地域事象の計量分析における諸問題

奥 野 隆 史

SOME PROBLEMS IN QUANTITATIVE ANALYSIS OF
REGIONAL PHENOMENA

Takashi OKUNO

1. ま え が き

地域事象の最大の特徴はそれが 2 次元的 (=空間的) な特性を持っていることである。したがって、この事象の計量的な処理にさいしてはこの特性を考慮したアプローチおよび既存の計量的分析法の適用の工夫が当然のことながら必要とされる。ここでは、地域事象を専門的かつ計量的に研究し、地域理論の構築を旨とする計量地理学の分野で行われてきた、それらの工夫およびその問題点を整理し、基本的なものを述べることにする。

2. 点的地域事象の分布パターンの分析

地域事象は研究対象地域のスケールいかんによって点・線・面のいずれかにみなし得る。例えば、関東地方の諸都市を見るとき、その地方を小スケール地図の意味で取れば、その諸都市は点的な事象に、大スケール地図で取ればそれは面的な事象となろう。この意味での点的事象の空間的な分布パターンの分析は、地域研究におけるもっとも重要な課題の一つであり、この分布特徴を計量的にとらえるところみは点分布パターン分析といわれ、計量地理学の中心課題の一つとなっている。それは、この分析を通じて点的事象の立地過程や分布システムの解明が可能となるからである。

2.1 地域的積率

点分布パターン分析の方法は二つに大別できる。一つは、通常の諸事象の 1 次元分布に関する測度として定義されている平均や分散などに対応した、2 次元分布についての記述統計量を誘導し、それによって任意の地域の点的事象の分布パターンを計測・記述することのみである。

る。このところみは地域的積率 (areal moment) の問題といわれ、Bachi (1963) や Neft (1966) などによって研究されている。それらによると、ある地域における任意点 j に関する n 次積率 M_n は次式によって与えられている。

$$M_n = \left(\sum_{i=1}^N p_i r_{ij}^n \right) / P \quad (2.1)$$

ここでの N は地域における点の数、 p_i は点 i に対する比重、 r_{ij} は点 i から点 j までの距離、 $P = \sum_{i=1}^N p_i$ 。

1 次元分布における平均に相当する平均中心 (mean center) は $(M_2)^{1/2}$ が最小となる点 i である。 $p_i=1$ の場合この中心の座標は、任意の原点を持つ直交座標系の第 1 象限に諸点が分布するとすれば、 $M_2 = \sum_{i=1}^N [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]$ を x_j と y_j に関して微分することによって容易に一意的に次のように求め得る。

$$x_j = \bar{x} = \left(\sum_{i=1}^N x_i \right) / N, \quad y_j = \bar{y} = \left(\sum_{i=1}^N y_i \right) / N \quad (2.2)$$

各点に対する比重 p_i が人口である場合、平均中心は人口論でしばしば展開されている人口重心となる。

中央値に対応する中央中心は M_1 が最小となる点と定義されるが、この座標を代数的に見出すことはむずかしく、Porter (1963) が指摘しているようにその解は一意的に定まらない¹⁾。この点において注目されるのは、Seymour (1965) による方眼被覆 (grid overlapping) 法といわれる一種の反復探索法である。この方法は次の 5

* 筑波大学地球科学系 (Inst. of Geoscience, Univ. of Tsukuba)

1) このことは、簡単な仮説事例を提示することによってすでに Hayford (1902) が示唆している。

図1 方眼被覆法 (第1段階)
黒丸はデータ点, 三角は方格点

操作をともなっている。①縦・横ともに同数軸を持つ方眼を対象地域にかぶせる。この場合、方眼の境はその地域に分布する最端4点の位置によって決まる。②方眼内の方格点 (x_0, y_0) からデータ点としての各点までの平方距離の和の平方根、つまり、

$$\left\{ \sum_{i=1}^N [(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2] \right\}^{1/2} \quad (2.3)$$

を求める。③この結果より、最小値を取る方格点の一つだけ抽出する。この座標を (x_j, y_j) としよう。④この点を中心として、前の方眼より細かい新しい方眼をかぶせる。この場合の方眼での縦横両軸の数は前の場合と同じとする。いうまでもなく前のデータ点の一部分しか新しい方眼はおおわない。そして式 (2.3) の x_0 と y_0 を x_j と y_j に置き換えたものにもとづいて距離計測を行い、最小値を取る1方格点を抽出する。⑤以下同様の作業を反復する。ここで注意すべきは、このような操作を過度に反復しても無意味なことであり、いたずらな反復は「偽りの正確さ」をもたらすだけである。

通常の標準偏差に相当する2次元分布における測度は、式 (2.1) の点 j を平均中心とする場合の $(M_2)^{1/2}$ であり、 $p_i=1$ の場合標準距離として知られている。つまりこの種の距離 d は次式によって与えられる。

$$d = \left[\left(\sum_{i=1}^N r_{ic} \right) / N \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

ここでの r_{ic} は平均中心から点 i までの距離。この測度

は相異なる諸地域の点的事象の分布に関するばらつきについての比較に有用であるばかりでなく、1地域をその分布特徴で区分する場合のその有意性を判断するための指標ともなる。それは、地域を k 個の小地域に区分した場合、 d^2 は小地域内平方距離 d_w^2 と小地域間平方距離 d_b^2 との和に等しいからである。すなわち、

$$d^2 = d_w^2 + d_b^2 = \left\{ \sum_j^k \sum_i^{N_j} [(x_{ij} - \bar{x}_j)^2 + (y_{ij} - \bar{y}_j)^2] \right\} / N + \left\{ \sum_j^K N_j [\bar{x}_j - \bar{x}]^2 + (\bar{y}_j - \bar{y})^2 \right\} / N \quad (2.5)$$

である。ここでの (x_{ij}, y_{ij}) は小地域 j における点 i の座標、 $(\bar{x}_j, \bar{y}_j)$ はその小地域での平均中心の座標、 N_j はその小地域での点の数。

これらの地域的積率による分析は、いわば相としての点的事象の分布パターンをいくつかの地域について比較検討するさいには有効であるが、それがどのような形状であるかについては何らの情報も与えない。この要請に応ずるのが下述の方格 (quadrat) 法と近隣単位 (nearest-neighbor) 法²⁾ であり、それに関連する諸問題が点分布パターン分析の中心論題となっている。これら2方法はいずれも、生物個体またはコロニーの2次元分布パターンの認定法とその存在過程の解明法を問題とした生物生態学によって提唱されたものであるが、生物も地球上の事象なので、一般的な地域事象についてもそれらを適用できることは自明といえよう。

2.2 方格法

この方法は対象地域をいくつかの同面積方格に分割し、その方格を集計単位としてその中に含まれる点の数を算えることによって、その数を持つ方格数を度数とする。そして、点的事象の分布存在過程から理論的に導かれた確率モデルの与える分布をその度数分布に適合させることによって、点の分布パターンの形状をそのモデルで表現しようとするものである。適合さるべき確率モデルとしては、ポアソン・負の2項・ガンマ・正規などの基本的なモデルのほかにネイマンA型・トーマスの2重ポアソン・ポリアニエゲンベルガーなどの特殊なものも利用されている³⁾。

点の分布パターンの基本的形状としてはランダム型・

- 2) この方法は隣接性あるいは間隔法とも呼ばれることもある。
- 3) これら各種の確率モデルの一般型を久野 (1974) が導き、各種のモデルをそれにもとづいて位置づけている。

集中型・均等型の3形状が想定されるが、ランダム型にはポアソン分布が、集中型には負の2項分布が一般に適合性がいとされている。ポアソン確率モデル（パラメータ λ の推定値は1方格あたりの点の平均密度が用いられる）がランダム型の表現モデルとして採用されるのは、ポアソン分布が2項分布 $b(x; n, p)$ の極限の場合に成立する確率分布であり、点的事象の出現確率 p が極端に小さいこと、および2項分布がいわゆるベルヌーイの試行について成立する分布であることから容易に理解できよう。集中型に対して負の2項確率モデルが採用されるのは、現実的な意味において、点的事象とみなし得る人口・工場・都市などが集積の利益を受けて立地し、それらの1個体の一定地域における出現が他の個体の出現に伝播的に関係することが多く、その結果として集中型が形成されること、他方、負の2項確率モデルは1回の試行における事象出現がそれ以後の試行におけるそれに連鎖的に影響を与える状況についてのモデルであることによる。負の2項確率分布モデルは次式のようにあらわされる。

$$P(X=x) = \binom{r+x-1}{x} p^r (1-p)^x \quad (2.6)$$

しかし、このモデルの適合のさいに問題となるのはパラメータ r および p の推定である。 r が正の整数の場合はWilliamson & Bretherton (1963) による簡単な推定法—— $\hat{p} = \bar{x}/s^2$, $\hat{r} = \bar{x}\hat{p}/(1-\hat{p})$ （ここでの $\bar{x}$ は1方格あたりの点の平均密度、 s^2 は点の数の分散）——、 r が非整数の場合はAnscomb (1950) が提唱した推定法が利用される。

均等型に適合されるべき理論的な確率モデルについては適切なものが開発されていないが、その開発の一過程として、点がランダムよりむしろ均等に近い分布を呈する形状についてのモデルがDacey (1964a) によって提示されている。そのモデルの誘導過程を地域問題に沿って述べると次のとおりである。 c 個の方格より成る地域にAとBの2種の都市群（例えばアメリカの郡庁都市と非郡庁都市）があり、それぞれの個数を z と m 、全体の個数を n とする。どの方格も都市Aを含む確率 p （ $=z/c$ ）を等しく有するが、各方格はその都市を一つしか含まないこと、および都市Bはランダムに分布し、平均密度 m （ $=n/c$ ）で各方格に含まれることを仮定する。この仮定のもとで任意の方格が合計して x 個の都市を持つ確率はどうかDaceyによって提起された問題なのである。この確率を見出すにさいしては起こり得る2事象を考える必要がある。その一つはその方格

が都市Aを含むとして合計して x 個の都市を持つ、したがってBの都市を $(x-1)$ 個持つという事象と、他の一つはその方格がAを含まずに合計 x 個の都市を持つという事象である。前者の事象の確率は $pm^{x-1}e^{-m}/(x-1)!$ であり、後者の事象のそれは $(1-p)m^xe^{-m}/x!$ なので、互いに排反的なこれら2事象をまとめると求めるべき確率が次のように得られる。

$$P(X=x) = (1-p)m^xe^{-m}/x! + pm^{x-1}e^{-m}/(x-1)! \quad (2.7)$$

この確率モデルはDaceyによって修正ポアソンモデルと名づけられており、これによって与えられ分布の平均は $(m+p)$ 、分散は $(m+p-p^2)$ であり、パラメータ m と p の推定値は $\hat{m} = \bar{x} - \hat{p}$, $\hat{p} = (\bar{x} - s^2)^{1/2}$ によって与えられるとしたのである（ $\bar{x}$ と s^2 は式(2.6)の場合での定義と同様）。

以上のような方格法によると、方格の大きさを変えるとパラメータが変わり、したがって各モデルが与える理論的な度数が変わることが容易に理解できよう。この意味では上述の諸モデルは限定的なものといえる。それゆえ、一般的なものの開発が望まれるわけであるが、未解決のままである。その点で注目されるのは、修正ポアソンモデルでの2パラメータを確率変数とみなし—— m はパラメータ γ と β を有するガンマ確率モデル、 p はパラメータ γ と s を有するベータ確率モデルにそれぞれ従う——、どのような状況にも応じ得る次のような確率分布モデルを誘導したDacey (1966a) のこのころみである。

$$P(X=x) = \frac{r}{r+s} \cdot \frac{(\gamma+x-1)!}{x!(\gamma-1)!} \left(\frac{1}{\beta}\right)^\gamma \left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^{\gamma+x} \\ + \frac{r}{r+s} \cdot \frac{(\gamma+x-2)!}{(x-1)!(\gamma-1)!} \left(\frac{1}{\beta}\right)^\gamma \left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^{\gamma+x-1} \quad (2.8)$$

方格法に関する第2の問題は点の「分布」と「配列」との相違である。方格法は実際の点分布パターンについて同一個数の点を含む方格数を実際の度数とし、確率モデルの与える理論的度数分布への適合を骨子とするが、この方法には重要な欠点があるといわれている（Dacey (1966b)）。今、AとBの2地域での点の分布パターンが図2のようであるとしよう。方格法によると、AとBともに実際の度数はまったく同じであり、それゆえに適合するべき確率モデルも2地域いずれについても同一にならざるを得ないわけである。しかし二つのパターンのうちAは集中性を持つが、Bはそうでないことが直観的にも明らかである。点分布パターンの主目的は2次元

図2 仮説的な点の分布と配列 (Dacey)

分布パターン、換言すれば点の配列パターンの分析にあるのであって、度数分布で表現されるような1次元的な点の分布パターンにあるのではない。Dacey は1地域を方格で分割した場合——この限りでは方格法といえる——、この配列パターンがいかなる形状を取るのかの識別法を k -色彩地図の問題としてとらえて研究している。しかし、ランダム型についてのそれしか提示しておらず、集中と均等の形状についてはまだ見出されていない。

2.3 近隣単位法

方格法における上述の欠点を補うものとして近隣単位法が挙げられる。これは諸点間の距離の計測を行い、点の配列そのものをデータとする方法である。この方法は一般に順序 (order neighbor) 法と分域 (regional) 法の二つに大別される。前者は N 個の点から成る地域において、任意点 i から他のすべての点までの距離 $r_{ij} (i \neq j)$ を計測し、その値を小さいものから順に並べることから出発する。最小の距離から順次 $r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{ij}, \dots, r_{i,N-1}$ とすれば、 $r_{i1} \leq r_{i2} \leq \dots \leq r_{ij} \leq \dots \leq r_{i,N-1}$ となるわけである。点 i から最小の距離のところにある点およびその距離 r_{i1} は、最近隣単位および最近隣距離と呼ばれる。 j 番目の距離のところにある点とその距離 r_{ij} は j 位近隣単位および j 位近隣距離といわれる。このような計測が N 個の点それぞれにおいてなされるならば、 N 行 $(N-1)$ 列の距離行列 $\{r_{ij}\}$ がデータとして得られよう。そして、第1列の和および第 j 列の和を N で除した最近隣平均距離と j 位近隣平均距離、つまり、

$$\bar{r}_1 = \left(\sum_{i=1}^N r_{i1} \right) / N, \quad \bar{r}_j = \left(\sum_{i=1}^N r_{ij} \right) / N \quad (2.9)$$

が求められる。順序法はこれらの平均距離にもとづいて実際の分布パターンと理論的なそれとを比較することによって、前者の形状を識別しようとする方法である。

分域法は、任意の点 i の周辺平面を図3のようにその点を中心として k 個のセクターに分割し、各セクター内で点 i からその最近隣単位までの距離の計測をセクターごとに行い (したがって一つの点 i について計測距離の数は k)、それらを小さい順に並べることから始められる。その計測値の最小のものから順次 $r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{ik}$ とすれば、 $r_{i1} \leq r_{i2} \leq \dots \leq r_{ik}$ となるわけで ($k=6$ が通例) N 個の点 i についての平均距離は、

$$\bar{r}_k = \left(\sum_{i=1}^N r_{ik} \right) / N \quad (2.10)$$

で与えられる。

両方法の利用にさいして注意すべきは、対象地域それ自体を一つの有界平面と見るか、あるいは無界平面の一部と見るかによって被計測点の数が変わることである。かりに i が対象地域の端に位置していて、 j 位近隣距離を計測するとしよう。前者の見方に立てば、 j 位近隣単位はいうまでもなくその地域内に必ず存在すると見ることができ、その単位がどこに位置しようとも距離計測の対象となる。この場合での距離行列の列数は前述のように $(N-1)$ である。しかし、後者の見方によれば、 j 位近隣単位が対象地域を境する境界線の外側に存在する可能性がある。それにもかかわらずオペレーショナルな意味では対象地域はその境界線内に限られている。そこで、境界線内に存在する j 位近隣単位と識別される点までの点 i からの距離が、 i から境界線までの距離より小であるならば、必ずその単位は境界線内に存在し、逆の場合であれば線外に存在する可能性があるとし、識別

図3 分域法 ($k=6$ の場合)

された j 位近隣単位を計測対象から除くのである。換言すれば、点 i をもとにする距離を対象地域内のすべての点について計測せずに、 i から境界線までの距離に比べて i に近い位置にある点だけに限るわけである。それゆえ、距離行列においてある行についてはその要素数が $(N-1)$ 未満になる場合があるのである。一般の近隣単位法による分析では後者の見方に立つ場合が多く、こうした境界に関する制約条件を前提として被計測点が限定される。順序法と分域法のいずれにおいても、被計測点の数は j または k が大となるに従って少なくなっていく。この境界に関する制約条件の設定は対象地域に無界性を与えることによって計測操作が合理的なものとなる反面、この地域をどう取るか、つまり境界線の画定如何によって被計測点の数が変動し、それにとまって上述の諸平均距離も変わるという問題が生ずる。この問題のために実際の分布パターンと理論的なそれとの比較が正しく行い得ない場合が出現する。この問題は境界効果の問題といわれる。

実際の分布パターンと理論的なそれとの比較において、もっとも広範に利用される統計量は Clark & Evans (1954) による次のものである。

$$R = \bar{r}_1 / \bar{r}_E \quad (2.11)$$

ここでの $\bar{r}_1$ は実際の分布パターンについての最近隣平均距離であり、 $\bar{r}_E$ は密度パラメータ λ を持つポアソン確率モデルに従って点がランダムに分布し、最近隣距離が正規分布に従うと仮定したときに導出される最近隣平均距離の期待値であり、 $\bar{r}_E = 1/2 \lambda^{1/2}$ で与えられる。この統計量は最近隣単位測度と呼ばれ、実際の点の分布パターンの傾向が集中型のときは $R < 1$ 、ランダム型のときは $R = 1$ 、均等型のときは $R > 1$ となる。もっとも集中の極端な形状つまり 1 点集中型ならば $R = 0$ 、他方、もっとも均等な形状つまり 6 角形状ならば $R = 2.1491$ となる。 R の検定 ($\bar{r}_1$ と $\bar{r}_E$ の差は有意でないという帰無仮説の検定) にさいしては、正規分布することが知られている次の統計量を用いられる。

$$C = (\bar{r}_1 - \bar{r}_E) / \sigma_{\bar{r}_E} \quad (2.12)$$

ここでの $\sigma_{\bar{r}_E}$ は $\bar{r}_E$ の標準誤差であり、 $[(4-\pi)/4\pi N\lambda]^{1/2}$ で与えられる。

しかし、Dacey (1963:1964b) はこの測度によるパターン識別は、パターンに関する情報の欠落の危険性を含んだものとし、 j 位近隣距離の利用を主張した。すなわち、点が密度パラメータ λ を持つポアソン確率モデルに従って分布すると仮定した場合、 j 位近隣距離は最近隣距離のときとは異なり、パラメータ j (正の整数) と λ

をとまう次のようなガンマ確率モデルに従って分布するとする。

$$f(r_{ij}) = [2\pi\lambda]^j r_{ij}^{2j-1} \exp(-\pi\lambda r_{ij}^2) / (j-1)! \quad (2.13)$$

そして、これにもとづいて次のような j 位近隣平均距離の期待値 $\bar{r}_{jE}$ および実際のパターンと理論的なランダムパターンとの差の有意性の検定統計量を導いた。

$$\bar{r}_{jE} = \Gamma[(2j+1)/2] / (j-1)! \lambda^{1/2} \quad (2.14)$$

$$\chi^2 = 2\pi d^{1/2} \sum_{i=1}^N r_{ij} \quad \phi = 2jN \quad (2.15)$$

ここでの d は λ の推定値。そして ϕ がきわめて大きいとき、式 (2.15) の変換式を次のように提示したのである。

$$Z = (2\chi^2)^{1/2} - (2\phi - 1)^{1/2} \quad (2.16)$$

Z は標準正規変量。これらの統計量を用いてアイオワ州の都市分布パターンを分析した結果は表 1 のようであり、これから自明のように最近隣距離 ($j=1$) によるとランダム型とはいえないが、 j 位近隣距離によるとアイオワ州の地図から読み取れるようなランダム型が検証されるのである。

表 1. アイオワ州の都市分布パターンに関する諸統計量 (Dacey)

j	N	$\bar{r}_{jE}$	$\bar{r}_j^*$	χ^2	ϕ	Z
1	65	0.50	0.65	200.89	130	4.00
2	64	0.75	0.84	300.63	256	1.92
3	58	0.94	0.99	358.63	348	0.42
4	52	1.09	1.12	423.85	416	0.29
5	47	1.23	1.24	464.48	470	-0.16
6	41	1.35	1.36	500.00	492	0.27
7	40	1.47	1.49	567.41	560	0.24
8	39	1.57	1.60	638.48	624	0.42
9	38	1.67	1.68	686.24	684	0.11
10	37	1.76	1.78	741.36	750	0.05

* ここでの $\bar{r}_j$ は密度によって標準化されている。

以上のような近隣単位法は近隣距離にもとづいて実際の分布パターンと理論的なそれとの乖離を調べることを骨子とする。理論的なものが前述のように集中型および均等型が当然想定されるにもかかわらず、それらとの比較を行うための測度や検定統計量はまだ見出されていない。また境界効果の問題の解決のこころみとして、無界平面についての近隣単位法の考察が Dacey (1965a・b・c) によってなされているが、まだ成功していない。

3. 地域事象の共変動の分析

地域事象が空間的に共変動する状態についての分析は地域研究において連綿として論ぜられてきた課題である。古くは諸事象の地図化の結果を比較することによる分析が一般的であったが、Jones (1930) がアメリカ中部の農業的属性を計量分析したのを契機として回帰分析が行われるようになり、それ以来他の多変量解析の諸手法が適用されてきている。このような共変動の分析における計量化は、他の地域研究の計量的課題におけるそれよりも歴史が古いだけに、地域事象の計量分析固有の問題が見られる。とりわけ回帰分析の適用についてはそうである。それに対して、Kendall (1939) 以来導入された主成分分析と因子分析や比較的最近になって適用され始めた正準相関分析や判別解析などについては深刻な問題を生じていない。主成分分析と因子分析は、後述するように地域構成の解明といった地域研究においてきわめて重要な課題と密接に関連しているため、広範に利用されている。

3.1 単位地区の問題

一般に事象域地の共変動の計量分析は行に諸事象を記述する変数、列に適当な単位地区（例えば行政区）を取ったデータ行列にもとづいて行われるが、諸変数について回帰分析をこころみる場合、単位地区をいくつかまとめた場合回帰係数および相関係数が変わることが知られている。例えば McCarty *et al.* (1956) はアメリカの機械工業の分析において、単位地区を郡水準にした場合と州水準にした場合とでは相関係数の相異なることを見出し、Yule & Kendall (1950) もイギリスの農業特性を相関分析したさいに、相関係数が単位地区をどの水準にするかによって変動することを見出し、その係数が単位地区に依存する測度であると指摘した。この問題に本格的に取り組んだのは Robinson (1956) であり、彼はこの問題に対する解決法の一つとして回帰係数および相関係数の算定にさいして変数に単位地区の面積を加重する方法を提示した。その1例として単回帰方程式における回帰係数 b の単位地区数 N についての算定式を挙げると、次のようなものであった。

$$b = \frac{\left[\sum_{i=1}^N A_i \sum_{j=1}^N A_j x_i y_j - \left(\sum_{i=1}^N A_i x_i \right) \left(\sum_{j=1}^N A_j y_j \right) \right]}{\left[\sum_{i=1}^N A_i \sum_{j=1}^N A_j x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N A_i x_i \right)^2 \right]} \quad (3.1)$$

ここでの A_i は単位地区 i の面積、 x_i と y_i は地区 i の

独立変数と従属変数である。さらに彼はその後の研究 (Robinson *et al.*, (1961)) において単位地区として六角形状区域を用いるのが適切であるとし、一般の行政区で集計されるデータをこの地区水準に変換する方法を提唱した。

Robinson のこれらの研究に対して Thomas & Anderson (1965) は、加重法が一般的な解決法とはならないこと、六角形状区域へ変換する方法については誤差の入る可能性がきわめて高く、演算手続きから見て実用的でないことを指摘した。そして、Robinson が加重法を提唱したさいに用いた地域についてさまざまな水準の単位地区を設定し、それぞれにもとづく単回帰係数 b を算出し、それらの差の有意性検定を行った。その結果はそれぞれの係数間に有意差は認められず、単位地区の相異は回帰係数に有意な変化をもたらさないと結論した。これによって単位地区の問題は一応の解決を見た。しかし、重回帰分析の場合はどうであるかはまだ検討されていない。

3.2 空間的自己相関

空間的自己相関 (spatial autocorrelation)⁴⁾ の問題は地域事象の回帰分析におけるもっとも重要な問題の一つである (Tobler (1966) や Curry (1966))。この種の相関は、 S 行 R 列の方格から成る地域を想定するとき、その地域の任意の方格 h における変数 x_h をその方格の位置を示す座標 (i, j) で表現した場合の変数 x_{ij} が、次式で示されることをいう。

$$x_{ij} = ax_{i-1,j} + bx_{i+1,j} + cx_{i,j-1} + dx_{i,j+1} + \varepsilon_{ij} \quad (3.2)$$

(ただし、 $i=1, \dots, S; j=1, \dots, R$)

計量経済学において問題とされる時系列の第1階自己相関モデル $x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t$ と異なる点は、いうまでもなく空間的自己相関モデルが2次元的なものであること、および系列事象に方向性があることである。このような相関の測度と検定法が導出されている。

これらは最初、方格の持つ変数の2次元的な隣接性 (contiguity) の問題として Moran (1950) によって提唱されたものである。彼は次のような隣接性統計量 I を提示した。

$$I = \left(\frac{1}{2} \sum_{h=1}^N \sum_{l=1}^N \delta_{hl} z_h z_l \right) / \sum_{h=1}^N z_h^2 \quad (3.3)$$

ここでの $N=RS$ 、 $z_h = x_h - \bar{x}$ 、 $z_l = x_l - \bar{x}$ (x_l は座標 (f, g) を持つ方格 l の変数)、 δ_{hl} (ただし $h \neq l$) は方

4) ここでは同一種類の変数間の相関を自己相関と呼ぶ。

格 h と方格 l が隣接している場合は 1, 非隣接の場合は 0 となるダミー変数的な指標。次にこの統計量を Geary (1954) が追跡して, 式 (3.3) の分子を若干変形した (変数の平均から偏差 z によらずに原変数値 x を用いる) 隣接性統計量 C と, 変数が平均 1・未知分散 σ^2 を持つ正規母集団からの標本であると仮定することによって, この統計量についての原点のまわりの積率とを誘導した。隣接性統計量としては,

$$C = \left[(N-1) \sum_{h=1}^N \sum_{l=1}^N \delta_{hl} (x_h - x_l)^2 \right] / 4A \sum_{h=1}^N z_h^2 \quad (3.4)$$

ここでの $A = \frac{1}{2} \sum_{h=1}^N \sum_{l=1}^N \delta_{hl}$ 。 C の 1 次積率と 2 次積率はそれぞれ,

$$\mu'_1 = 1 \quad (3.5)$$

$$\mu'_2 = [N^2 k_1^2 + 2N(k_1 + k_2)] [(N-1)/N^2 (N+1) k_1^2] \quad (3.6)$$

ここでの $k_1 = 2A/N$, $k_2 = \left(\sum_{h=1}^N \sum_{l=1}^N \delta_{hl} \right) / N$ 。そして,

これらにもとづいて C の有意性を調べるために次のような検定統計量 (標準正規変量) を見出した。

$$R = (1 - C) / (\mu'_2)^{1/2} \quad (3.7)$$

このような I および C は, いくつかの方格の隣接・非隣接のみを表現する隣接性指標 δ_{hl} を含んでいるだけで, 方格間の隣接度合の強弱や方格の面積などを無視している限定的な統計量といえる (Dacey (1968))。そこで, Cliff & Ord (1970) はこの欠点を補うところみとして次のような一般化 Geary 係数 C' とそれに関する 1 次と 2 次の積率とを誘導した。

$$C' = \left[(N-1)/2W \right] \left[\sum_{h=1}^N \sum_{l=1}^N w_{hl} (x_h - x_l)^2 \right] / \sum_{h=1}^N z_h^2 \quad (3.8)$$

そして,

$$\mu'_1 = 1 \quad (3.9)$$

$$\mu'_2 = [(2S_1 + S_2)(N-1) - 4W^2] / [2(N+1)W^2] \quad (3.10)$$

ここでの w_{hl} は何らかの基準によって δ_{hl} に加重したも

$$\text{の, } W = \sum_{h=1}^N \sum_{l=1}^N w_{hl}, S_1 = \frac{1}{2} \sum_{h=1}^N \sum_{l=1}^N (w_{hl} + w_{lh})^2, S_2 = \sum_{h=1}^N (w_{h\cdot} \cdot w_{\cdot h})^2.$$

地域事象の共変動の研究において回帰分析が頻用され

ていると前述したが, 空間自己相関の問題は回帰論との関連において重要な意味を持っている。線形回帰モデル $Y_h = \alpha + \beta X_h + \varepsilon_h$ において残差 ε_h の独立性および正規性が前提とされているが, 地域事象の回帰分析の諸研究を見るとほとんどのものがこれらの前提を満たしていない。とりわけ, 前者の前提に対して社会・経済的データは現実的に空間的自己相関を持つ場合がきわめて多いにもかかわらず, 残差についての自己相関の有無つまり独立性の検定を行っていない。計量経済学にあっては周知のダービン・ワトソン比によるその種の検定がなされ, 残差に自己相関の存在する場合に回帰パラメータの最良不偏推定値を与える一般化最小 2 乗法が, Johnston (1963) によって提起されている。時系列データの分析についてのダービン・ワトソン比に相当する空間系列での統計量が, 上述した諸隣接性統計量であるので, 地域事象のデータにもとづく回帰方程式が独立性, 換言すれば空間的無自己相関性の前提を満たしているか否かはそれらによって検定できる。しかし, その検定の結果として, 残差に空間的自己相関が見られたとする場合, どのような方法で最良不偏推定値を得ればいいかが新たな問題となる。空間的自己相関の場合では, 一般化最小 2 乗法に相当するものがないのである。この 2 乗法の骨子となっている残差の自己相関構造に対応する空間的な残差の自己相関構造の探索に Matern (1960) の研究が一つの示唆を与えるかもしれない。なお, 空間的回帰論における残差の正規性に関する検定統計量をも Cliff & Ord が導出している。

3.3 地域構成分析

多変量解析法のうち主成分分析および因子分析は地域事象の共変動の基本的次元の抽出に有用であり, 心理学や教育学が人間の基本的性格を探索するのにそれらの手法を適用するのと同じ立場で, 地域の基本的性質 (諸事象が共変動している状態そのものに他ならない) や地域の構成要素としての諸事象の解明に利用され, 多くの成果を挙げている。このような利用は一層拡大され, 地理学における基本的な地域概念と結合して地域構成分析 (regionalization) が行われるようになった。一般に地域とは単なる形状と面積を有するだけの物理的空間を意味するのではなく, 相互に関連した諸事象の充填した小単位空間 (地区) の集合体を指す。その諸事象の類似性にもとづく集合体を等質 (homogeneous) 地域, 諸事象の結合性にもとづくそれを機能 (functional) 地域という。したがって, これらの地域は多数の地区の類似性または結合性の度合による階層的な合成体つまり階層構造とし

図4 等質地域画定の操作

て認識されよう。しかし、各地区はきわめて多くの事象を含み、他地区とどの程度類似または結合しているのかを総合的かつ客観的に判定することはきわめてむずかしい。そこで、多数の事象の中から重要なものを抽出し、地区ごとのその類似性または結合性を計測することによってこの問題を解決しようとするころみが始められた。これが地域構成分析であり、その端緒となったのは Berry (1961) によるアメリカについての等質地域的な考察である。

各地区についての類似性に着目する地域構成分析のアプローチは図4のような手順をとる。この操作手順において重要な機能を果たすのは因子分析であり、これは対象地域においてその性質を規定する基本的次元つまりは類似性を計測すべき重要な諸指標を提供するとともに、それらによる直交空間へ各地区を写像して、類似性の計測を容易にさせる。したがって、通常の因子分析にあっては因子負荷量が重視されるのに対して、ここでは因子得点が重視されるのである。因子得点にもとづく類似性の測度としては次式に示されるユークリッド平方距離 D_{AB}^2 が一般的である。

$$D_{AB}^2 = \sum_{i=1}^m (x_{Ai} - x_{Bi})^2 \quad (3.11)$$

ここでの m は因子数、 x_{Ai} と x_{Bi} は地区 A と B それぞれにおける因子 i の得点。地区数を N とし、各地区間の平方距離を N 次の類似性行列として表示する。そこで最小平方距離を有する2地区をグループ化し、そ

のグループの代表点の座標とその点から他の諸地区までの平方距離を算定して、新たな $(N-1)$ 行 $(N-1)$ 列の類似性行列を作成し、そしてその行列での最小平方距離を識別する。同様の操作を反復し（グループ化の対象地区またはグループはつねに二つであることから連鎖法 (linkage analysis) といわれる）、最終的に等質地域を決定するのである。ここで問題となるのは任意の反復段階で設定されたグループの代表点として何を取るか、また最適グループ化の判定基準を何に求めるかである。前者については平均点・重心点・最近隣点・最遠隣点などが提唱されている。Berry による等質地域設定では平均点を取り上げられているが、Lankford (1969) によると、平均点の場合はそれによってもたらされる真の代表点との乖離——連鎖効果といわれる——が最大となるとされている。後者については、グループ間分散のグループ内分散に対する比を最大化する段階が、最適グループ化の段階であることはいうまでもないが、これは明らかに前者の問題と関連している。重心点をグループ代表点とした場合は、各段階におけるグループ間平方距離和のグループ内平方距離和に対する比が判定基準として有効であると Berry (1967) によって提唱され、それを最大化する段階が最適段階であるとされている。いずれにしてもこれらの問題の決定的な解はまだ見出されていない。奥野・鈴木 (1973) が名古屋地域における等質地域画定のさいに用いた判定基準 C_d は次のようなものであり、294地区のグループ化において242段階目で最適グループ化が達成された。

$$C_d = \left(\sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^r d_{kj}^2 \right) / \sum_{j=1}^N D_j^2$$

ここでの d_{kj}^2 はグループ k における地区 j からそのグ

ループの重心点までの平方距離 $\left(= \sum_{i=1}^m (x_{ikj} - x_{ikg})^2 \right)$

s は任意の段階で存在するグループ数、 r はそのグループを構成する地区数、 D_j^2 は最終段階におけるグループの重心点から地区 j までの平方距離、 x_{ikj} はグループ k の地区 j についての因子 i の得点、 x_{ikg} はそのグループの重心点の座標。

機能地域の画定は、等質地域のそれが行に諸事象、列に地区を取ったデータ行列について、諸事象を示す変数間の相関を重視する R 技法の因子分析を行うことから出発するのに対して、地区間の結合を表現する流動事象——例えば電話通話や自動車交通——についての着地と発地を行と列に取る流動データ行列への同様な因子分析の適用によって可能である。因子負荷量行列は着地パタ

ーンを、因子得点行列は発地パターンを示し、両パターンを組み合わせてることによって機能的な中心地とその後背地が判明する。この種の経験的研究としては Illeris

るを得ない。それらについては別の機会に譲りたい（その一部については恐らく本誌の石水論文で言及されていると思われる）。

図5 デンマークの通話圏 (Illeris & Pedersen)

1. コペンハーゲン
2. アールフ
3. オーデンセ
4. オールボルグ
5. ハデルスルブ
6. ホルステプロ
7. エスビヤルグ この番号は中心地の重要度の順位による。

& Pedersen (1968) が挙げられる。彼らはデンマークの電話通話データについての因子分析から図5のような機能地域を画定し、そして中心地として抽出された7都市の重要性が、因子の固有値による場合と他の指標による場合とほぼ一致することを見出し、機能地域画定にさいしての因子分析の有用性を例証した。

こうした機能地域は因子分析以外の手法によっても見出されることはいうまでもない。グラフ理論による Neystuen & Dacey (1961) やマルコフ連鎖による接近をこころみている Brown & Holmes (1971) などが注目されよう。

あ と が き

ここでは点的な地域事象の分布パターン分析および地域事象の共変動に關しての諸問題を述べたが、その他に線的な地域事象——ネットワーク——の構造分析や設計における問題、地域事象の2次元の分布の一般性を見出す傾向面分析、その事象の時間による拡散過程の分析など興味深いものがある。紙面の關係でそれらは割愛せざ

参 考 文 献

- Anscomb, F.J. (1950) Sampling theory of the negative binomial and logarithmic series distributions. *Biometrika*, **37**, 358-382.
- Bachi, R. (1963) Standard distance measures and related methods for spatial analysis. *Papers, the Regional Science Association*, **10**, 83-132.
- Berry, B.J.L. (1961) A method for deriving multi-factor uniform regions. *Przegląd Geograficzny*, **33**, 263-282.
- Berry, B.J.L. (1967) Grouping and regionalizing; an approach to the problem using multivariate analysis. In W.L. Garrison & D.F. Marble (Eds.) *Quantitative geography Part I. Studies in geography*, **13**, Northwestern Univ., 219-251.
- Brown, L.A. & Holmes, J. (1971) The delimitation of functional regions, nodal regions, and hierarchies by functional distance approaches. *J. of Regional Science*, **11**, 1, 57-71.
- Clark, P.J. & Evans, F.C. (1954) Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in populations. *Ecology*, **35**, 445-453.
- Cliff, A.D. & Ord, K. (1970) Spatial autocorrelation; a review of existing and new measures with applications. *Econ. Geog.* **46**, 2 (Supplement), 269-292.
- Curry, L. (1966) A note on spatial association. *Professional Geographer*, **18**, 97-99.
- Dacey, M.F. (1963) Order neighbor statistics for a class of random patterns in multidimensional space. *A.A.A.G.*, **53**, 505-515.
- Dacey, M.F. (1964a) Modified Poisson probability law for point pattern more regular than random. *A.A.A.G.*, **54**, 559-565.
- Dacey, M.F. (1964b) Two-dimensional random point patterns; a review and an interpretation. *Papers, the Regional Science Association*, **13**, 41-55.
- Dacey, M.F. (1965a) Measures of distance from a randomly located point to neighboring lattice points for rectangular and hexagonal point lattices. Dept of Geog., Northwestern Univ.
- Dacey, M.F. (1965b) Numerical measures of random sets. Dept. of Geog., Northwestern

- Univ.
- Dacey, M.F. (1965c) Four properties of two-dimensional random point pattern. Dept. of Geog., Northwestern Univ.
- Dacey, M.F. (1966a) A compound probability law for a more dispersed than random and with areal inhomogeneity. *Econ Geog.*, **42**, 172-179.
- Dacey, M.F. (1966b) A county-seat model of the areal pattern of an urban system. *Geog. Rev.*, **56**, 527-542.
- Dacey, M.F. (1968) A review on measures of contiguity for two and k-color maps. In B.J.L. Berry & D.F. Marble (Eds) *Spatial analysis; a reader in statistical geography*. Prentice-Hall, 479-495.
- Geary R.C. (1954) The contiguity ratio and spatial mapping. *Incorporated Statistician*, **5**, 115-141.
- Hayford, J.F. (1902) What is the center of an area, or the center of a population. *J. of the Amer. Statistical Association*, **8**, 47-58.
- Illeris, S. & Pedersen, P.O. (1968) Central places and functional regions in Denmark factor analysis of telephone traffic. Lund studies in geography, Ser. B, **31**, C.W.K. Gleerups.
- Johnston, J. (1963) *Econometric methods*. McGraw-Hill.
- Jones, W.D. (1930) Ratios and isopleth maps in regional investigation of agricultural land occupance. *A.A.A.G.*, **20**, 177-195.
- Kendall, M.G. (1939) The geographical distribution of crop productivity in England. *J. of Royal Statistical Society*, **102**, 21-48.
- 久野英二 (1974) 生物個体群の分布様式 I. 分布型の一般モデル. *応用統計学*, **4**, 39-54.
- Lankford, P.M. (1969) Regionalization; theory and alternative algorithms. *Geog. Analysis*, **1**, 196-212.
- Matern, B. (1960) Spatial variation. *Meddelanden Fran Statens Skogsforskningsinstitut*, **49**, 1-144.
- McCarty, H.H. *et al.* (1956) The measurement of association in industrial geography. Dept. of Geog., Univ. of Iowa.
- Moran, P.A.P. (1950) Notes on continuous stochastic phenomena. *Biometrika*, **37**, 17-23.
- Neft, D. (1966) Statistical analysis for areal distributions. Monograph Ser., **2**, Regional Science Research Institute.
- Neystuen, J.D. & Dacey, M.F. (1961) A graph theory interpretation of nodal regions. *Papers and Proc.*, the Regional Science Association, **7**, 29-42.
- 奥野隆史・鈴木栄一 (1973) 定量的地域区分法とその適用. *青山経済論集*, **24-3**, 39-63.
- Porter, P.W. (1963) What is the point of minimum aggregate travel? *A.A.A.G.*, **53**, 224-232.
- Robinson, A.H. (1956) The necessity of weighting values in correlation of areal data. *A.A.A.G.*, **46**, 233-236.
- Robinson, A. H. *et al.* (1961) A correlation and regression analysis applied to rural farm population densities in the Great Plains. *A.A.A.G.*, **51**, 211-221.
- Seymour, D. (1965) IBM 7090 program for locating bivariate means and bivariate medians. Dept. of Geog., Northwestern Univ.
- Thomas, E.N. and Anderson, D.L. (1965) Additional comments on weighting values in correlation analysis of areal data. *A.A.A.G.*, **55**, 492-505.
- Tobler, W.R. (1966) Numerical map generalization and notes on the analysis of geographical distributions. Mich. Inter-Univ. Commu. of Math. Geog. Discussion Paper, **8**, Univ. of Michigan.
- Williamson, E. & Bretherton, M.H. (1963) Tables of the negative binomial probability distribution. John Wiley & Sons.
- Yule, G.U. & Kendall, M.G. (1950) An introduction to the theory of statistics. Hafner.