PARAFAC を解く二つのアルゴリズムの比較

林 文*, 山岡 和枝**, 寺尾 浩明**

A COMPARATIVE STUDY BETWEEN TWO ALGORITHMS OF THE PARAFAC MODEL

Fumi HAYASHI, Kazue YAMAOKA and Hiroaki TERAOKA

In utilizing the PARAFAC model, when Dr. Harshman's program is used, there seems to be too many steps involved in leading to the optimum solution.

In order to avoid such complexities and difficulties, Dr. Hayashi has suggested that a different, more fool proof method be used.

A comparison was made between these two methods using data about the physical constitution of children. The results showed that these two methods yielded two different solutions. Yet the solution from Dr. Hayashi's method was found to be much more understandable than from Dr. Harshman's method.

1. はじめに

1.1. 目 的

1980 年 9 月来日の際 Kruskal は, PARAFAC という MDS の一方法とそのコンピュータプログラムを紹介した. PARAFAC (Parallele-Factor Analytic Method) は 3 方向の要素の組み合わせから成る 3 次元のデータを trilinear のモデルのもとに分析するもので, Harshman によって開発されたものである (Harshman 1970, 1977, 1980). この方法については, Kruskal (1978, 1981) に詳しいが, 我々はまず trilinear という複雑な構造をもつデータ解析のモデルの妥当性を検討することとした. また, Harshman の開発したコンピュータプログラム「PARAFAC」¹⁾には種々のオプションがあり, それにともない, 種々の解が得られてくる. 適当なオプションを指定し, 最適解を見出すノウハウがあるわけで, 実際のデータを使って, Kruskal に実行してもらい, その

手順の説明を受けて, 使用法のノウハウ, 解の選び方を知ることができた.

この計算方法に対して, 林 知己夫は PARAFAC モデルの解を得るための新しいアルゴリズムを提案した (Hayashi 1982). これに従って, Harshman プログラムにおける名人芸と異なり, fool proof に解けるコンピュータプログラム CFH-PARAFAC²⁾を作成した. この妥当性をテストデータで検討した.

そこで, 性格の明瞭なデータとして, 体育学でよく検討され素性のわかっている青少年の体格成長のデータを用いて, これら二つのプログラムの適用上の比較をし, PARAFAC モデルの妥当性を検討した.

1.2. PARAEAC モデルと Harshman のアルゴリズム

三方向の要素の組合せで決まる値からデータ (3 次元マトリックス) を扱う MDS の方法として PARAFAC の他に三相 MDS (Tucker 1963, 1964, 1966), INDSKAL (Carroll 1970) などがある. また, 三方向が同じ要素である場合の 3 次元親近性データを扱うものとして, 林の e_{ijk} 型数量化 (Hayashi 1972) がある.

PARAFAC は 3 要素の関係 x_{ijk} をそれぞれの方向の要素へ与える S コの因子の積和で表現しようとするもの

* 統計数理研究所第四研究部第一研究室 (The 4th Division, The Institute of Statistical Mathematics)

** 帝京大学医学部公衆衛生学教室 (Department of Public Health, Teikyo University School of Medicine)

1) SSA (Scientific Software Associates — 48 Wilson Av., London, Ontario, Canada N6H1 X3) から有料借用できる形になっている.

2) Computer Science Monographs (統計数理研究所) に発表の予定である.

である.

$$x_{ijk} = \sum_{s=1}^S a_{is} b_{js} c_{ks}, \quad \begin{matrix} i=1, 2, \dots, I \\ j=1, 2, \dots, J \\ k=1, 2, \dots, K \end{matrix}$$

a_{is} : モード A の第 i 要素に与える第 s 因子負荷量

b_{js} : モード B の第 j 要素に与える第 s 因子負荷量

c_{ks} : モード C の第 k 要素に与える第 s 因子負荷量

三方向をモード A, モード B, モード C といひその要素の数を I, J, K 個とする.

Harshman のプログラムでは 3 方向のデータだけでなく, 二方向のデータも入力できるようになっている. 例えば通常の対称 2 次元マトリックスからは主成分分析の解も得ることが出来る. すなわち

$$x_{ij} = \sum_{s=1}^S a_{is} b_{js}, \quad i=1, \dots, I, j=1, \dots, J$$

の解が $a_{is}=b_{is}$, ($i=1, \dots, I, s=1, \dots, S$) となり, これが主成分分析の解に等しくなる (3 章に述べる解についての条件を適当にとった場合).

しかし, 本稿では, 他の方法でも分析可能な性質のデータを扱う場合は除き, モード A, モード B, モード C が全く異なった要素から成る完全な三方向のデータを扱う場合のみを問題とした.

Harshman のアルゴリズムは, まず前処理の過程 (Preprocessing) で必要に応じてデータマトリックス x_{ijk} を変換しておき, それから, a_{is} , b_{js} , c_{ks} に初期値を与え, 種々の指定条件を満足する解を逐次近似で求めてゆく. これら前処理, 初期値, 解の条件は種々の指定の仕方があり, プログラムにはオプションとして組み込まれている. これを決めれば一応解は得られるが, 最適な解を得るには, 別の初期値から出発した場合, 求める因子の数を変えた場合など様々の解を出す. これらの様子を調べるための演算, 図表示のプログラムもパッケージされており, この結果から判断し, 最適な解を選ぶようになっている.

2. "PARAFAC" コンピュータプログラムへの入力

プログラムの実行に際して, 前述のように, データの前処理, 解の条件など様々のオプションがあり, これらを指定してデータの前に入力する. この主な内容を簡単にあげておく.

2.1. 前処理に関して

入力データは三方向, 三つのモードから成るが, 基本に, 各モードについてその中心を合わせる centering (例: モード A についての centering は $\sum_i x_{ijk}=0$ とする) と, 各モードでの基準化 normalization (例: モード A での基準化は $\sum_j \sum_k x_{ijk}^2 / JK = 1$ とする) の二通りがあり, 三つのモードに対しての用い方を決定する. ここでこの centering と normalization は次の順序で行なわれることになっている. まず centering をモード $A \rightarrow B \rightarrow C$ の順に行なってから normalization をモード $A \rightarrow B \rightarrow C$ の順に行なう. この中で必要と指定したところのみを行なうが, 指定の仕方によっては後の変換が前の変換をこわしてしまう. そこで再び centering を $A \rightarrow B \rightarrow C$ の順に, 次に normalization を……と繰返し, 近似的に指定の条件を満たすような変換をしていく.

2.2. データ解析に関して

各モードへの因子負荷量の初期値として, i) 乱数を用いる場合, ii) 特定の値を入力する場合, の二通りの方法がある. i) の乱数を用いる場合は, 特に指定しない限り 3 組の乱数を用いた 3 組の解が出力される.

各モードの因子の条件として, 直交条件, 無相関条件およびこれらを指定しない斜交があり, 逐次近似の反復過程上でこれら条件をはずしてゆくパターンもつくられている.

この他, 欠測値データの扱い方や各モードごとの解の収束判定, あるいは入力, 出力に関するものなど様々なオプションが組込まれている.

3. "PARAFAC" プログラムによる解 —成長データ—

Harshman のこのプログラムには前章で触れたように様々なオプションがあり, fool proof に用いることができない. 最も適切な解を引き出すノウハウを必要とする. ここでは, 実際のデータとして子供の体格成長データを例としてとりあげた. 子供の成長は各人各計測ごとにみれば単調増加であり, また, 附録 1 に述べるような様々な分析がなされており, 明瞭に性格がわかっている. このようによく解ったデータからの解によって, PARAFAC モデルの意味を知ることができよう. どのような意味の解を出すか検討を加えたい.

ここで用いた成長データは, 千葉県某中学校女子生徒 32 名の小学校 1 学年から中学校 3 学年までの計 9 ケ年における身長, 体重, 胸囲, 座高の 4 計測値である (付録

3にデータを示した)。三つのモードは、モードAに計測を、モードBに年次を、モードCに個人をあてた。

3.1. Kruskal による最適解の決定過程

Kruskal の指導の下に Harshman の PARAFAC プログラムで計算した際の種々オプションの指定、最適解に到る過程、選び方を説明する。

3.1.1. データ前処理と解の条件の設定

centering と normalization を各モードで次の 1), 2), 3) のように設定した。

1) モード A (計測) に関して

身長、体重、胸囲、座高の4計測は各々同質なものではないので、中心を合わせる必要はないと考え、centering は行なわず、単位が異なっているため normalization を行なう。

2) モード B (年次) に関して

経年変化に関しては中心を合わせた方がよいと考え、centering のみか、あるいは centering と normalization の両方を行なうかの二通りを設定した。

3) モード C (個人) に関して

個人系列についても年次と同様に、centering のみか、centering と normalization の両方かの二通りを設定した。

以上 1)~3) の各モードの前処理設定に基づき、次の [1]~[4] の四通りの場合について計算を行ない、最適

解を求めてゆく。モード A に関しては、どの場合にも normalization を行なうものとする。

[1] モード B, C とも centering および normalization を行なう。

[2] モード C を centering のみ、モード B を centering と normalization の両方を行なう。

[3] モード B を centering のみ、モード C を centering と normalization の両方を行なう。

[4] モード B, C とも centering のみを行なう。

解の条件としては [1]~[4] のいずれにおいても、モード A, B に関しては斜交で、モード C に関しては初めだけ無相関条件をつけておく形で計算を行なう。

因子の個数については [1] と [2] では1個~3個の三通り、[3] では1個、2個の二通り、[4] では1個~4個の四通りの場合の解を求めた。

3.1.2. 最適解の算出

以上の要領で Kruskal は計算を行ない、因子の数2以上については得られた解の各因子負荷量の単相関係数および Cross-Products of Normalized Factor (これは各因子間の cosine の値を示す。以後 CPNF と略記する) を算出し、因子間の関連状況を観察した(解の条件を斜交としたため、似通った因子が得られることが予想され、これを検出する)。この値の互に大きくないもので、

i) 解のあてはまりの度合を示す相関係数 (R) が大

図 1. 成長データの PARAFAC による解 (3.1 [4] の解1因子~4因子) のモード B (年次) ごとにみた MSE の変化 (Kruskal による)

* 3.1 [6] で得られた第4の解でのMSE

ii) あてはめた解の最小二乗誤差 (Mean Square Error, MSE と略記する) が小さく, かつモード B の各年次ごとにみた MSE が小さいもの.

を最適解とみなし, 多くの解の中から 3, 3, 1, [4] の 4 因子を選択した (図 1 参照).

次に [4] の 3 組のランダム数から出発した 3 組の解のうち特に似通ったと考えられる解を除き (各因子負荷量の単相関係数および CPNF から選択したと思われる), 更に計算してゆく. その過程に沿って得られた解はつぎのとおりである.

[4]' 3, 1, 1, [4] の 4 因子の場合の解に新たな 3 組のランダム数から出発して新たな 3 組の解を求める.

[5] [4]' の 3 組の解のうち第 3 の解に対して新たな解を求める.

[6] [5] の解からさらに新たな解を求める.

Kruskal は, この [4]', [5], [6] で得られた解のうち, 先と同様各因子負荷量の単相関係数および CPNF を観察し同じ解と思われるものを除き, 計 6 個の解を選択した.

さらにこの 6 個の解の R, R^2 , MSE, Stress を観察し, 類似していると考えられるものについては MSE, Stress が小さく, R の大きい, よくあてはまっていると思われるものを選び, その結果, 6 個の解のうち 1 番目, 4 番目, 5 番目を選択した (表 1 参照).

Kruskal はさらに先の解の Stress, MSE の減少傾向からみてまだ解は収束していないと判断し, 上記の解から出発して計算を繰返した. そして R が変化しなくなり, 解が収束したと考えられる解について CPNF, R, MSE を比較し, 最適解を導き出した.

3.1.3. Kruskal が導いた最適解に関する考察

図 2 に各因子負荷量の各モード, 各因子ごとの分布を描いたが, 各モードごとに観察してゆくと以下のことが考えられた.

モード A に関しては, 第 1 の因子では 4 変量が集まっており “量” が表われているように思える. 第 2, 第 3 因子は因子負荷量の符号が逆になっているがほとんど同じ因子で, 身長と座高, 体重と胸囲が同じ位置にある.

第 1, 第 2 の因子に関しては 4 変量の主成分分析の結果得られた第 1 主成分, 第 2 主成分 (図 3 参照) とほぼ一致している. この主成分分析は 4 変量の個人データを各年次ごとに平均 0, 分散 1 に基準化し, それを 9 ケ年分まとめて入力し計算したものである. 第 4 因子に関しては解釈がつけ難いが, これは他の因子の一次結合として表わされていると思われる. 以上モード A に関してはほとんど主成分分析の結果とも一致した解釈がつけられたが, モード B に関しては解釈がつけ難い. モード C に関しても個人の体の大きさあるいは経年変化の型からみても一様な解釈はつけられなかった. 主成分分析とはほぼ一

表 1. PARAFAC の成長データでの実行過程における 4 因子の場合の各解の R, R^2 , MSE, STRESS (Kruskal による)

解		R	R^2	MSE	STRESS
第 1 回目	1	.8225101	.6765228	.3234293	.5687283
	2	*1			
	3				
	4	.8226269	.6767146	.3232426	.5685642
	5	.8224200	.6771972	.3227562	.5681362
	6	*2			
第 2 回目	1'	.8225177	.6765353	.3234168	.5687174
	4'	.8227656	.6769453	.3230057	.5683557
	5'	.8230230	.6773669	.3225869	.5679871
**4					
第 3 回目	1''	.8225141	*3		
	4''	.8228601	.6770298	.3228616	.5682290
	5''	.8220561	.6774213	.3225263	.5679338

*1 解 1 と同じ解で, R, R^2 , MSE, STRESS が解 1 より良くないため除く.

*2 解 4 と同じ解で, R, R^2 , MSE, STRESS が解 4 より良くないため除く.

*3 解は収束したと判断された.

*4 逐次近似の過程を 3 回繰返して完全に収束させた.

図 2. 成長データの PARAFAC 最適解 4 因子の分布 (Kruskal による)

図 3. 各年ごとに基準化した成長データ (32 人×9 年の積みあげ) の主成分分析によるモード A (計測) の布置

致したことを表わしていると考えられる第 1 因子と第 2 因子を各モードごとに 2 次元平面表示した (図 4. 1~図 4. 3) が、これらを観察しても各モードについて一致した解釈ができなかった。

3. 2. データ前処理なしの解の決定

先に述べた様に PARAFAC の前処理は、まず centering をモード A→B→C の順に行ない、続いて normalization をモード A→B→C の順に行ない、これを繰返すことにより近似的に収束させる方法をとっており、前処理によりデータの性質そのものが相当変化してしまう可能性があると考えられた。そこで、PARAFAC に組み込まれた前処理をせずに、原データを各年ごとに平均 0、分散 1 に基準化したデータを用いて解析することを試みた。

因子の数が 1 個~3 個の三通りの解を求めた。1 因子の場合でも $R=0.815$ とかなり高い値を示しており、解

図 4.1 モード A (計測)

図 4.2 モード B (年次)

図 4.3 モード C (個人)

図 4. 成長データの Kruskal による PARAFAC 最適解の布置

は3組のランダムな初期値からはじめた3組ともほとんど同じと考えられた。各モードに関しては、モードAでは身長、体重が同じ位置に出てきており、モードBの年次に関してもその並び方が解釈し難かった。

2因子の場合は $R=0.895$ で3組のランダム数からはじめた各解はほとんど同じであった。

3因子の場合は $R=0.921$ で図5に2番目のランダム数から出発した解の各モード各因子ごとの因子負荷量の分布図を示した。これらから、モードAの第1因子と第3因子は逆に並んでいるだけでほとんど同じと考えら

れ、モードCに関しては第2因子、第3因子は第1因子と上下逆であるがほぼ同じであるといえよう。またモードBはどの因子でも因子負荷量が集まってしまっているが、これはデータ入力の際各年ごとに平均0、分散1に基準化したためと推測される。

以上の結果と Kruskal によって導かれた最適解とを比較考察し、つぎのようなことが考えられた。

いずれの解においても因子の個数を1個または2個とした場合はどのランダム数から出発した解でも同じ因子が出ており、3個以上の場合に異なった因子が現われて

図 5. PARAFAC による前処置なしの場合の解 (各年ごと基準化したデータ)

くる。従って本解析に用いたデータに関しては主として二つの大きな因子があり、1個とした場合は2因子の一次結合として現われていると推測される。これはまた、各年ごとに基準化したデータを9年分積みあげて主成分分析した結果(図3)とも類似しており、第1主成分(寄与率 75.9)および第2主成分(寄与率 17.1)の二つの大きな主成分で表わされている。

これら両方法で得られた解を各モードごとに観察してゆくと、モードAに関してはいずれの方法においてもほぼ同じ解を得ており、4変量がまとまっている“量”を表わすとみられる因子と、身長と座高、体重と胸囲というような“長さ”と“幅”が表わされていると思われる因子の二つの因子が観察された。モードCに関しては、Kruskalの最適解においては各個人の大きさあるいは増加傾向などの観点からみて解釈がつけ難かった。データの前処理なしの場合は極端に発育・大きさともに

大きい者、小さい者が両方向に分かれてはいるが、その他の者に関してはほとんど集まっており解釈が難しい。

以上の結果、モードA、B、Cの解のもつ意味に一定した解釈ができなかったのは、前処理により入力データの性質そのものが変化してしまったこと、種々のランダム数を初期値として出発し、種々の条件の組み合わせから得られる種々の解の中から最適解を求めてゆくが、それが必ずしも最適解でなく、ローカル・ミニマムの解が出てしまっていることなどが影響していると考えられた。

4. PARAFAC モデルの解を求める新しいアルゴリズム

前章でわかったように PARAFAC モデルの Harshman によるプログラム実行については、かなりの熟練を要し

たにもかかわらず、よくわかった成長データに対して解釈のできない解が出てきた。これはこのデータが PARAFAC モデルに合わないためであるのか、またはアルゴリズムによるものか、前処理や解の選択の仕方によるものか、疑問があった。そこで3次元データ x_{ijk} を三方向の要素に与える S 個の因子の積和 $\sum_{s=1}^S a_{is}b_{js}c_{ks}$

に分解するという PARAFAC モデルの基本的なところへもどって、林知己夫は fool proof に実行できる別のアルゴリズムを開発した。この方法の筋を簡単に述べる。モード A, B, C という表現は PARAFAC と同様に用いることとし、“ S 個の因子”に相当するものとして“ S 次元のベクトル”ということとする。

(1) まずモード C へのベクトルが直交、モード B へのベクトルが長さ J という仮定をおく。

$$\rho_{ii'} = \frac{1}{JK} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijk} x_{i'jk} \quad (4.1)$$

($i, i'=1, \dots, I$) を考える。 $\rho_{ii'}$ はデータから計算され、 I 元のマトリックスをつくる。また、上式 (4.1) に $x_{ijk} = \sum_{s=1}^S a_{is}b_{js}c_{ks}$, $x_{i'jk} = \sum_{s=1}^S a_{i's}b_{js}c_{ks}$ を代入し、上の条件を入れてゆくと、

$$\rho_{ii'} = \sum_{s=1}^S a_{is}a_{i's} \quad (4.2)$$

となる。従って ($\rho_{ii'}$) の固有値を解いて最大から S 個の固有値に対応する固有ベクトルを a_{is} ($i=1, \dots, I, s=1, \dots, S$) とすればよい。 s は固有値の大きい順につけておく。同様に、モード C へのベクトル直交、A へのベクトルの長さ I と仮定して

$$\rho_{jj'} = \frac{1}{IK} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ijk} x_{ij'k} \quad (4.3)$$

は

$$\rho_{jj'} = \sum b_{jk}b_{j'k}$$

となる。 $\rho_{jj'}$ ($j, j'=1, \dots, J$) をデータから計算してこの J 元マトリックスの固有値を解き、固有値の大きい方から S 個に対応する固有ベクトルを b_{js} ($j=1, \dots, J, s=1, \dots, S$) とする。

$$(2) \quad Q = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (x_{ijk} - \sum_{s=1}^S a_{is}b_{js}c_{ks})^2 \quad (4.5)$$

を最小にするような c_{ks} を求める。 a_{is} , b_{js} は上記の式 (4.2), (4.4) で求まっている。

$$\frac{\partial Q}{\partial c_{nt}} = 0, \quad n=1, \dots, K, \quad t=1, \dots, S$$

を解けばよい。この式は

$$\sum_{s=1}^S \left(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ir}a_{jt}b_{js} \right) c_{nt} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ijn}a_{it}b_{jt}$$

であるが、(1) で求めた a_{is} , b_{js} はそれぞれ直交解なので、全く簡単な等式

$$c_{nt} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ijn}a_{it}b_{jt} \quad (4.6)$$

となり、 c_{nt} ($n=1, \dots, K, t=1, \dots, R$) が得られる。

これでモード A, B, C の解ベクトルが求まったが、モード C へのベクトルははじめに仮定した条件「直交」を満たしてはいない。これらのベクトルを初期値とし、これからは直交の条件を外して逐次近似を行なう。

$$(3) \quad \left. \begin{aligned} a_{is} &= {}^{\circ}a_{is} (1 + \Delta a_{is}) \\ b_{js} &= {}^{\circ}b_{js} (1 + \Delta b_{js}) \\ c_{ks} &= {}^{\circ}c_{ks} (1 + \Delta c_{ks}) \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

として Δa_{is} , Δb_{js} , Δc_{ks} で一つ前の段階の値 ${}^{\circ}a_{is}$, ${}^{\circ}b_{js}$, ${}^{\circ}c_{ks}$ を修正するとする。(2) の Q の式をこれで置きかえ、

$$Q = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left\{ x_{ijk} - \sum_{s=1}^S {}^{\circ}a_{is}(1 + \Delta a_{is}) \times {}^{\circ}b_{js}(1 + \Delta b_{js}) {}^{\circ}c_{ks}(1 + \Delta c_{ks}) \right\}^2 \quad (4.8)$$

を最小にする Δa_{is} , Δb_{js} , Δc_{ks} を求める。このためには

$$\frac{\partial Q}{\partial \Delta a_{it}} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \Delta b_{mt}} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \Delta c_{nt}} = 0 \quad (4.9)$$

$$l=1, \dots, I, \quad m=1, \dots, J,$$

$$n=1, \dots, K, \quad t=1, \dots, R$$

を解く。これを書き下し、修正の項は小さいものとして2乗以上の項を無視すると、これらの式は近似的に、 $(I+J+K) \times S$ 元の連立一次方程式となる。これを解いて Δa_{is} , Δb_{js} , Δc_{ks} を得る。(4.7) の修正をし、連立一次方程式の係数を出しなおして次の Δa_{is} , Δb_{js} , Δc_{ks} を求める。再び修正、これを繰り返してゆく。

繰返しは適当な回数行ない、この中で最もあてはまりのよいところを解とする。

(4) あてはまりの度合は

$$E = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (x_{ijk} - \sum_{s=1}^S a_{is}b_{js}c_{ks})^2$$

を用い、

$$\bar{\eta}^2 = 1 - \sigma_w^2 / \sigma_x^2; \quad \sigma_w^2 = E / IJK$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijk}^2 / IJK - \bar{x}_{ijk}^2$$

$$\bar{x}_{ijk} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijk} / IJK$$

で表わす。

(5) 解の見易さのため、各モード、各次元ごとに分散1に変換する。

以上が PARAFAC の改良アルゴリズムの概略である。

解の次元の数 S は、初期値として求める a_{is} , b_{js} が固有値の大きい順にとられているので解の寄与率も次元の順と考えてよく、求めたい次元を決めて分析する。解は簡単に理解できるものであるべきで、2次元が望ましい。場合によって1次元のあるいは3次元の分析するのがよい。

このアルゴリズムのコンピュータプログラムの妥当性を知るため、Harshman の PARAFAC プログラムパッケージの中にある簡単なモデルデータで実行し、2次元解が因子数2の解（パッケージに入っている）と一致することを確認した（付録2）。

5. 成長データの改良アルゴリズムによる解

5.1. 改良アルゴリズムによる解

3章での考察の結果、本解析に用いた成長データには主として二つの大きな因子が認められ、また改良アルゴリズムでは寄与率の大きな順に解が得られるので解の次

図 6.1 モード A (計測)

図 6.2 モード B (年次)

図 6.3 モード C (個人)

図 6. 成長データの CFH-PARAFAC による解 (2次元解)

元をはじめから限定することが可能なため、ここでは2因子、2次元解として分析した。

この結果のモード A, B, C の2次元解の布置をそれぞれ図6-1, 6-2, 6-3に示した。この解のあてはまりの度合を表わす r^2 は0.9957であった。モードAに関しては、この2次元解の1次元目では“長さ”が2次元目では“量”が表わされていると考えられ、それぞれの代表的な変量として身長と体重があげられよう。モードBではモードAの解の解釈と一致し、同じ方向をもつ経年変化が表わされていると考えられる。即ち、第1次元目の解を“長さ”、第2次元目を“量”と考えると、その伸びの著しいところでは経年変化も大きく現われていると推測されて興味深い。モードCに関しては、特に発育お

よび大きさが身長、体重ともに大きいもの、小さいものがモードAの解の解釈と一致していると考えられる。

5.2. Kruskal の最適解³⁾と改良アルゴリズムの解の比較

モードAに関しては両方法とも、二つの因子で身長と座高、体重と胸囲が分かれているが、特に改良アルゴリズムの方では身長と体重が二つの大きな因子となっている。

モードBに関しては、Kruskal の最適解によると、特に5~8年次にかけて大きく変化しているが、改良アルゴリズムの解では4~7年次の間に大きな変化がみられる。原データで各計測の各年ごとの平均値の伸びをみると、全体的に3~7年次にかけて伸びているものが多く、

表 2.1. グループ間の各計測の平均値の t -検定 (Kruskal による PARAFAC 最適解の場合)

(I-II)		(I-III)		(I-IV)		(I-V)		(I-VI)	
H W B SH		H W B SH		H W B SH		H W B SH		H W B SH	
1									
2									
3									
4	*							*	
5	*							*	*
6								*	*
7								*	*
8								*	*
9								*	*

(II-III)		(II-IV)		(II-V)		(II-VI)		(III-IV)	
H W B SH		H W B SH		H W B SH		H W B SH		H W B SH	
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

(III-V)		(III-VI)		(IV-V)		(IV-VI)		(V-VI)	
H W B SH		H W B SH		H W B SH		H W B SH		H W B SH	
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

* ---5% S.Level有意差あり

** ---1% S.Level有意差あり

[] : 比較グループ番号

個人のグループ分け

I : 2,5,6,7

II : 18,26,31,32

III : 4,8,10,13,14,15,17,20,22,23,27

IV : 19,25

V : 1,11,16

VI : 3,9,12,21,24,28,29,30

H : 身長

W : 体重

B : 胸 囲

SH : 座 高

3) Harshman プログラムを用いて Kruskal が選択していった最適解

表 2.2. グループ間の各計測の平均値の t -検定 (CFH-PARAFAC による解の場合)

	(I-II)				(I-III)				(I-IV)				(I-V)				(II-III)			
	H	W	B	SH	H	W	B	SH	H	W	B	SH	H	W	B	SH	H	W	B	SH
1																				
2																				
3																				
4																				
5																				
6																				
7																				
8																				
9																				

	(II-IV)				(II-V)				(III-IV)				(III-V)				(IV-V)			
	H	W	B	SH	H	W	B	SH	H	W	B	SH	H	W	B	SH	H	W	B	SH
1																				
2																				
3																				
4																				
5																				
6																				
7																				
8																				
9																				

* ---5% S.Level有意差あり

** ---1% S.Level有意差あり

{ } : 比較グループ番号

個人のグループ分け

I : 19,26

II : 1,2,4,5,7,15,18,23,32

III : 3,6,8,10,13,14,17,20,25,31

IV : 9,11,21,22,24,27,29,30

V : 12,16,28

H : 身長

W : 体重

B : 胸囲

SH : 座高

7~8年次においては変化が小さいという傾向が観察された。すなわち、前者の解での経年変化はデータの平均値からの読みでは解釈できなかったが、後者に関しては全計測の平均値の経年変化と比較的一致しており各計測の経年変化がそのまま表わされているようである。

モードCに関しては、両方法でそれぞれ得られた個人の分布状態の差異を観察するために、それぞれ布置図(図4.3および図6.3)より、ほぼ等間隔に個人を数個にグループ分類し、各グループ間の各年次ごとの身長、体重、胸囲、座高の平均値の有意差検定(t -検定による)を行ない、大まかな分布の違いを観察した。その結果は、表2.1, 2.2に示した。

この結果、改良アルゴリズムにおいてはI~Vのグループで各計測の大きさによりほぼ一定の傾向がみられた。遠い位置関係にあるグループIとVの差異はもとより、特にグループIIとIII, IVまたはグループIIIとIVは、それぞれ第1次元目と第2次元目の代表的な変量である身長および体重において有意差が強く現われており、更にグループが離れるに従い有意差が多くみられることがわかった。つまり、個人の測定値の情報を総合的によく集約していることがわかる。これに対しKruskalの導いた最適解では傾向およびグループ間の有意差ともに差異があまりみられず、このような観点からは分類が

うまくできていないと考えられる。

6. ま と め

3章および5章で述べたように、Harshman プログラムでKruskalの導いた結果は解釈し難い意味のはっきりしないものであったが、Hayashiのアルゴリズムによる結果は明確な意味をもつ妥当な解が得られ、このデータにPARAFACモデルを適用すること自身は妥当性あることといえる。問題はHarshmanのアルゴリズムあるいはデータの扱い方にあるわけで、ここでもう一度両方法の使用上の特長、問題をまとめておく。

- (1) Harshmanの方法は前処理のやり方により解が異なる。原データに潜む情報がどの程度正しく解に表出されてくるのか不明の点がある。
- (2) 因子の数に関しては、HarshmanのPARAFACでは寄与率の大きな順に出て来るわけではないので、いろいろな因子の数に対し種々の初期値から実行して結果を見てゆかないと本質的に寄与率の大きな因子を得ることができない。
- (3) Kruskalによる最適解の決定は上記前処理、因子の数の点の試行錯誤を含む多くの計算を必要とし、各段階での判断にはかなりの熟練を要すると思

われる。

(4) 改良アルゴリズムにおいてはこれらの複雑な過程が無く、解は初期値として固有値の高いものから選んでゆくため、容易に有効な解のみ引き出せる。

このように、成長データの実例では、Harshman プログラムで Kruskal が苦勞して導き出した解が、内容のよくわかったデータにもかかわらず、解釈し難いものがあった。こうした明白なデータの解さえ出ないところにこの解法を用いることの危なさがあり、注意を喚起したい。改良アルゴリズム CFH-PARAFAC では、このデータについては妥当な解を得られたが、今後、多くのデータに当り、PARAFAC モデルの適用を明らかにしたい。

謝 辞

末筆ながら、総合的に御指導をいただいた林 知己夫先生、PARAFAC のプログラムを使用させていただき、御指導下さった Dr. Kruskal、その使用に際し多くの御助言をいただいた水野欽司先生とに深く感謝いたします。

参 考 文 献

- Carroll, J.D. and J.J. Chang, Analysis of Individual Differences in Multidimensional Scaling via an N-way Generalization of 'Eckart-Young' Decomposition, *Psychometrika*, Vol. 35, 1970, 289-319.
- Harshman, R.A., Foundations of the PARAFAC Procedure: Models and Conditions for an "Explanatory" Multi-Modal Factor Analysis, UCLA Working Papers in Phonetics, #16, Dec. 1970.
- Harshman, R.A., Ladefoged, P. and L. Godstein, Factor Analysis of Tongue Shapes, *Journal of Acoust. Soc. Am.*, Vol. 62, No. 3, Sep. 1977, 693-707.
- Harshman, R.A. and S.A. Berenbaum, *Basic Concepts Underlying the PARAFAC-CANDELOMP Three-Way Factor Analysis Model and its Application to Longitudinal Data, Present and Past in Middle Life*, ed. Eichron, E.H., Mussen, P.H., Clausen, J.A., Haan N. and M.P. Honzik, Academic Press (New York), 1980.
- Hayashi, C., Two Dimensional Quantification Based on the Measure of Dissimilarity among Three Elements, *Annals of the Inst. of Statist. Math.*, Vol. 24, No. 2, 1972, 251-257.
- Hayashi, C., New Algorithm for Solution of PARAFAC Model, *Behaviormetrika*, **11**, 1982.
- Kruskal, J.B., Factor Analysis and Principal Components: Bilinear Methods, *International Encyclopedia of Statistics*, ed. Kruskal, W. and J. Tanur, Macmillan and Free Press (New York), 1978, 307-330.
- Kruskal, J.B., Multilinear Models for Data Analysis, *Behaviormetrika*, **10**, 1981.
- 高石昌弘, 他, 思春期身体発育のパターンに関する研究, 第1報, 男子の身体発育速度および体重発育速度について, 小児保健研究, **26** (2), 1968, 57-63.
- Tucker, L.R., Implication of Factor Analysis of Three-Way Matrices for Measurement of Change, *Problems in Measuring Change*, ed. Harris, C.W., Univ. of Wisconsin Press (Madison), 1963, 122-137.
- Tucker, L.R., The Extension of Factor Analysis to Three-Dimensional Matrices, *Contributions to Mathematical Psychology*, ed. Frederiksen N., Holt, Rinehart and Winston (New York), 1964, 109-127.
- Tucker, L.R., Some Mathematical Notes on Three-Mode Factor Analysis, *Psychometrika*, Vol. 31, 1966, 279-311.

付録 1. 体格成長データについて

形態発育についての研究の多くは、独立変数 (横軸) に年令, 従属変数 (縦軸) に身長や体重等においてその関係をみるものである。身長や体重の発育は二重 S 状の曲線を示しており、青少年期では学童期前半は第1急進期と第2急進期の間でゆるやかな発育をしているが、学童期の後半から第2急進期が始まる。ただ、身長と体重の間には多少の差があって、身長の発育のピークと体重の発育のピークでは体重の方がやや遅く、高石ら (1968) によると、男では身長 13.4 歳、体重 13.6 歳、女では身長 11.5 歳、体重 12.0 歳といわれている。これらピーク時をみるには縦軸に変動係数等発育速度を示す尺度を入れてやると都合がよい。最近、思春期前傾化が云々されたが、座高の変動係数からその傾向が頭打ちになっていることが指摘されている。

こうした発育曲線の数式化モデルについてもいろいろと考えられているが、思春期に入る前の小学生の身長等では

$$y = at + b$$

のような一次式で表わされ、思春期については、ロジスティック曲線がよく当てはまると言われている。

一方、身長、体重にしても発育にズレがあったように身体各部は一樣に発育するものではないので、それらの相互関係をみようとする研究も行なわれている。相対発育法といわれるものである。この方法にはアロメトリー (allometry) がよく用いられているが、発育系の二つの部分に

$$y = bx^{\alpha} \quad (b, \alpha; \text{定数})$$

の関係が成立つことによるもので、この両辺の対数をとると

$$\log y = \log b + \alpha \log x$$

となって1次関数で表わされる。発育期全体が一本で表わされないで、数本になる場合もあるが、この直線の交点の変移点と呼ばれる。体重や身長の発育は4段階に分けられるが、女子の第3変移点は初潮時身長にほんの少々先行すると報告されたりして活用されている。

アロメトリーでは二変量を取扱うが、多変量を同時に観察するためには因子分析法や主成分分析法等による解析も行なわれている。ここに用いた身長、体重、胸囲、座高の主成分分析でも身長と座高、体重と胸囲がそれぞれ似通った傾向をもち、2つのグループに分けて考えられることを示している。

しかしながら、これらの研究はいわゆる横断的観察による研究が多く、個人の発達を縦断的に追跡するものは少ない。母子健康手帳の記録に始まって、各学校における個人の身体計測が採られているにもかかわらず、学校保健統計報告書にみられるように各年代の平均値として取扱われるのが一般的である。発育には早熟なものもあれば、晩熟なものもあって、これら個人の特性を無視して発育を考えることはできないであろう。

高石ら (1968) は個々の縦断的データをもとに横断的観察から生ずる shattleworth の位相差効果を除いた発育速度の基準曲線を作っているが、これによると PHV (最大発育速度を示す年齢) を揃えることによって各個人の発育は類似した時系列変化をとるかに見え、発育速度の大小が個人差を生じているようにうけとれる。

成長、発育の検討には経年変化や形態相互の解析はもとより、個人差等を加えた多次元で追求していくべき問題が残っているので PARAFAC においてそれが見出されるかどうかの興味もある。発達の問題では以上に掲

げたようにかなり内容が知られているので PARAFAC の検討には望ましいものと考えている。

付録 2. CFH-PARAFAC のテストデータによる 実行と解法上の考慮について

Harshman の PARAFAC パッケージの中にあげられているテストデータ (モード A が 8 要素, モード B が 5 要素, モード C が 9 要素) を使って CFH-PARAFAC を実行した。2 次元解として $\hat{r}^2 = 1.00000$ となった。(このときの初期値は $\hat{r}^2 = 0.8978$ でかなり良いあてはまりかたをしている。) この解は PARAFAC の 2 因子としたときの解 (パッケージにデータとともに出ている) と全く同じである。

(実はこのデータは人工データで 2 次元で完全に再現される。このようなデータのとき、改良アルゴリズムでは計算途中でランクが落ち、正しい解が得られないので、適当なところの 4 の項を 0 とおき、くりかえしごとに 0 とおくところを移動させるようにして解を得た。)

この過程で問題となるのは、4 章 (1) の過程でモード A, B のベクトルを求め、(2) の過程でモード C のベクトルを求めたが、これは A, B, C に関して公平ではない。仮定を置く順序を変え、モード B のベクトル直交, A, C のベクトル長さ 1 と仮定してまず A, C のベクトルが求まり、つぎに B のベクトルが求まる。同様に、B, C をまず求め、それから B のベクトルを求めることも可能である。これらの方法を用いても同じ解が得られれば、どの方向から決めていっても良いことになる。[例] のテストデータで実行した結果、全く同じ解が得られた。つまりどちらかの初期値を使っても解は安定しており、望ましいものとなっている。A, B, つぎに C という順序で解を求めればよいといえる。

解の次元については過程 (3) の連立方程式が $(I+J+K) \times R$ 元あり、モード A, B, C の要素の数がそれぞれ $I=13, J=13, K=40$ としても 3 次元 ($S=3$) で 200 元近くになってしまう。この方法では 3 次元が限度である。もっとも現象理解のための図示が目標なので R はせいぜい 3 くらいでやめるべきで、ここまですべて $\hat{r}^2$ が大きくないときはモデルを変更する方が妥当である。

付録 3. 千葉県某中学校女子生徒の小学校 1 年から中学 3 年の体格成長データ

個人 1						個人 7					
		身長 cm	体重 kg	胸囲 cm	座高 cm			身長 cm	体重 kg	胸囲 cm	座高 cm
	1 小 1	120.4	21.5	56.0	66.4		1 小 1	121.0	20.1	55.5	63.1
	2 小 2	126.2	24.4	59.0	69.4		2 小 2	128.7	22.6	56.7	69.4
	3 小 3	132.2	28.2	60.0	70.3		3 小 3	134.2	26.4	58.5	71.8
	4 小 4	138.7	32.6	62.5	73.1		4 小 4	143.1	31.4	66.5	76.1
	5 小 5	145.4	38.5	66.0	75.8		5 小 5	152.4	40.0	68.2	80.0
	6 小 6	154.0	41.5	68.5	80.6		6 小 6	158.7	44.0	72.5	83.0
	7 中 1	158.4	44.6	73.0	84.5		7 中 1	160.0	45.6	77.7	84.5
	8 中 2	161.0	49.5	72.8	86.3		8 中 2	161.1	46.5	76.5	84.6
	9 中 3	161.3	51.6	76.3	87.3		9 中 3	162.2	50.5	77.1	84.8
2						8					
	1	120.3	21.8	60.0	67.5		1	105.7	19.0	57.5	60.3
	2	126.0	24.0	61.8	69.4		2	112.1	21.7	57.5	61.5
	3	132.2	29.8	68.0	74.9		3	117.0	23.6	60.0	63.3
	4	142.0	34.4	72.0	78.1		4	121.8	26.0	62.0	66.6
	5	149.4	39.8	75.9	81.9		5	130.7	32.0	68.2	70.0
	6	154.0	45.3	79.0	84.0		6	137.8	37.0	68.0	73.6
	7	155.3	48.5	80.0	86.0		7	141.2	43.6	74.0	78.2
	8	156.4	49.0	80.0	86.0		8	143.2	48.0	77.0	80.0
	9	157.8	50.6	80.2	85.8		9	143.9	52.0	83.1	79.4
3						9					
	1	115.9	21.0	56.5	65.6		1	115.6	17.5	52.5	64.0
	2	121.9	22.2	58.0	68.0		2	121.5	19.4	53.4	66.8
	3	126.2	23.8	61.3	62.7		3	126.8	22.2	55.8	67.2
	4	132.2	27.4	62.5	71.6		4	133.1	25.0	57.0	71.7
	5	137.2	31.0	66.3	74.8		5	139.2	28.0	59.6	73.9
	6	145.2	35.9	68.4	77.5		6	146.5	32.2	64.0	77.2
	7	151.6	40.0	76.0	81.5		7	152.2	35.7	64.5	80.2
	8	156.1	47.5	78.0	85.1		8	156.2	39.0	70.8	81.3
	9	158.2	51.1	80.9	86.2		9	158.3	43.5	72.0	82.2
4						10					
	1	119.3	20.1	57.0	64.3		1	113.5	20.8	57.8	64.0
	2	124.8	22.0	59.0	66.8		2	119.5	22.6	58.8	64.8
	3	129.8	25.6	61.0	68.8		3	124.6	25.0	60.0	65.7
	4	135.6	29.3	64.0	71.1		4	130.2	29.2	62.5	70.7
	5	142.5	32.0	65.0	72.4		5	136.3	31.0	64.7	72.8
	6	149.6	37.5	69.3	75.0		6	144.8	38.0	70.0	76.1
	7	155.7	40.8	74.5	79.7		7	150.7	46.7	78.2	80.6
	8	158.5	46.0	77.0	81.8		8	153.3	50.5	78.5	81.9
	9	160.1	52.0	81.5	83.6		9	154.3	53.7	81.5	83.6
5						11					
	1	117.0	19.3	52.8	66.3		1	114.2	20.0	57.5	62.0
	2	123.3	24.5	60.5	67.2		2	119.3	21.4	59.3	64.2
	3	132.7	31.4	66.0	71.9		3	125.1	24.0	58.0	67.1
	4	142.0	36.0	67.5	75.3		4	132.0	26.6	61.5	69.9
	5	146.5	42.0	74.5	79.0		5	140.4	30.1	64.7	74.5
	6	149.1	45.0	78.5	79.5		6	147.0	37.4	70.0	76.6
	7	149.1	48.3	77.4	80.8		7	150.8	39.2	71.7	79.0
	8	149.2	49.5	80.0	82.2		8	152.5	40.5	70.0	80.8
	9	150.1	49.0	79.0	82.0		9	153.3	43.8	74.5	81.8
6						12					
	1	112.3	19.0	55.0	63.6		1	108.6	18.2	56.0	62.0
	2	119.0	20.8	56.7	64.6		2	114.2	20.0	56.3	62.8
	3	125.2	24.5	59.0	68.3		3	118.1	22.2	58.0	61.8
	4	135.0	30.0	64.0	73.3		4	123.5	25.4	59.0	67.8
	5	143.8	36.2	70.0	78.8		5	125.6	27.2	61.8	78.3
	6	148.2	40.6	71.0	81.3		6	132.2	29.8	65.5	71.4
	7	151.5	58.5	78.5	83.6		7	137.7	32.4	67.5	74.5
	8	151.0	47.0	78.0	82.0		8	144.4	39.0	71.0	78.6
	9	151.4	47.9	80.5	82.9		9	148.0	44.4	76.0	81.8

付録 3. (つづき)

個人13		身長 cm	体重 kg	胸囲 cm	座高 cm	個人19		身長 cm	体重 kg	胸囲 cm	座高 cm
1	小1	110.0	18.0	55.6	61.1	1	小1	125.1	29.4	68.5	68.1
2	小2	116.0	22.0	58.5	62.7	2	小2	130.2	32.0	69.0	71.3
3	小3	120.6	24.0	61.5	65.2	3	小3	135.5	39.4	74.0	74.2
4	小4	126.2	30.5	65.0	69.3	4	小4	142.5	48.5	80.0	77.1
5	小5	132.5	33.5	69.5	71.2	5	小5	152.6	55.0	82.0	79.0
6	小6	140.7	36.5	69.0	73.9	6	小6	159.7	57.6	79.2	85.3
7	中1	147.2	42.5	76.5	79.8	7	中1	162.3	61.9	85.7	88.8
8	中2	150.0	48.5	76.8	82.1	8	中2	163.9	62.0	81.6	88.3
9	中3	151.1	52.0	80.9	83.2	9	中3	164.6	63.6	83.1	89.3
14						20					
1		112.4	20.8	54.8	63.2	1		116.5	20.8	57.0	64.5
2		116.1	20.8	56.0	64.6	2		121.4	21.3	57.0	65.4
3		122.6	23.8	60.0	65.5	3		126.6	23.2	58.0	66.5
4		128.4	26.3	64.5	70.5	4		133.4	26.8	59.5	71.2
5		134.7	28.5	63.5	72.0	5		142.5	31.5	65.3	74.0
6		142.3	36.0	68.7	75.6	6		151.1	38.5	70.5	78.1
7		149.0	45.2	76.2	80.8	7		154.4	43.0	75.4	84.0
8		153.1	47.0	76.0	82.3	8		156.1	47.0	74.8	84.3
9		154.6	53.5	80.9	85.3	9		157.3	48.0	76.9	84.9
15						21					
1		118.9	19.4	56.5	63.0	1		114.8	20.7	56.5	66.3
2		125.5	23.0	57.3	66.7	2		120.2	23.5	59.0	68.5
3		130.7	26.0	60.5	68.4	3		124.1	26.2	60.0	68.9
4		137.6	29.6	61.0	73.3	4		129.4	29.2	61.5	71.5
5		147.2	36.0	65.3	75.6	5		134.5	30.5	62.3	74.0
6		155.0	42.3	70.3	79.5	6		140.1	34.5	63.0	75.3
7		158.0	46.5	70.6	82.8	7		144.5	34.3	69.7	78.5
8		160.0	50.5	74.0	83.7	8		149.7	43.0	70.7	80.2
9		160.7	54.8	78.3	86.1	9		153.4	46.0	72.7	83.7
16						22					
1		104.9	13.9	54.0	58.0	1		110.8	18.0	53.0	65.2
2		110.0	15.0	50.8	61.5	2		116.1	20.4	56.3	66.4
3		114.0	16.8	51.5	63.7	3		122.0	23.0	58.0	68.8
4		119.5	20.2	55.0	67.7	4		127.0	25.2	60.5	71.5
5		126.6	23.4	58.5	71.1	5		137.0	29.8	63.8	76.9
6		135.2	28.0	63.0	76.6	6		141.5	33.8	67.4	78.6
7		139.6	32.5	69.5	78.3	7		146.2	32.7	72.0	82.5
8		141.8	33.5	66.7	79.6	8		148.3	42.0	74.3	82.0
9		142.3	38.9	72.3	80.6	9		149.1	47.0	78.5	84.2
17						23					
1		115.5	19.4	57.5	65.3	1		115.6	21.3	57.0	65.0
2		121.3	23.4	57.8	68.3	2		122.6	21.2	57.3	67.9
3		125.6	25.8	60.6	69.2	3		128.6	24.8	61.5	68.7
4		131.4	28.8	60.0	73.8	4		135.6	27.8	63.5	70.3
5		137.6	34.0	65.0	76.5	5		143.8	33.5	65.7	77.2
6		143.6	37.0	65.3	79.8	6		152.0	39.4	70.8	81.2
7		147.0	42.0	73.0	83.8	7		155.0	45.0	77.9	84.6
8		151.0	44.5	74.0	85.3	8		158.8	48.5	78.0	86.1
9		152.2	48.0	76.6	86.3	9		159.5	53.5	83.4	87.7
18						24					
1		119.1	18.8	56.5	66.3	1		118.2	20.5	58.5	68.8
2		125.0	23.4	59.0	67.3	2		124.0	22.5	60.0	70.5
3		130.2	28.0	60.9	70.5	3		130.0	25.0	59.0	72.8
4		136.6	31.5	63.5	74.3	4		136.0	28.0	62.5	76.1
5		143.2	36.0	65.0	77.0	5		142.7	31.3	63.1	79.6
6		150.3	40.2	67.1	80.6	6		149.0	35.7	66.4	82.6
7		155.9	48.0	77.7	83.4	7		154.7	41.6	72.4	86.5
8		159.6	54.0	78.7	85.8	8		158.0	43.5	71.5	85.7
9		160.7	58.2	84.4	86.8	9		159.6	49.0	77.2	87.7

付録 3. (つづき)

個人25		身長 cm	体重 kg	胸囲 cm	座高 cm	個人29		身長 cm	体重 kg	胸囲 cm	座高 cm
	1 小1	105.2	18.0	55.2	65.0		1 小1	117.8	20.5	54.0	66.4
	2 小2	120.8	20.4	57.5	67.2		2 小2	116.0	19.0	55.3	67.2
	3 小3	127.2	23.0	60.2	68.2		3 小3	131.5	25.0	57.0	72.6
	4 小4	133.6	26.5	60.5	72.7		4 小4	137.0	27.6	57.5	75.0
	5 小5	140.7	30.5	67.0	74.5		5 小5	142.7	30.2	60.5	77.9
	6 小6	148.8	36.5	73.5	79.7		6 小6	148.1	33.6	61.4	80.4
	7 中1	151.4	41.2	77.0	82.5		7 中1	155.2	40.1	69.0	84.0
	8 中2	153.8	46.5	79.0	82.3		8 中2	160.4	48.0	72.4	86.9
	9 中3	154.8	51.0	81.7	83.5		9 中3	162.8	51.9	75.2	87.9
26						30					
	1	113.4	22.7	61.5	65.0		1	109.5	16.2	52.7	62.3
	2	120.2	28.0	66.0	67.4		2	115.0	18.2	56.5	64.7
	3	125.5	30.2	67.0	67.4		3	121.6	20.6	57.0	65.2
	4	131.0	38.0	73.0	72.2		4	127.1	23.2	59.5	70.2
	5	139.5	45.0	76.0	76.2		5	134.5	26.5	62.3	74.6
	6	148.8	52.0	81.0	80.6		6	142.7	31.0	65.8	75.4
	7	153.6	62.4	90.2	86.5		7	149.2	37.7	71.5	82.0
	8	156.0	69.5	92.5	87.4		8	152.8	40.5	69.8	83.4
	9	157.9	74.2	96.4	88.0		9	154.7	45.0	74.1	85.1
27						31					
	1	109.3	15.5	53.2	63.4		1	113.7	20.5	54.6	65.1
	2	116.0	19.0	55.3	67.2		2	118.8	22.9	55.5	67.8
	3	121.0	21.5	57.0	69.2		3	123.5	24.5	57.0	67.1
	4	129.0	25.0	60.0	73.0		4	128.7	29.2	61.5	71.1
	5	138.1	30.6	63.0	77.8		5	136.2	35.0	68.0	75.3
	6	145.6	35.0	68.0	81.2		6	144.6	40.6	69.5	78.5
	7	150.0	38.9	72.0	84.4		7	148.7	49.0	77.7	84.3
	8	151.8	41.5	73.3	85.6		8	151.4	50.5	78.3	82.3
	9	153.2	46.5	77.8	85.3		9	151.8	51.0	79.4	85.7
28						32					
	1	101.1	14.9	51.0	56.0		1	114.2	21.5	55.8	61.8
	2	106.7	16.6	57.0	58.7		2	119.6	23.6	58.0	67.1
	3	111.6	18.4	55.5	60.3		3	125.8	25.8	59.0	70.0
	4	116.9	20.8	55.0	62.8		4	131.9	29.6	61.5	73.0
	5	121.6	22.5	57.0	65.0		5	138.0	34.2	67.0	77.4
	6	126.3	25.3	57.5	65.9		6	144.9	39.0	69.0	79.1
	7	131.8	26.7	62.0	69.6		7	151.3	46.9	78.1	83.5
	8	141.0	34.0	65.1	74.9		8	155.5	54.0	80.5	84.0
	9	146.6	38.2	70.3	79.8		9	157.0	59.5	90.0	85.1

—1981年9月受付—1981年12月再受付—

編 集 後 記

- ◆ 本号は「選択行動」というテーマで、3人の方々に執筆いただきました。また、原著論文も3編とふえ、充実した号になったものと期待しています。
- ◆ 折から、ホテル・ニュージャパン、日航機事故と相続く大事故に世間の関心が高まっています。これももとはといえば、人間的要求の極めて高い事故といえます。こうした悲劇を少くするためにも、人間行動の科学的分析の研究が望まれます。会員諸子の活躍と、研究発表の場、に、本誌が役立つことを期待しています。