グループ・ダイナミックスにおける 若干のグラフ理論的こころみ¹⁾

岡 本 安 晴*

SOME TENTATIVE GRAPH THEORETICAL APPROACHES
TO GROUP DYNAMICS

Yasuharu OKAMOTO

The models proposed here can be classified into three groups; a) models of communication networks, b) models of balancing processes, and c) a model of social power. The first group are descriptive and treats with changes in frequencies of communication in a group. The second group consists of two subgroups: one is direct generalization of Flament (1963)'s model with respect to the probabilities of transition and the other allows for the neutralization of opinions. The third model is generalization of Harary (1959)'s model and its application to Jacobs and Campbell (1961)'s experiment is presented as an example of its uses.

1. はじめに

この論文は筆者の未公開の論文 (1972)²⁾をもとに、加筆・修正したものである。ここで扱うのは、グループ・ダイナミックスにおけるグラフ理論の適用例として、1) コミュニケーション・ネットワーク、2) 均衡過程、3) 社会的勢力の三つのモデルである。コミュニケーション・ネットワークのモデルは、Flament (1963) の communication network に関する議論が optimal な organization を見出そうとする normative なものであるのに対して、descriptive なものをこころみたものである。他の二つは、それぞれ、Flament (1963) の balancing processes に関するモデル、および、French (1956) や Harary (1959) の提出した社会的勢力に関する formal

なモデルを、より心理学的 reality を高めるべく一般化をこころみたものである。

2. コミュニケーション・ネットワーク

2.1 Valued Graph

グラフとは、直観的には点の集まりから適当に二つずつを選んでつなぎ合わせたものと理解できる。各点が集団の成員をあらわし、ある二人の成員、 A 、 B がある関係 (例えば、 A と B は仲がいいという関係) にあるとき A と B をつなぎ合わせれば、集団内の関係をあらわすグラフ (例えば、仲のいい者同志の分布をあらわす図) ができる。問題となっている関係がだれからだれへと方向性を持つ場合 (例えば、 A は好きな成員として B を選ぶが、 B は A でなく C を選ぶとき) には、 A から B への矢じるしでその関係の方向性を区別することができる。さらに関係の強弱も問題にしたいとき、つまり、 A がどの程度 B を好いているのかということをあらわしたいときには、その A から B への矢じるしに関係の強さを示す数値をつければよい。

このことは形式的には次のように定義できる。

X を空でない集合とし、 $V \subset X \times X$ とする。このとき $G = (X; V)$ なる X と V の組をグラフと呼ぶ。

* 京都大学大学院文学研究科心理学博士課程 (Department of Psychology, Faculty of Letters, Kyoto University.)

- 1) 本稿を書くに際しての再計算において、京都大学大型計算機センターのシステム I を利用した。
- 2) 卒論に代わるべきものとして院入試の際提出されたものである。当時、および本稿の書き直しにおいてお世話になった京都大学教養部木下富雄先生に、厚く感謝致します。

さらに, $v; V \rightarrow R$ なる V から実数の集合 R への関数を G につけて考えると, このグラフは valued graph と呼ばれる.

Flament (1963, 第2章) は, valued graph $(X; V)$ において $\text{arc } (x, y) \in V$ の value $v((x, y))$ を x から y へのコミュニケーションのコストと解釈して, 与えられた仕事をするのにどのような communication network の経路を用いばもっとも総コストが安くすむかということを論じている. コミュニケーションに限らず, ある場面における optimal な方法について考察することは, 実用面のみならず行動の理解においても一つの基準を与えてくれるものとしてそれなりの意義があるが, また, descriptive な現象としての行動を記述する理論/モデルの必要性も強調されなければならない. 筆者は $v((x, y))$ が x から y へのコミュニケーションの頻度をあらわしていると解釈し時間とともに変わり得るものとして, Tagiuri (1957), Newcomb (1958, 1959) を参考にして次のようなモデルをこころみてみた.

2.2 コミュニケーション・ネットワーク

Newcomb (1959) は, 成員の相互作用の頻度は, 他の互いに関係して合っている, 客観的または認知された, 対象への態度の類似性, および, 成員に対する態度とも, 相互に影響し合っていると述べている. したがって, 彼のいう system の分析にはそれぞれの要因に対応した関係; $V_1, V_2, \dots$, からなる valued multi-graph $(X; V_1, V_2, \dots)$ のモデルにより分析/シミュレーションするのが望ましいが, いきなり複雑なモデルから始めるのではなく, 個々の要因を単独に扱うことにより, それと実際のデータとのある規則的なずれからその要因と全体との関係を推測しながら順次複雑なモデルに移っていくのも一つの方法である. したがって, 本稿のようにコミュニケーションの頻度だけを取り上げて論ずるのも出発点として意味があると思われる.

さてわれわれは, 例えば, A, B, C, D の4人の成員からなる集団について考えてみよう.

第 i 単位時間における成員 A から成員 B へのコミュニケーションの頻度を $p_{AB,i}$ ³⁾ とあらわしたときに, $p_{AB,i+1}$ が $p_{XY,i}$ ($X, Y=A, B, C, D$) の関数としてどうあらわされるかを求めることとする.

Tagiuri (1957) は, 成員の選択においては自分を選ん

でくれると思われる相手を選ぶという選択の認知的相互性があると述べている. Newcomb (1958) は, 社会化された人間にとって正確なコミュニケーションは報酬となると述べ, Newcomb (1959) はコミュニケーションの頻度と他の要因との関係は positive であると述べている. そこでわれわれは,

$$p_{AB,i+1} = \alpha_{A \cdot AB} \cdot p_{AB,i} + \alpha_{A \cdot BA} \cdot p_{BA,i} \quad (2.2.1)$$

と置いて見ることにする.

$p_{AB,i} + p_{AC,i} + p_{AD,i} = 1$ という制限を加えると $p_{AB,i}$ は A が B へコミュニケーションする確率と解釈できるが, このとき (2.2.1) 式は (2.2.2) 式に修正される.

$$p_{AB,i+1} = (\alpha_{A \cdot AB} \cdot p_{AB,i} + \alpha_{A \cdot BA} \cdot p_{BA,i}) / \left(\sum_{X=B,C,D} (\alpha_{A \cdot AX} \cdot p_{AX,i} + \alpha_{A \cdot XA} \cdot p_{XA,i}) \right) \quad (2.2.2)$$

さて, (2.2.1), および (2.2.2) 式は次のように解釈できる. A が B に対して第 i 単位時間において $p_{AB,i}$ という頻度の水準にあるとき, そのときの B の A へのコミュニケーションの頻度が高ければ高いほど, A の反応水準はより高められる (強化). ここに, $\alpha_{A \cdot AB}$ および, $\alpha_{A \cdot BA}$ は, それぞれ, A の現在 (第 i 単位時間) での頻度の水準の可変性 ($\alpha_{A \cdot AB}$ が大きいほど, 可変性が小さい.), B から A へのコミュニケーションが A に対して持つ報酬価, と解釈できる. B の A へのコミュニケーションの頻度が低いと, (2.2.2) 式の方母の影響により次の第 $(i+1)$ 単位時間における $p_{AB,i+1}$ は小さくなる (消去). $p_{AB,i} = 0$ のときは強化や消去の用語で解釈できないが, しかし, $p_{BA,i} > 0$ のときは $p_{BA,i}$ は A の B へのコミュニケーションの operant level を高める働きを持っていると解釈できる.

以上のように, (2.2.1) 式, およびその修正式である (2.2.2) 式は, 強化理論により解釈できるモデルでもある. また, (2.2.2) 式は, 分母に B 以外の成員とのコミュニケーションの頻度の変数を含んでいるので, C, D の要因も取り入れられていることになる.

(2.2.2) 式によりわれわれは $p_{XY,0}$ の値からあらゆる i に対して $p_{XY,i}$ の値を知ることができるが, i を大きくしていったときの $p_{XY,i}$ のふるまいを一般的に議論することはまだなされていない⁴⁾. しかし, $\alpha_{X \cdot YW}$ と $p_{XY,0}$ の値をいろいろ与えて $p_{XY,i}$ の変化を計算機で追跡することにより, (2.2.2) 式の特性をある程度知ることが可能である. 次節においてそのいくつかが紹介されるが (2.2.2) 式の一般的取り扱いとは今後の問題の一つで

3) $\text{arc } (A, B)$ の第 i 単位時間における value などで $v((A, B), i)$ などと書く方が valued graph の記法としてはいいが, その心理学的意味づけから $p_{AB,i}$ と記することにする.

4) (2.2.2) 式は分母に $p_{XY,i}$ を含むので一般的取扱いは複雑である.

もある。なお、もう一つのモデルについては第2.4節で論じる。

2.3 いくつかの例

2.3.1 $\alpha_{X \cdot YW}=1$ の場合

$\alpha_{X \cdot YW}=1$ のとき, (2.2, 2) 式は,

$$p_{XY,i+1} = (p_{XY,i} + p_{YX,i}) / (1 + \sum_{W=X} p_{WX,i}) \quad (2.3.1)$$

となる。

イ) まず $p_{XY,0}=1/3$ のとき, すなわち, 最初各成員間のコミュニケーションの頻度に差がなかったとすれば, (2.3.1) 式により常に $p_{XY,i}=1/3$ である。つまり $p_{XY,i}=1/3$ の状態で安定している。

図 1-a 第0単位時間
 $p_{AC,0}=p_{CA,0}=1$ $p_{BX,0}=p_{DY,0}=1/3$

図 1-b 第10単位時間

図 1-c 第*i*単位時間

図 1-d 第(*i*+1)単位時間

- 5) A, C 二人よりなる閉鎖的集団に二人の新しい成員 B, D が登場したときという解釈も可能である; B と D は互いに見知らぬ者同士, あるいは開放的な集団であると仮定するが,

図 2-a 第0単位時間

図 2-b 第*i*(=1)単位時間 図 2-c 第*i*単位時間 図 2-d 第 ∞ 単位時間

る. 式 (2.3.1) より図 2-c を得る. これより⁶⁾, 図 2-d が極限状態であることがわかる. これは, A, C の他の成員への働きかけが最初平等であっても B, D 間のコミュニケーションが存在しなかった場合には, コミュニケーション・ネットワークは circle 型に落ち着くことを示している. いわば A, C 間のコミュニケーションが互いに仲の悪い B, D からの執拗なコミュニケーションへの対応のために奪われてしまったのである. このことは, 2 者間のコミュニケーションが, $p_{AB,i} + p_{AC,i} + p_{AD,i} = 1$ という形で他の成員とのコミュニケーション

と間接的に影響し合っている, $p_{XY,i} + p_{YX,i} = 0$ の場合にはそのままの状態安定しているという (2.2.1) 式の性質による (この (2.2.1) 式の性質はその修正式である (2.2.2) 式にも引きつがれている).

2.3.2 $\alpha_{X,AX}=2$ ($X \neq A$), $\alpha_{X,YZ}=1$ ($Y \neq A$) の場合 $\alpha_{X,AX} > \alpha_{X,YZ}$ の場合で, これは A 以外の成員が A の影響を強く受けている場合と解釈できる. このとき (2.2.2) 式は (2.3.2) 式となる.

$$\begin{cases} p_{AX,i+1} = (p_{AX,i} + p_{XA,i}) / (1 + \sum_{W \neq A} p_{WA,i}) \\ p_{XA,i+1} = (p_{XA,i} + 2 \cdot p_{AX,i}) / (1 + 2 \cdot p_{AX,i} + \sum_{W \neq X,A} p_{WX,i}) \\ p_{XY,i+1} = (p_{XY,i} + p_{YX,i}) / (1 + 2 \cdot p_{AX,i} + \sum_{W \neq X,A} p_{WX,i}); \text{ 但し, } X, Y \neq A \end{cases} \quad (2.3.2)$$

6) $p_{AC,i+1} - p_{AC,i} = -\beta^2/(2+\beta) \leq 0 \therefore p_{AC,i} \geq p_{AC,i+1} \geq 0 \therefore \lim_{i \rightarrow \infty} p_{AC,i}$ が存在する.

$2x/(2+x) = x$ より $x=0 \therefore p_{AB,\infty} = p_{AD,\infty} = 1/2$ ($\therefore$ グラフの対称性より).

図 3-a 第 0 単位時間

図 3-b 第 i 単位時間

$$\text{但し, } \alpha' = \frac{2\alpha}{\frac{5}{3} + 2\alpha}$$

図 3-c 第 (i+1) 単位時間

図 3-d 第 ∞ 単位時間

この場合の例として図 3-a のような初期状態について考えてみる (すなわち, $p_{XY,0}=1/3$). 第 i 単位時間の状態を図 3-b ($\alpha=1/3$ とすれば図 3-a と同じである.) の如く置けば第 $(i+1)$ 単位時間での状態は式 (2.3.2) より図 3-c の如くなる. したがって, 極限状態として図 3-d が得られる. これは, A の影響力の大きい場合には A を中心とする, centralized 型に落ち着くが, なお, B, C, D のあいだには弱い (A とのコミュニケーション量の $1/4$) コミュニケーションは維持されてい

ることを示していると解釈できる.

2.4 もう一つのモデル

前節においては, $\alpha_{X \cdot YZ}$ の値の取り方について二つの場合を取り上げ, それぞれ例により (2.2.2) 式のふるまいを調べてきた. (実験) データとのつき合わせはまだなされていないというものの, コミュニケーションの傾向の相互強化の仮定 ((2.2.1) 式はこの仮定のもっとも単純な定式化であろう.) だけでも一応のかなり妥当な予測がなされていると思われる. しかし, (2.2.2) 式には一個人のなし得るコミュニケーションの総量には限度があるという暗黙の前提がある. したがって, 集団の成員が増すと, $p_{XY,i}$ が, Y に関して一様な場合には 0

7) $\alpha' - \alpha = -2\alpha(\alpha - 1/16) / (5/3 + 2\alpha)$, $\alpha' - 1/6 = (5/3)(\alpha - 1/16) / (5/3 + 2\alpha)$ $\therefore \alpha > 1/6$ ならば $\alpha > \alpha' > 1/6$. また, $\alpha' = \alpha \geq 1/6$ とおけば $\alpha = 1/6$

に近くなる。このことの心理学的な妥当性は今後の問題としておいて、本節においては、dyad 間のコミュニケーションを独立に扱うモデルも可能であるので、態度の類似性の要因も考慮しつつ簡単にふれておこう。

A, B の二人について考える。A から B への第 i 単位時間におけるコミュニケーションの頻度を $p_{AB,i}$ ($0 \leq p_{AB,i} \leq 1$) として確率とみなすことは前節と同じである。 $p_{AB,i+1}$ を $p_{AB,i}$ と $p_{BA,i}$ の関数としてあらわすのであるが、まず、A が B とのコミュニケーションの総量として第 i 単位時間に感じている量が $\alpha_{AB} \cdot p_{AB,i} + (1 - \alpha_{AB}) \cdot p_{BA,i}$ であらわされるとする (ただし、 $0 \leq \alpha_{AB} \leq 1$)。つまり、A が B にしているコミュニケーションと B から A へのコミュニケーションとの加重平均であらわされるとするのである。自分自身から発せられたコミュニケーションに重みを置いているなら α_{AB} は 1 に近くなり、相手の B からのコミュニケーションを重要視している場合には α_{AB} は 0 に近くなる。 $p_{AB,i}$ はこの $\alpha_{AB} \cdot p_{AB,i} + (1 - \alpha_{AB}) \cdot p_{BA,i}$ を重みとする強化を受けるとすれば次の (2.4.1) 式がまず考えられる。

$$p_{AB,i+1} = [1 - \{\alpha_{AB} \cdot p_{AB,i} + (1 - \alpha_{AB}) \cdot p_{BA,i}\}] \cdot p_{AB,i} + \{\alpha_{AB} \cdot p_{AB,i} + (1 - \alpha_{AB}) \cdot p_{BA,i}\} \times 1 \quad (2.4.1)$$

コミュニケーションの量が増加してお互いの態度の類似度がわかってくるとそれは $\lim_{i \rightarrow \infty} p_{AB,i}$ に影響を及ぼすと考えられる。そこで、B から A へのコミュニケーション量がある閾値 S_{AB} を越えたとき A は B との態度の類似度を知ると考え、(2.4.1) 式を (2.4.2) 式に修正することにする。

$$p_{AB,i+1} = [1 - \{\alpha_{AB} \cdot p_{AB,i} + (1 - \alpha_{AB}) \cdot p_{BA,i}\}] \cdot p_{AB,i} + \{\alpha_{AB} \cdot p_{AB,i} + (1 - \alpha_{AB}) \cdot p_{BA,i}\} \cdot d_{AB,i} \quad (2.4.2)$$

ただし、 $d_{AB,i} = \begin{cases} 1 & \text{if } p_{BA,k} < S_{AB} \text{ for all } k \leq i \\ d_{AB} & \text{if } p_{BA,k} \geq S_{AB} \text{ for some } k \leq i \end{cases}$

d_{AB} は、A が B とのあいだで感じている態度の類似度の関数であって $0 \leq d_{AB} \leq 1$ である。

(2.4.2) 式によれば、A は、最初の間は $p_{AB,i}$ であらわされるコミュニケーションの頻度が、 $(\alpha_{AB} \cdot p_{AB,i} + (1 - \alpha_{AB}) \cdot p_{BA,i})$ の重みで $p_{AB,i+1}$ が 1 に近づくように強化されるが、それが S_{AB} という値以上になると、 d_{AB} という態度の類似度に見合った頻度に近づくように強化のされ方が変わることになる。

前節 (2.2.2) 式のモデルがコミュニケーションの頻度

による相互強化をもとにその成員の属している集団全体を対象としているのに対し、本節のモデル (2.4.2) 式は態度の類似性の要因を取り入れて A, B 二人だけを他の成員とは独立に取り扱っている。(2.2.2) 式は $\sum_{X \neq A} p_{AX,i} = 1$ という意味で成員のなし得るコミュニケーションの総量には限度があるとしているのに対し、(2.4.2) 式のモデルはそうでない。本稿で扱われた二つのモデルに取り入れられている要因をどのようにして一つのモデルにまとめるかという問題は、それぞれのモデルの実際のデータとのつき合わせをもとに今後探究していくべき課題であろう。

3. 均衡過程

3.1 Complete Algebraic Graph (Flament (1964) のモデル⁸⁾)

A, B, C の3人よりなる集団を考える。この集団の成員は互いに仲がいいか悪いかのいずれかであるとすれば、その関係は例えば図4の如く図示できる。図4によ

図 4

- 8) 用いられているグラフが symmetric (2.3 節は除く) であるため方向性を持つ関係は扱えない。また、multi でないため、各個人ごとの生活空間における認知構造にグラフ構造を設定することはできない。ここでのモデルが、objective system に関するものと考えるか、objective なものと phenomenal なものとが (ほぼ) 一致している場合のことと考えるか、特定の個人の life space に関するものとみなすかは、モデルの適用の際に決められるべきことである。以下のモデルは第1次近似として扱われるべきものであり、そのようなものから始めるのも数理心理学における方法の一つであると筆者には思われる。

れば、 A と B 、および、 A と C は仲がいいが、 B と C は仲が悪いということになる。つまり、集団の成員を線分で結び、その線分に正、負の符号を仲がいいか悪いかに従ってつけるわけである。

負の符号のついた線分が偶数個あるときその関係に関して集団は安定しているといわれ、奇数個のときは非安定であるといわれる。したがって図4のような集団は非安定である。仲の悪い B と C は A のなかだちにより仲よくなるかもしれないし、あるいは、 B は自分と仲の悪い C と友達である A を軽べつするかもしれない。 C も B と同じことを思うだろう。いずれにせよ、図4のような集団は負の符号を持つ線分が偶数個になるように、すなわち安定なグラフになるようにその構造を変える性質があるとされる。

今、 A, B, C , 3人の集団を集合; $X=\{A, B, C\}$ であらわし、正の符号のついた線分; AB, AC を集合; $P=\{AB, AC\}$ で、負の符号のついた線分; BC の集合を $N=\{BC\}$ であらわすことにすれば、 $P \cap N = \phi$, $P \cup N = X \times X - \{(S, S) | S \in X\}$ 。ただし、 $X \times X$ の元において、例えば (A, B) と (B, A) とは区別しないことにする。したがって、 $X \times X$ の元の数には本質的には六つであると考えられる。

一般に、空でない集合を X を考え、 $X \times X$ の部分集合 P, N との組 $G=(X; P, N)$ は、次の i)~iii) の条件を満たすとき complete algebraic graph であると呼ばれる。

$$(i) \quad P \cap N = \phi, P \cup N = X \times X - \{(x, x) | x \in X\}$$

$$(ii) \quad (x, y) \in P \Leftrightarrow (y, x) \in P$$

$$(iii) \quad (x, y) \in N \Leftrightarrow (y, x) \in N$$

(ii) および (iii) の条件から (x, y) と (y, x) とは区別しないことにする。

さて、 G の安定、非安定を定義するために、まず、 $X \times X$ から、 $\{+1, -1\}$ への関数; S を次のように定める。

$$S(P) = \{+1\}, S(N) = \{-1\}$$

次に $\gamma(x, y)$ なる x から y への chain (すなわち、 x から y への $(x, x_1), ((x_1, x_2), \dots, (x_n, y))$ なる線分のつながり) の符号; $S(\gamma(x, y))$ を $S(x, x_1)) \times S((x_1, x_2)) \times \dots \times S((x_n, y))$ で定め、 G の安定、非安定を次のように定める。

「 G の任意の cycle ($x=y$ なる chain) の符号が $+1$ であるとき G は安定である、そうでないとき非安定であるという。」

次に、二つのグラフ $G_1=(X; P_1, N_1)$, $G_2=(X; P_2,$

$N_2)$ が次の条件 (i), (ii) を満たすとき adjacent であるといわれる。

$$(i) \quad |(P_1 - P_2) \cup (P_2 - P_1)|^{(9)} = 1$$

または、

$$(ii) \quad |(N_1 - N_2) \cup (N_2 - N_1)| = 1$$

もちろん、(i) と (ii) は同値である。

非安定なグラフが安定なものに変わっていくとき同時に二つ以上の線分の符号が変わることはない和仮定すれば、非安定なグラフは adjacent なグラフを順に経過して安定なものになっていくと考えられる。

次に安定度を示すものとして $\delta(G)$ なるものを次のように定義する。

$$\delta(G) = \min \{|E_\alpha|\}$$

ただし、 $E_\alpha \subset X \times X$ で、 E_α の元の符号をすべて変えれば¹⁰⁾ G は安定となる。

つまり、 $\delta(G)$ は G が安定なものからどれだけ離れているかを示しているかと解釈できる。明らかに、

$$\delta(G) = 0 \Leftrightarrow G; \text{安定}$$

以上の定義のもとで Flament (1963, p 114, H_4) は次のことを主張する。

「 G が自分より $\delta(G_i)_{i=1, \dots, k}$ の小さい k 個の adjacent なグラフ G_i を持つならば、 G が各 G_i にその構造を変える確率は $1/k$ である。」

3.2 関係の強さと均衡過程

前節において紹介された Flament のモデルでは、非安定なグラフがより安定な adjacent なグラフに変わる確率はみな同じであった。これは、集団内の関係を扱う際に符号は区別してもその強さは区別していないためと思われる。

しかし例えば図4のような場合、三つの関係; AB, BC, CA のうちその変わりやすさには自ずとより起こりやすいものとそうでないものがあるのが普通であろう。例えば、 B, C の敵対関係がそう強いものでないならば A のなかだちで B, C の仲のよくなる公算は大きいと考えられる。また、3人集団がお互いに一致協力し合わねばならないような危機状態に陥った場合においても同様であろう。これらのことは、関係の強さとか集団外からの力とかがある程度 G から G_i へ移る確率 $P(G, G_i)$ に反映されることを示していると思われる。そこで

9) $|S|$ で集合 S の元の数あらわす。また、 (x, y) と (y, x) とは区別していないので両者合わせて一つの元として数える。

10) $(x, y) \in E_\nu \cap P$ (resp. $E_\alpha \cap N$) なら、 $(x, y) \in N$ (resp. P) とする。

$P(G, G_i)$ に対する仮定を次のように考えることにする。

- (i) G が非安定で G と adjacent なグラフ G_i が $\delta(G_i)+1=\delta(G)$ なる関係を満たすとき、

$$P(G, G_i) = (1/w_{xy_i}) / (\sum_{x,y \in X \times Y} 1/w_{xy})$$

ここに w_{xy} は関係をあらわす線分 $(x, y) \in X \times X$ の重みであり、 (x_i, y_i) はその符号を変えれば G は G_i に移るような特定の線分である。

- (ii) (i) 以外のとき、 $P(G, G_i) = 0$

上のモデルを Flament が balancing processes の章で取り上げている例の一つである、男; M とその妻; W 、およびネクタイ; T の三つからなる系を使って説明すると次のようになる。

図 5

M または W が T を好むとき (または好まないとき)、 M と W の仲がいいとき (悪いとき)、それぞれ両者間の関係は正 (負) であると約束する。さらに、関係の強さあるいは変化のしにくさの指標である w_{XY} は、それぞれ $w_{MW}=10$, $w_{MT}=3$, $w_{WT}=2$ であるとする。このとき各線分 (X, Y) がその符号を変える確率を p_{XY} であらわせば、 $p_{MW}=0.11$, $p_{MT}=0.36$, p_{WT}

$=0.54$ となり図 5 を得る。

さらにもし w_{XY} を問題としている系に働いている種々の要因 (服装の流行とか、夫婦仲に対する外部からの影響、等) の関数として表現すれば、 p_{XY} にそれらの要因の影響が反映される。あるいは逆に、 p_{XY} のパターンの変化からそれらをもたらしした要因の推定ができるかもしれない。

3.3 閾値を持つ均衡過程のモデル¹¹⁾

前節においては関係の強弱を取り入れて関係の符号の変化のしやすさをその関数となるようにしたが、グラフの安定に関しては安定か非安定かの 2 分法であった。 $\delta(G)$ なる非安定度の指標はあったが、すべてのグラフは $\delta(G)$ が 0 になるように変化するのだから、均衡過程を問題にする限りにおいては安定度の強弱は取り扱われていないと思われる。実際には、その系が非安定であっても少しぐらいなら我慢できるということもあろう。この我慢の限界をあらわす指標として閾値 d を導入して、非安定の度合いが d 内におさまるようにモデル構成することも可能である。

また、前節においては関係の変わりにくさの指標として重み w_{xy} を考えたが関係そのものは正か負かの 2 分法であった。本節においては関係の状態を -1 から $+1$ までの数字であらわすことによって、例えば同じ正の関係でもその強弱を区別することにする。そのことによって、非常に強い正の関係が変化するとき、いきなり負の関係に変わるのではなくその強さだけを変えるような場合も取り扱えることになる。

グラフの点が四つ以上の場合には cycle が四つ以上存在して複雑になるので、とりあえず本稿では cycle が一つしかない 3 点よりなるグラフに議論を制限することにする。

3.3.1 関係の強さが中性化する場合

図 6 におけるように、第 k 単位時間における (A, B) (B, C) (C, A) の関係が -1 から $+1$ までの値を取る変数; $r_{AB}(k)$, $r_{BC}(k)$, $r_{CA}(k)$ であらわされているとする。 $S^{(k)}(A, B, C) = r_{AB}(k) \cdot r_{BC}(k) \cdot r_{CA}(k)$ なる三つの積を取ったとき、 $S^{(k)}(A, B, C) = +1$ のときが安定度が高くなり、 $S^{(k)}(A, B, C) = -1$ のときが一番不安定であると解釈できるとすれば、 $S^{(k)}(A, B, C)$ を安定度の指標とすることができる。グラフがその構造を変えるのはこの $S^{(k)}(A, B, C)$ がある値; $-d$ ($d > 0$) 以下にな

11) このモデルは京都大学教養部 木下富雄先生の示唆にもとづくものである。

図 6

ったときと考え、まず、 $r(x)$ を次のように定義する。

$$r(x) = \begin{cases} 0 & x < -d \text{ のとき} \\ 1 & x \geq -d \text{ のとき} \end{cases}$$

この $r(x)$ を用いて $r_{XY(k+1)}$ が次式 (3.3.1) で与えられるとしよう。

$$r_{XY(k+1)} = \alpha_{XY} \cdot r_{XY(k)} + (1 - \alpha_{XY}) \cdot \gamma(S^{(k)}(A, B, C)) \cdot r_{XY(k)} \quad (3.3.1)$$

ここに α_{XY} は $r_{XY(k)}$ の変化に対する抗抵抗力 ($0 \leq \alpha_{XY} \leq 1$ で 1 に近い程抵抗力は大きい。) と解釈できる。

(3.3.1) 式によれば、 $S^{(k)}(A, B, C) < -d$ のときだけ $r_{XY(k+1)} = \alpha_{XY} \cdot r_{XY(k)}$ となり、それ以外のときは $r_{XY(k+1)} = r_{XY(k)}$ である。すなわち、(3.3.1) 式で、グラフの安定度がある閾値 $-d$ 以下のときだけ各 $r_{XY(k)}$ は弱められる (中性化する) ということが表現できる。

3.3.2 関係がより強化される場合

(3.3.1) 式のモデルのもとでは、そのグラフの非安定度がある範囲内におさまるまであらゆる関係が中性化の方向に変化する。しかし安定したグラフの状態というのが一種の強化的な働きをするとすれば、 $S^{(k)}(A, B, C)$ がある値 $d\oplus$ 以上のときには各 $r_{XY(k)}$ は符号はそのままで絶対値が 1 になるように強められることも考えられる。本節においては二つの閾値 $d\ominus$, $d\oplus$ を (≥ 0) 取って、 $S^{(k)}(A, B, C) < -d\ominus$ のときには各 $r_{XY(k)}$ の消去 (中性化) が、 $S^{(k)}(A, B, C) > d\oplus$ のときには強化が起こるとしてモデル化をこころみることにしよう。

まず、 $\sigma(r_{XY(k)}, \beta(S^{(k)}(A, B, C)))$ を次のように定義する。

$$\sigma(r_{XY(k)}) = \begin{cases} +1 & r_{XY(k)} > 0 \text{ のとき} \\ 0 & r_{XY(k)} = 0 \text{ のとき} \\ -1 & r_{XY(k)} < 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

$$\beta(r_{XY(k)}; S^{(k)}(A, B, C)) =$$

$$\begin{cases} \sigma(r_{XY(k)}) & S^{(k)}(A, B, C) \geq d\oplus \text{ のとき} \\ r_{XY(k)} & d\oplus > S^{(k)}(A, B, C) > -d\ominus \text{ のとき} \\ -\sigma(r_{XY(k)}) & S^{(k)}(A, B, C) \leq -d\ominus \text{ のとき} \end{cases}$$

上の定義のもとで $r_{XY(k+1)}$ を (3.3.2) 式で与えてみよう。

$$r_{XY(k+1)} = \alpha_{XY} \cdot r_{XY(k)} + (1 - \alpha_{XY}) \cdot \beta(r_{XY(k)}; S^{(k)}(A, B, C)) \quad (3.3.2)$$

このとき、 $\sigma(r_{XY(k)})$ はグラフが安定な状態にあって $r_{XY(k)}$ が強化を受けたときにその変化すべき方向を与えることになり、 $\beta(\quad)$ はグラフが安定であるか非安定であるかによって $r_{XY(k)}$ を強化したり消去したりするのをあらわしていることになる。 $S^{(k)}(A, B, C) \leq -d\ominus$ のとき $\beta(\quad)$ の値が 0 でなく $-\sigma(r_{XY(k)})$ としてあるため、このモデルは非安定のときには $r_{XY(k)}$ は弱められるというよりは逆の方向に強化し直される場合をあらわしている。したがって、 $|r_{XY(k)}|$ が 0 に近い場合にはみかけ上中性的な関係に変化し、 $|r_{XY(k)}|$ が 0 に近い場合には符号が逆になるように変化する。 $r_{XY(k)}$ が弱められるにせよ、その際の抵抗力みたいなものが α_{XY} であらわされている。

(3.3.2) 式のモデルが、非安定のときには各関係が中性化する場合も含むようにしようとするれば、 $0 \leq \varepsilon \leq 1$ なるパラメータ ε を導入して $S^{(k)}(A, B, C) \leq -d\ominus$ のときには $\beta(r_{XY(k)}; S^{(k)}(A, B, C)) = -\varepsilon \cdot \sigma(r_{XY(k)})$ と置けばいい。 $\varepsilon = 1$ のときには (3.3.2) 式と同じであり、 $\varepsilon = 0$ のときが中性化の場合である。

(3.3.2) 式と (3.3.1) 式との違いは、これらのモデルを構成要素が 4 以上の系に拡張してその系に新しい要素が加わる (例えば、集団に新しい成員が加わる / 考慮すべき事物が増える) 場合も扱えるようにしたときより明らかになると思われる。(3.3.2) および (3.3.1) 式のモデルを構成要素が四つ以上の系に一般化するためには、一つの要素 A を含むおのおのの cycle の安定度がどのような形で A と他の要素との関係に影響するかを明らかにする必要がある。しかし、すべての cycle の符号 (cycle を構成している線分の符号の積) が正であることと、すべての triangle (3 点よりなる cycle) が安定 (正) であることは同値である (Flament (1963), Th. 3.2) ことに注意し、ある個人からあまりに隔ったところの事柄のその個人への影響は無視してもさしつかえないとできるのなら、 A から X への関係 $r_{AX}((A, X))$ と (X, A) は区別することにし、 $r_{AX} \neq r_{XA}^{(12)}$ であってもいいとする) に及ぼす影響を A を含むすべての triangle の (非)

安定度に制限してもさしつかえないと思われる。それらの安定度の r_{AX} に及ぼす影響の具体的な formulation はデータとのつき合わせて決めていくべき今後の課題の一つである。

4. 社会的勢力

4.1 社会的勢力のモデル

French (1956) をもとに Harary (1959) は社会的勢力のモデルをまず次のように提出した (p 170, 公理 3)。

例えば集団のある成員 A, B, C がそれぞれ実数値で表現される意見 a, b, c を持っているとする。このとき、 A が B, C の影響を受けると A は 1 単位時間後にその意見 a を $(a+b+c)/3$ に変えらるとされる。この過程が連続して起これば、極限状態として集団の成員がそれぞれ他からの影響の結果としての意見を持つようになる。Harary (1959) はそれらの意見が斉一化するための条件を求めている。

Harary (1959) は最後に次のように一般化されたモデルを提出する (p. 181, 公理 3')。

さきの B, C の A に対する影響の例で言えば、 A が B, C の影響により、公理 3' のもとでは、意見 a を $(2/3) \cdot r(A) \cdot a + ((1/2) - (1/3) \cdot r(A)) \cdot b + ((1/2) - (1/3) \cdot r(A)) \cdot c$ に変えらるとされる。ここに $r(A)$ は A が自分の意見 a を変えまいとする力 (opposition) の強さをあらわしていると解釈される。この一般化された公理 3' のもとで再び彼は意見の斉一化 (unanimity) への条件を求めている。しかし彼自身その注 (p. 181) でふれているように、影響者からの働きかけにより引き起こされた抵抗力 (resistance と呼ばれ被影響者自身の力にもとづく opposition と区別される。) がそれぞれの影響者に対して必ずしもすべて同じでない場合や、勢力が相手の魅力にもとづく場合のように、影響者と被影響者との関係で変わり得るような場合を扱うには不向きである。

意見の変移をあらわす式における行列が確率行列であることが各意見の極限状態の予測のためのマルコフの鎖の理論との対応づけにおいて本質的であることに注意するならば、Harary (1959) の公理 3' のモデルをさらに次のように一般化することができる。

集団の成員の集合を $X = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}^{13)}$ とし、

$w: X \times X \rightarrow R = (-\infty, \infty)$ とする。記法の便宜上 $w_{A_\alpha A_\beta} = w(A_\alpha, A_\beta)$ と書くことにする。各 A_α に対して $\{a_{A_\alpha, i}\}_{i=0, 1, \dots}$ なる実数列をつけて考え、 $\{w_{A_\alpha A_\beta}\}_{\alpha, \beta=1, \dots, n}$ 、 $\{a_{A_\alpha, i}\}_{\alpha=1, \dots, n}$ 、 $\{a_{A_\alpha, i-1}\}_{\alpha=1, \dots, n}$ が次の関係を満たすとする。

$$a_{A_\alpha, i} = (\sum_{\beta} w_{A_\beta A_\alpha} \cdot a_{A_\beta, i-1}) / (\sum_{\beta} w_{A_\beta A_\alpha}) \quad (4.1.1)$$

ここに、 $w_{A_\alpha A_\alpha}$ は A_α の opposition の強さであり、 $w_{A_\beta A_\alpha} (\beta \neq \alpha)$ は A_β から A_α への影響力と A_β により A_α に引き起こされた resistance の強さとの両者の影響を合わせたものである。 A_β から A_α への影響力の強さを $E_{A_\beta A_\alpha}$ で、 A_α から A_β への resistance の強さを $R_{A_\alpha A_\beta}$ であらわして、 $w_{A_\beta A_\alpha} = E_{A_\beta A_\alpha} - R_{A_\alpha A_\beta}$ と置けば、 $E_{A_\beta A_\alpha} < R_{A_\alpha A_\beta}$ のときは $w_{A_\beta A_\alpha} < 0$ となるが、これは A_α が A_β の影響下では A_β に逆う形で反応する場合と解釈できる。

$X = \{A, B, C\}$ として $w_{AA} = (2/3) \cdot r(A)$, $w_{BA} = w_{CA} = (1/2) - (1/3) \cdot r(A)$ と置けば、式 (4.1.1) は Harary (1959) の公理 3' の A, B, C の 3 人の場合の式に一致する。

$$e_{\alpha\beta} = w_{A_\beta A_\alpha} / \sum_{\beta} w_{A_\beta A_\alpha}, \quad E = (e_{\alpha\beta}),$$

$$a_i^T = (a_{A_1, i}, \dots, a_{A_n, i})$$

と置けば確率行列 E により (4.1.1) 式は次のように書き直せる。

$$a_i = E \cdot a_{i-1} = E^i a_0 \quad (4.1.2)$$

4.2 スペクトル分解の利用例

式 (4.1.2) に従って各人がその意見を変えていく場合の極限状態を調べるとき、 E が確率行列であることに注目してマルコフの鎖の理論から E の特徴により E^∞ の予測をすることができる。本節においては E のスペクトル分解による極限状態の予測の例が述べられる。

A, B, C , 3 者の関係が図 7 のようであるとする。

このとき、

$$E = \begin{pmatrix} 10/12 & 1/12 & 1/12 \\ 10/20 & 10/20 & 0/20 \\ 20/21 & 0/21 & 1/21 \end{pmatrix}$$

なる故、そのスペクトル分解により、 A, B, C , 3 人の意見が最初 a, b, c であったとすれば、その第 i 単位時間での状態 (a_i, b_i, c_i) 、および極限状態 $(a_\infty, b_\infty, c_\infty)$ は、それぞれ、

$$\begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.80 & 0.13 & 0.070 \\ 0.80 & 0.13 & 0.070 \\ 0.80 & 0.13 & 0.070 \end{pmatrix} \times$$

- 12) A の認知構造 (生活空間) におけるものであることを示すために $r_{AX}^{(A)}$ などと書くこともできる。
- 13) 第 (4.3) 節においては、 X は、成員以外の集団としての意見を体現するもの、すなわち集団そのものを含んでいる。

$$\begin{aligned}
 & + (0.43)^i \cdot \begin{pmatrix} 0.096 & -0.12 & 0.021 \\ -0.70 & 0.85 & -0.15 \\ 0.24 & -0.29 & 0.052 \end{pmatrix} \\
 & + (-0.051)^i \cdot \begin{pmatrix} 0.11 & -0.016 & -0.091 \\ -0.097 & 0.015 & 0.082 \\ -1.0 & 0.16 & 0.88 \end{pmatrix} \left\} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

および,

$$\begin{pmatrix} a_{\infty} \\ b_{\infty} \\ c_{\infty} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.80 & 0.13 & 0.070 \\ 0.80 & 0.13 & 0.070 \\ 0.80 & 0.13 & 0.070 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

となることがわかる。つまり、 $a_{\infty} = b_{\infty} = c_{\infty} = 0.80a + 0.13b + 0.070c$ となり意見が斉一化されている。

図 7

本節の場合 $w_{A\alpha A3}$ の値が始めから与えられていたが、次節ではこの $w_{A\alpha A3}$ をデータから求める場合の例について述べよう。

4.3 パラメーターの推定例

暗黒中の光点は物理的に静止しているものでも動いているように見えるという自動運動の現象を使って、Jacobs and Campbell (1961) は次のような実験をした。

暗黒中に提示された光点のみかけの運動量を被験者に評定させるわけであるが、暗室中に一人だけの C-1-0 群と、3人が同じ室で評定する C-3-0 群の二つの統制群と、X-2-1, X-3-2, X-4-3, X-3-1 の四つの実験群が用意された。C-1-0 群の被験者は 30×4 回の評定を行うが、C-3-0 群では 30 回の評定が終わると 3 人の被験者

のうちもっとも古い人が次の新しい人と入れ替わる。X- k - l 群では 30 回の評定が終わると k 人の被験者のうちもっとも古い人が次の新しい人と入れ替わるが、一番最初の k 人のうち l 人はサクラである。 l 人のサクラは実験者からあらかじめ著しく大きい評定値を報告するように指示されていて、はじめの l 回の被験者の入れ替えにおいてはこのサクラの l 人が順次、次の被験者（サクラではない）と入れ替わっていく。したがって l 回の入れ替わりの後にはサクラは一人もいない。

実験群のデータに (4.1.1) 式をあてはめて $w_{A\alpha A3}$ の値を推定するわけであるが、Jacobs and Campbell (1961) の実験が (4.1.1) 式のテストを目的としたものではなく、また、本節のパラメーターの推定は例として行われたものであるので、次のような単純化の仮定のもとでパラメーターの推定を行うことにする。(4.1.1) 式のテストを目的とする場合には、そのような単純化の仮定を設けていく際にその妥当性が順次検証できるような実験が要求されることは言うまでもない。

まず被験者の他人からの影響を受ける前の評定値 a_0 を C-1-0 群の最初の 30 回の評定値とすることにしよう。ところが、C-1-0 群、および C-3-0 群とも評定が進むに従いその値が減少している。そこで、あたかも被験者以外のその集団固有の人物 G がいてその評定値 a_G の影響を受けてそういう減少が生じたのだと考えることにする。つまりこの値 a_G は、各群の集団 (C-1-0 群ではそういう実験状況に置かれた被験者) が集団 (そういう状況における被験者) として安定した状態で持っている意見と解釈できる。また、他の場合、例えば、集団に外部から、あるいは集団のなんらかの変容にともなう内部からの、集団の成員の意見のある方向に変えるような力の働いているときには、 a_G はその力の発生源として解釈できる。ともかく Jacobs and Campbell (1961) の実験の場合には a_G をそれぞれの実験群に固有の値であると解釈するのでその値は各群別に求めることにするが、各群の最終世代¹⁴⁾の評定値を a_G とすることには問題がある。なぜなら、最終世代といえども新入の被験者の a_0 の影響があることのほかに、Jacobs and Campbell (1961) の報告しているデータ (Fig. 2, 3, 4, 5) ではそれぞれの実験群の最終世代でその集団の評定値が安定しているとは思えないからである。

なお、 $w_{A\alpha A3}$ に関しては、 a_G の各被験者への影響力

14) 30 回の評定中の各被験者の組は世代と呼ばれている。したがって、30 回の評定が終わって被験者が一人入れ替わると、世代が変わったと言われる。

はすべて等しく w_G であるとし、被験者間の影響力の強さも同じく互いに等しく w であるとする。サクラへの他者からの影響力は0であるとしなければならないことは言うまでもない。したがってサクラのはじめの評定値(サクラ以外の被験者の a_0 に相当するもの)はすべてその群の実験中に報告されている値とする。また(4.1.1)式においては、 $\{W_{A\alpha A\beta}\}$ という組と、それを C ($\neq 0$) 倍した $\{C \cdot W_{A\alpha A\beta}\}$ の組とが、同じ式の値を与えることから、一応被験者の自分の意見への固執度 $W_{A\alpha A\alpha}$ を基準としてそれを1と置くことにする。

以上の仮定のもとで a_G , w_G , w を最小2乗法により求めれば表1を得る¹⁵⁾。

表 1

	a_G	w_G	w
X-2-1	4.61	-0.83	0.86
X-3-1	1.12	0.75	1.91
X-3-2	-6.20	0.20	3.35
X-4-3	8.60	-0.90	0.85

表1によれば、X-3-1群では各人の自分の意見への固執度(パラメーターの推定の際には1としてあることに注意)と a_G の影響力とはほぼ等しいが、他者からの影響力はその倍あることになる。また、X-3-2群の a_G が負になっているが、これはこの群の実験が被験者の評定値がじゅうぶん小さくなっていった安定した状態になるまで続けられていないためであろうと思われる(このことはX-3-1群についても同様であるが)。X-2-1群、およびX-4-3群では w_G は負となっており、 a_G は実験の初期(第1世代)の評定値と後期(第8世代)の評定値との中間の値を取っている。このようなときは、 w_G が正である場合に比べて曲線の勾配は大きくなる。

以上のように実験データから(4.1.1)式のパラメーターの値を求めることは可能であるが、表1のパラメーターから Jacobs and Campbell (1961) の実験結果の考

察、および(4.1.1)式のモデル(特殊な場合として Harary (1959) のモデルを含んでいる)の妥当性の吟味を行うことは次の2点から問題がある。

- 1) 十分信頼のおける a_G の値が得られるほどに各群の世代数が多くないこと。
 - 2) w_G が負であるときの w_G と a_G を、(4.1.1)式がデータに適合するためにあらわれた人工的なものとみなすか、評定者が a_G の値にある程度抵抗を感じているとして心理学的実在性を持たせるかは、Jacobs and Campbell (1961) の実験からだけでは決めがたいこと。
- 2) の問題は 1) の問題に多分に依存しているため、Jacobs and Campbell (1961) 型の実験で(4.1.1)式のモデルのテストを行う際には、まず、世代数をじゅうぶん多く取って a_G の推定値の信頼性を高める必要があるう。

参 考 文 献

- Flament, C. (1963) Applications of Graph Theory to Group Structure. Prentice-Hall, Inc.
- French, J.R.P. Jr. (1956) A Formal Theory of Social Power. *Psychological Review*, **63**, 181-194.
- Harary, F. (1959) A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power. In: D. Cartwright (Ed.), *Studies in Social Power*, The University of Michigan, Ann Arbor.
- Jacobs, R.C. and Campbell, D.T. (1961) The Perpetuation of an Arbitrary Tradition through Several Generations of a Laboratory Microculture. *Journal of Abnormal and Social Psychology*, **62**, 649-658.
- Newcomb, T.M. (1958) The Cognition of Persons as Cognizers. In: R. Tagiuri and L. Petrullo (Eds.), *Person Perception and Interpersonal Behavior*. Stanford University, Press.
- Newcomb, T.M. (1959) Individual Systems of Orientation. In: S. Koch (Ed.), *Psychology: A Study of a Science. Study I. Conceptual and Systematic. Vol. 3. Formations of the Person and the Social Context*. McGraw-Hill Book Company, Inc.
- Tguri, R. (1957) The Perception of Feeling among Members of Small Groups. *The Journal of Social Psychology*, **46**, 219-227.

15) (4.1.1) 式のモデルを確率論的なものに変更すれば最尤優により求めることも可能である。確率論的モデル化を行うためには、まず各成員の意見をあらわす分布関数がどのような関数で与えられるかを決め、その分布関数のパラメーターが社会的影響を受けてどう変化するかを求めなければならない。