(s_k)$ で (s_j, s_k) について人間が下す比の評価を、 X が v 尺度であれば、 $v(s_j)-v(s_k)$ で (s_j, s_k) について人間が下す差の評価を予言することは出来ない。唯一、両尺度の関係が線形 ($\beta=1$) に近くなるのは視空間における長さ、距離 ($\theta=d$) の場合で、それだから、 v 尺度としての d が u 尺度が充足すべき加法性を示した (第3節)。これには二つの理由が考えられる。一つは $d=0$ の意味が直観として明確であること、もう一つは、VSにおける d の可能な変化範囲が極めて大きいのに対し、この実験条件下の d はその一部の範囲に過ぎないことである。色差 ($\theta=d$) の場合も (第4節)、マンセルV系列とのマッチングによる $d(d)$ は u 尺度で、これと比評価による v 尺度としての $d(d)$ との関係はAにマル印で示されている。マンセル色空間に局所的にしか metric を導入しなかった理由の一つはこの非線型にある。上述の鉛筆の芯の硬さの官能検査では u, v 両尺度を同時に構成した。その関係はBのバツ印で示され、やはり線形ではない。但し、前述の4H, 5H間, 7H, 8H間の飛躍の大きさ程度なら、どちらの尺度で表しても、それは殆ど変わらない。こういう経験を重ねているので、味覚尺度の場合、あらかじめ食品会社の担当者にたざしたところ、消費者の差の印象を重視したいという意見だったので、 u 尺度に相当するものを構成したのである。米国には v に相当する尺度があり、甘さの場合の両者の関係をAの三角

印で示しておいた。

官能検査であれば、それにより消費者 (被験者母集団) が何と“言う”かを予言できる尺度 X が得られれば、一応の目的は達成される。純学術的研究で同じ立場に立つとすれば、それは“知能とはテストの得点が表すものである”と云うに等しい。こういう安直な logical positivism を超えようとするれば、潜在過程そのものの解析が問題になり、その為には尺度化が不可欠になる。本稿に述べた尺度化が論理的になお不十分なことは重々承知しているが、研究は模索なしでは進歩しない。机上で方法論を批判するよりは、試しながら方法の醇化を図る方が生産的であろう。日本でも海外でも、MDS (印東, 1976)、テスト理論、因子分析法に関心をもつ方々には方法の改良だけに努力を集中し、その適用により有意義な情報を得ることにはあまり興味を示さない傾向が見受けられる。強力な望遠鏡は何台か完成しているのに、実際にそれを天体に向ける観察者が少ないようなもので、私は高度な装置を使いこなせる人が優れた実質的成果をあげて下さることを期待したいと思うのである。モデルのその後的一般化 (例えば、Holland & Rosenbloom, 1986) があるにもかかわらず、敢えて絶対尺度を加えた (第2節) のも、この古色蒼然とした研究によって見出された内容が古くなっているとは思わないからに他ならない。

参考文献

- 印東太郎 (1958) 測定の基礎, 現代教育心理学大系, 9, 測定・評価 (理論編), 71-100, 中山書店
- 印東太郎 (1960) マンセル表色系に含まれる心理学的問題, 横山松三郎先生古希記念心理学論文集, 23-36, 慶応大学心理学三田会
- 印東太郎 (1968) 知能の測定, 八木晃編, 心理学II, 109-129, 培風館
- 印東太郎 (1970) 感覚, 嗜好, 能力の数量化一測れないものを測る話—数理科学, 8月号, 26-35.
- 印東太郎 (1971) 数量化の基礎と方向, 高木貞一編, 現代心理学と数量化, 40-71, 東京大学出版会
- 印東太郎 (1974) 両眼視空間の幾何学, 数理科学, 9月号, 18-25.
- 印東太郎 (1975) 心理学における分布, 行動計量学, No. 3, 482-487.
- 印東太郎 (1976) 多次元尺度構成の発展の経過—米国における舞台裏—, 数理科学, 2月号, 5-12.
- 印東太郎 (1977) 視空間論, 講座・現代の哲学, I, 時間, 空間, 178-201, 弘文堂
- 印東太郎 (1977) 感じとしての数と量—現象の量的印象—数理科学, 4月号, 50-57.

- 印東太郎 (1985) 色彩科学の潮流, 心理学評論, 28, 19-33.
- 印東太郎 (1989) 視覚の心理物理学における微分幾何学, 数理科学, 12月号, 19-24.
- 印東太郎, 小野 茂, 池田 央 (1977) 心理測定・学習理論, 現代統計数理シリーズ, 14, 森北出版
- 印東太郎, 鮫島史子 (1962) LIS 推理因子測定法—non-verbal, 日本文化科学社
- 近藤基吉, 井関清志 (1982) 近代数学 上巻, 現代数学の黎明期, 日本評論社
- 日本色彩学会論 (1980) 新編・色彩科学ハンドブック, 東京大学出版会
- 日科技連官能検査委員会編 (1973) 新編・官能検査ハンドブック, 日科技連出版社
- 失語症研究会 (1975) 標準失語症検査手引き, 失語症研究会 (荏山カンファレンス)
- Bornstein, M.H. (1973) Color vision and color naming: A psychophysiological hypothesis of cultural difference, *Psychological Bulletin*, 80, 257-285.
- Busemann, H. (1955) *The geometry of geodesics*, New York: Academic Press.
- Filehne, W. (1912) Die mathematische Ableitung der Form des Scheinbaren Himmelsgewölbes. *Archiv fur Physiologie*, 5, 1-32.
- Holland, P.W. & Rossenbaum, P.R. (1986) Conditional association and unidimensionality in monotone latent variable models. *Annals of Statistics*, 14, 1523-1543.
- Heelan, P.A. (1983) *Space-Perception and the philosophy of science*, Berkeley: University of California Press.
- Indow, T. (1958) Mental growth curve defined on the absolute scale; Comparison of Japanese and foreign data. *Japanese Psychological Research*, 6, 35-48.
- Indow, T. (1966) A general equi-distance scale of the four qualities of taste. *Japanese Psychological Research*, 8, 136-150.
- Indow, T. (1979) Alleys in visual space. *Journal of Mathematical Psychology*, 19, 221-258.
- Indow, T. (1982) An approach to geometry of visual space with no a priori mapping functions: Multidimensional mapping according to Riemannian metrics. *Journal of Mathematical Psychology*, 26, 204-236.
- Indow, T. (1988) Multidimensionnal studies of Munsell color solid, *Psychological Review*, 95, 456-470.
- Indow, T. (1988) Alleys on an apparent front-parallel plane, *Journal of Mathematical Psychology*, 32, 259-284.
- Indow, T. (1990) On geometrical analysis of global structure of visual space. In H.G. Geissler (Ed.) *Psychophysical Explorations of Mental Structure*. 172-180, Toronto: Hogref & Huber.
- Indow, T. (1991) A critical review of Lunburg's model with regard to global structure of visual space. *Psychological Review*, 98, 430-453.
- Indow, T. (1993) Indiscriminable regions, color differences, and principal hues. *Die Farbe*, 39, 15-23.
- Indow, T. (1994) Metrics in color spaces: Im Kleinen und im grossen. In G.H. Fisher & D. Leming (Eds.) *Contributions to Mathematical Psychology, Psychometrics, and Methodology*, 3-17, New York: Springer.
- Indow, T. (1995) Psychophysical Scaling; Scientific and practical applications, In R.D. Luce, D'Zmura, M., Hoffman, D., Iverson, G.J., & Romney, A.K (Eds.) *Geometric Representations of Perceptual Phenomena: Papers in Honor of Tarow Indow on his 70th Birthday*, 1-28, Mahwah, NJ. Lawrence Erlbaum.
- Indow, T. (1996) Hyperbolic representation of global structure of visual space, Institute for Mathematical Behavioral Sciences, University of California Irvine, Technical Report, MBS96-06.
- Indow, T. & Ida, M. (1977) Scaling of numerosity. *Perception and Psychophysics*, 22, 265-276.
- Indow, T. & Kawai, T. (1960) A construction of uniform scales on various backgrounds in unified terms. *Japanese Psychological Research*, 2, 1-12.
- Indow, T., & Morrison, M.L. (1991) Construction of discrimination ellipsoids for surface colors by the method of constant stimuli. *Color Research and Application*, 16, 42-56.
- Indow, T. & Samejima, F. (1966) On the results obtained by applying the absolute scaling model and the Lord model to the field of intelligence. *3rd Report, The Psychological Laboratory on the Hiyoshi Campus*, Keio University.
- Indow, T., Robertson, A.R., Grunau, M. von, & Fielder, G.H. (1992) Discrimination ellipsoids of aperture and simulated surface colors by matching and paired comparisons. *Color, Research and Application*, 17, 6-23.
- Krantz, D.H., Luce, R.D., Suppes, P. & Tversky, A. *Foundations of Measurement*, Vol.1 (1971), Vol. 2 (1989), New York: Academic Press.
- Lord, F.M. & Novick, M.R. (1952) *Statistical Theories of Mental Test Scores*. Reading, Mass.: Addison-Wesley.
- McCamy, C.S. (1993) The primary hue circle. *Color Research and Application*, 18, 3-10.
- Neuberger, H. (1951) General meteorological optics. In T.H. Malone (Ed.) *Compendium of meteorology*, 61-78, Boston: American Meteorological Society.

- rological Society.
Samejima, F. (1969) Estimation of latent ability using a response pattern of graded scores. *Psychometric Monograph*, No. 17.
Sterneck, R. von (1907) Der Sehraum auf Grund der Ernahrung. *Psychologische Untersuchun-*

gen, Leipzig: Johan Ambrosius Barth.
Thurstone, L.L., & Thurstone, T.G. (1941) Factorial studies of intellengence. *Psychometric Monograph*, No. 2.

—1995年11月8日 受付—