ERG データによ色覚応答の非線形性の検討

磯貝 恭史*, 側垣 博明**, 納谷 嘉信***

ON THE NONLINEARITY OF CHROMATIC RESPONSES
BASED ON ERG DATA IN MAN

Takafumi ISOGAI*, Hiroaki SOBAGAKI** and Yoshinobu NAYATANI***

ERG data measured by Riggs et al. was analysed by use of some multivariate techniques. The results were compared with those derived by their trial and error method based on the psychophysical point of view, especially in the estimation of chromaticity diagram. The multivariate techniques applied are Torgerson-Gower method (i.e. principal coordinate analysis), Shepard-Kruskal method (well known nonmetric multidimensional scaling), and a new method proposed by one of the authors, T.I. The features of the three methods were discussed during the course of analysing the ERG data. The chromaticity diagram predicted in the present study satisfied the psychophysical requirements better than that predicted by Riggs et al. In addition, the present analysis allowed to estimate the noise component in the observed ERG data and clarified their latent structures.

1. はじめに

人間の体外からとりうる視覚生理情報の一つに網膜電位図 (ERG, Electro-retinogram) がある。これは眼に与えた光刺激に対する被験者の電氣的時間応答出力であり、眼球の表面に装着したコンタクト・レンズ電極と、眼球近傍皮膚表面に取り付けた他の電極との間の差電位として観測される。ERG は主に網膜の視覚情報を反映すると言われている。

Riggs ら (1966) はこの測定を利用して興味ある色覚研究を行い、固有技術的知見にもとづいて実験結果の分析を行なっている。すなわち、人間の網膜のスペクトル

感度に対応する 3 種の応答曲線の導出および色度図¹⁾の推定である。

しかし、彼らの解析には問題点がある。すなわち、ERG が人の色差知覚と線形関係にあると暗黙のうちに仮定している。果たしてこのような仮定が妥当であろうか。ERG は網膜段階での応答であり、これは心理量と非線形関係が成立するのではないかと考えられる。

本報ではこれらの検討を含め、客観的な方法で色度図を推定するため、Riggs ら (1966) が与えた ERG データを基に多変量解析の二、三の手法を適用する。

以下、Riggs ら (1966) の実験結果およびその解析結果を簡単に説明し、彼らのデータを用いて多変量解析法による筆者らの結果を紹介する。適用する手法は、主座標分析 (略して、T-G 法, Torgerson (1952, 1958), Gower (1966), 丘本等 (1973)), Shepard-Kruskal の方法 (略して、S-K 法, Kruskal (1964a), (1964b)), および筆者らの一人 (磯貝) の提案する方法 (Nonlinear Mapping, 略して、NM 法) である。

* 大阪市立大学医学部推計学研究室 (Statistical Laboratory, Osaka City University Medical School)

** 電子技術総合研究所大阪支所産業計測研究室 (Electrotechnical Laboratory, Osaka Branch of Ministry of International Trade and Industry)

*** 大阪電気通信大学短期大学部 (Department of Junior College, Osaka Electro-Communication University)

1) 色度図とは色刺激の混色の結果 (色の種類) を 2 次元平面で置点した図。これまでに幾つかの色空間が提案されており、巻末に文献を示す。

本報の目的は次の2点である。

1) Riggs ら (1966) が固有技術的な知見から試行錯誤的に求めた色度図と、筆者らが多変量解析手法を用いて求めた色度図を比較する。Riggs ら (1966) は彼らの色度図を Breckenridge-Schaub (1939) が与えた色度図 (図 4) と対比させているので筆者らもそれに従って議論しよう。ただし、本報では Riggs らと筆者らの推定した色度図の形状の類似性を比較する。

2) 色度図の推定にあたり、適用した汎用的な2つの手法、すなわち T-G 法と S-K 法がどの程度まで ERG データの潜在的な構造 (知覚色差と ERG データとの間に非線形な関係があるのかという問題) の解明に迫ることができるかを紹介する。さらに本報で提案するモデル (NM 法) による検討結果も併せて報告する。

2. Riggs らの実験および解析

2.1. 実験条件と ERG の測定

Riggs ら (1966) は図1のような縞状のパターンを被験者に提示した。視野の大きさおよび縞の幅はそれぞれ視角 19° および $1'7''$ であった。図1のaは全て同色、

図 1. 刺激野の外見
(Riggs *et al.* (1966) による)

b は a とは異なる色でかつ同色であり、a, b ともにスペクトル光で与えられた。刺激のスペクトルの波長範囲は $450\text{ nm} \sim 660\text{ nm}$ にわたり、 15 nm おきの 15 波長で輝度はほぼ一定であった。これら 15 刺激のすべての2つの組み合わせ、 ${}_{15}C_2 = 15 \times 14 / 2 = 105$ の各々について、その2波長の刺激を図1のaまたはbに提示してERGが測定された。ここで、図1のa, bの提示を時間的に固定した状態ではERGが発生しないので、 $5.35 [H_z]$ の周波数でaおよびbの交番する縞状のパターンが被験者に提示された。

被験者にはコンタクト・レンズ電極が右眼に装置され、今一つの電極は額に取り付けられた。そして、アー

図 2. 図1の縞状の刺激に対する累積応答電位曲線の標本 (Riggs *et al.* (1966) による)

表 1. 波長 a と b の間の変化による ERG 応答の相対振幅

波 長 a (nm)	波 長 b (nm)														
	450	465	480	495	510	525	540	555	570	585	600	615	630	645	660
660	106	91	102	98	86	91	80	87	85	81	48	24	29	28	
645	98	91	101	87	96	82	90	82	81	62	48	22	4		
630	106	85	106	89	95	90	91	89	73	62	42	17			
615	81	77	79	71	76	79	80	65	62	40	19				
600	62	67	62	66	70	65	49	48	39	33					
585	62	62	45	56	45	48	37	29	29						
570	58	54	50	42	48	33	28	23							
555	45	44	28	45	34	32	25								
540	33	33	26	22	28	19									
525	34	37	31	33	21										
510	23	31	22	19											
495	19	22	19												
480	25	15													
465	17														
450															

(注) 3人の被験者に対して観測された ERG 振幅の中央値を対応欄に示している。(Riggs *et al.* [1] による)

ス電極は頬に取り付けられた。一対の交番刺激に対して、アース電極とこれら2つの電極間の差電位が ERG である。一回の交番刺激で得られる ERG は微弱であり、ノイズと判別できない。そのため256回の交番刺激に対する ERG が加算された。当然ノイズも加算されるが、これはランダムに発生するので直流成分として増幅される。この直流成分は電気的フィルターにより除去された。こうして得られた観測波形の一部を図2に示す。

図2より判るように観測波形の振幅は図1の a, b に提示された刺激対の波長が近いと小さく、波長が離れるほど大きくなる傾向を示している。しかも刺激対の交番にともなう明確な交番波形も認められる。3名の被験者について得られた各刺激対の ERG 波形の振幅が読みとられ、被験者間の中央値が ERG データとして定められた。このデータが表1のように示されている。

2.2. Riggs らの結果

彼らは表1のデータに基づいて2つの主要な結果を得ている。第1は視細胞のスペクトル応答曲線である。第2は色度図の導出である。後述の筆者らが推定した色度図と比較するため、Riggs らの色度図を図3に引用する。図3の曲線上の各波長の2点間の距離は、表1に示された2波長間の ERG データにできるだけ近くなるように試行錯誤的に求められている。

Riggs ら (1966) は彼らの ERG データが図3の2次

図 3. 波長間の変化による応答の相対的な大きさを使って決定された刺激間の距離を示すダイアグラム (Riggs *et al.* (1966) による)

元平面に表現できるとしている。本報の目的は彼らの ERG データに多変量解析的な接近を試み、彼らが固有

図 4. Breckenridge-Schaub の RUCS 色度図
(Breckenridge *et al.*, (1939) による)

技術的に得た結論にどこまで迫り得るか、また何らかの知見を得るかを検討することである。本報では、色度図の推定に問題を限定して以下解析を行う。

3. ERG データの T-G 法と S-K 法による解析

Riggs ら (1966) の ERG のデータ (表 1) に基づいて以下の解析を行う。波長 i, j の組合わせにおける ERG データを δ_{ij} と表す。表 1 では同一波長の組合わせに対するデータ (δ_{ii}) は与えられていない。これに関しては図 2 では近接波長の組合わせで ERG の小さいことから $\delta_{ii}=0$ と推定して用いた。

3.1. 計算方法の概要

3.1.1. T-G 法 (Torgerson-Gower 法) の適用

1) データの変換。次の 3 種の変換についてそれぞれ計算する。ただし、 s_{ij} は類似性 (similarity) の測度を表す。すなわちよく類似しているほど、値は大きくなる。

$$[I] \quad s_{ij} = -\delta_{ij} \quad (1)$$

$$[II] \quad s_{ij} = -\delta_{ij}^2 \quad (2)$$

$$[III] \quad s_{ij} = -\sqrt{\delta_{ij}} \quad (3)$$

2) 計算手順。方法の詳細は Torgerson (1952, 1958), Gower (1966) にゆずり、ここでは計算手順のみを示す。

手順 1. s_{ij} を変換して次の要素 a_{ij} を持つ行列 A

$= (a_{ij})$ を作る.

$$a_{ij} = s_{ij} - \bar{s}_{i.} - \bar{s}_{.j} + \bar{s}_{..} \quad (4)$$

ここで $\bar{s}_{i.}$ は (s_{ij}) の行平均

$\bar{s}_{.j}$ は (s_{ij}) の列平均

$\bar{s}_{..}$ は (s_{ij}) の全平均

とする. さらに A は対角要素の合計が100になるように基準化して置く.

手順 2. A の固有値および固有ベクトルを求める. すなわち,

$$A \mathbf{x}_k = \lambda_k \mathbf{x}_k, \quad (5)$$

ここで $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{15}$: 固有値, $\mathbf{x}_k (k=1, \dots, 15)$ は λ_k に対応する固有ベクトルで, $\mathbf{x}_k' \mathbf{x}_k = 1$ と基準化する.

手順 3. $\sqrt{\lambda_k} \mathbf{x}_k$ を求める.

3.1.2. S-K 法 (Shepard-Kruskal 法) の適用.

方法の詳細は Kruskal (1964 a, b) にゆずり, ここでは計算手順の概念のみを略述する.

S-K 法とは個体 i の t 次元空間の布置をベクトル $\mathbf{x}_i' = (x_{i1}, \dots, x_{it})$ で表わした時, 対象 i と j の間の

ユークリッド距離 $d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^t (x_{ik} - x_{jk})^2}$ が, 観測デー

タ δ_{ij} の順位情報に最小2乗の意味で適合するように, その布置 $\mathbf{x}_i$ を求めようとする. 通常は MDSCAL と呼ばれるプログラムを使って計算を実行する.

計算手順はまず初期布置 $\mathbf{x}_i^{(0)} (i=1, \dots, n)$ を与えて, 対象 i, j 間の距離 $d_{ij}^{(0)}$ を計算し, $d_{ij}^{(0)}$ が δ_{ij} の順位情報を持つように $d_{ij}^{(0)}$ を平滑化して $\bar{d}_{ij}^{(0)}$ を作り, 次にストレス (stress) と呼ばれる量

$$\text{ストレス} = \frac{\sum_i \sum_j (\bar{d}_{ij} - d_{ij})^2}{\sqrt{\sum_i \sum_j (\bar{d}_{ij})^2}} \quad (6)$$

が小さくなるように $\mathbf{x}_i^{(0)}$ の座標を少し動かして新しい布置 $\mathbf{x}_i^{(1)}$ を求める. 以下 $d_{ij}^{(1)}, \bar{d}_{ij}^{(1)}, d_{ij}^{(2)}, \bar{d}_{ij}^{(2)}, \dots$ と収束するまで反復する. 布置に対してよく使われる基準化は $\sum_{i=1}^n x_{ij} = 0 (j=1, \dots, t), \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t x_{ij}^2 = n$ である.

3.2. 計算結果の検討

得られた結果を表2および表3に示す. 表2には T-G 法の結果を, 表3には S-K 法の結果を示す. 表2には第1および第2固有値に対応する固有ベクトル $\sqrt{\lambda_k} \mathbf{x}_k$ (ただし $\mathbf{x}_k' \mathbf{x}_k = 1$) を示す. 表3には S-K 法の1次

表 2. T-G 法で求めた $\sqrt{\lambda_1} \mathbf{x}_1, \sqrt{\lambda_2} \mathbf{x}_2$ の結果

波 長 i	TG-[I] $s_{ij} = -\delta_{ij}$		TG-[II] $s_{ij} = -\delta_{ij}^2$		TG-[III] $s_{ij} = -\sqrt{\delta_{ij}}$	
	$\sqrt{\lambda_1} x_{1i}$	$\sqrt{\lambda_2} x_{2i}$	$\sqrt{\lambda_1} x_{1i}$	$\sqrt{\lambda_2} x_{2i}$	$\sqrt{\lambda_1} x_{1i}$	$\sqrt{\lambda_2} x_{2i}$
450	-1.784	-1.139	-2.465	-0.835	-1.336	-1.079
465	-1.441	-1.357	-1.701	-1.454	-1.152	-1.199
480	-1.864	-0.403	-2.491	0.017	-1.424	-0.494
495	-1.540	-0.927	-1.819	-0.780	-1.238	-0.863
510	-1.586	-0.560	-1.926	-0.668	-1.248	-0.489
525	-1.350	0.125	-1.631	-0.068	-1.051	0.188
540	-1.372	0.484	-1.601	0.220	-1.093	0.487
555	-0.957	1.337	-1.197	1.151	-0.729	1.251
570	-0.468	1.767	-0.584	1.589	-0.357	1.623
585	0.158	1.705	0.184	1.684	0.121	1.529
600	1.281	0.950	1.480	0.824	1.003	0.891
615	2.372	-0.016	2.684	0.031	1.901	0.005
630	2.991	-0.509	3.824	-0.221	2.363	-0.582
645	2.864	-0.637	3.597	-0.387	2.273	-0.662
660	2.695	-0.820	3.647	-1.103	1.967	-0.606
寄与率 (%)	50.17	14.78	79.48	12.70	30.45	12.58

(注) 3 種の変換に対しそれぞれ与えている.

表 3. Shepard-Kruskal 法による解

波 長 (nm)	1 次元解	2 次元解		3 次元解		
	1	1	2	1	2	3
450	-1.096	-0.901	-0.417	-0.691	-0.006	-0.673
465	-1.004	-0.842	-0.284	-0.803	-0.179	-0.462
480	-0.929	-0.589	-0.495	-0.511	-0.434	-0.465
495	-0.889	-0.711	-0.489	-0.392	-0.023	-0.764
510	-0.836	-0.543	-0.652	-0.202	-0.120	-0.794
525	-0.688	-0.292	-0.794	0.235	-0.327	-0.752
540	-0.583	-0.209	-0.609	0.054	-0.417	-0.532
555	-0.414	0.133	-0.708	0.078	-0.783	-0.161
570	-0.183	0.436	-0.688	0.601	-0.610	-0.182
585	0.039	0.511	-0.265	0.267	-0.602	0.384
600	0.646	0.594	0.384	0.268	-0.108	0.809
615	1.115	0.614	0.919	0.327	0.548	0.897
630	1.563	0.781	1.270	0.212	0.863	1.061
645	1.566	0.669	1.337	0.083	1.018	0.973
660	1.691	0.350	1.490	0.475	1.181	0.661
ストレス S (%)	9.6	5.8		4.0

図 5(a). T-G 法 [I] ($s_{ij} = -\delta_{ij}$) の布置

図 5(b). T-G 法 [I] ($s_{ij} = -\delta_{ij}^2$) の布置 図 5(c). T-G 法 [II] ($s_{ij} = -\sqrt{\delta_{ij}}$) の布置

図 6. Shepard-Kruskal の方法による 2 次元解

元から 3 次元までの解を与えている (ただし, S-K 法の利用にあたり, 初期値には乱数を使用した)。

それぞれの 2 次元解の布置を図 5 と図 6 に示す。図 5 と図 6 は Riggs ら (1966) の得た図 3 に近い結果を示している。この中でも特に T-G 法 (II) の結果と S-K 法の 2 次元の結果が非常によく一致して居り, また図 3 との一致も良好である。

ここで注意して置かねばならぬことは, T-G 法は非類似性が距離モデルと比率関係にあるとみなせる場合に適用される方法であって, データ構造を探るためには, 上述のようにデータに種々の変換を試み検討する必要がある。図 5 (a), (b), (c) の何れの変換がより適切であるかについては次節にその検討を述べる。

3.3. ERG データ δ_{ij} の尺度の検討

さて上述の推定結果にもとづいて以下に 4 種の検討を行う。

3.3.1. ERG データ δ_{ij} と色差知覚の線形性

既述のように Riggs ら (1966) は図 3 の色度図の推定にあたり, ERG データ δ_{ij} と色差知覚の線形性を仮定している。しかし, それは先験的に与えられるものではなく, 何らかの吟味がその採用に先立って必要であら

う。既述の表 2 および表 3 は各波長の色刺激の布置の座標の値を示すもので, Riggs ら (1966) の図 3 の色度図に対応するものである。刺激がほぼ等輝度であり 2 次的と考えられるので, それらの 2 次元の布置を利用しそれぞれ対応する色刺激間のユークリッド距離 d_{ij} が計算できる。これらのうち S-K 法で求めた距離 d_{ij} と ERG データ δ_{ij} 散布図を図 7 に示す。図 7 を見ると $\delta_{ij} \propto d_{ij}^Q$ (ただし, Q は巾を表わす) と想定した場合, はば $Q \approx 1$ の巾の値を有することが推測される。

T-G 法による同様の推定は, 図 5 (b) と図 6 の布置の類似性の存在からも予測されるように, T-G 法 [II] において図 7 と同様な線形性が成立することが認められた。すなわち T-G 法において類似度 s_{ij} を $s_{ij} = -\delta_{ij}^2$ と想定した時に, T-G 法と S-K 法の両解析はほぼ一致し, 両解析による推定色度図も Riggs ら (図 3) あるいは Breckenridge-Schaub (図 4) の与えた色度図に近い。このことは, さらに T-G 法における次の結論 (Torgerson (1952, 1958), Gower (1966)) により裏付けされる。“すなわち, ユークリッド空間内で任意の幾何

図 7. S-K 法の 2 次元解による (d_{ij}, δ_{ij}) のプロット (◎は重複点を示す)

学的布置を有する対象群を定める。その布置の座標から対象間の距離 d_{ij} を計算する。ここで類似性の測度 s_{ij} として、 $s_{ij} = -(1/2)d_{ij}^2$ と定め、 s_{ij} に対して T-G 法を適用すれば、再び最初の幾何学的布置が完全に再現される。” これらを考慮すれば、T-G 法の結論も再び $\delta_{ij}^2 \propto d_{ij}^2$ を示唆すると考えてよい。すなわち $\delta_{ij} \propto d_{ij}$ が期待され d_{ij} の巾 Q が1の近傍にあることが2種の方法により確認されたことになる。

以上の検討結果および Breckenridge-Schaub の色度図において人の知覚色差と図上の2点間の距離とが近似的な均等性を有することから、図1の条件で観測された ERG は、ほぼ人の色差知覚に対応する結果を与えていることが判明する。このことは人の心理的な色知覚が大腦視覚領で行われるにもかかわらず、色差知覚の大部分が網膜近傍で定まることを示唆しており興味深い。さらに δ_{ij} と d_{ij} の線形性に関する詳細な吟味は4章で述べる。

3.3.2. 推定色度図の長波長側の形状

図3と図4を比較すると、Riggs らの色度図が長波長側 (585 nm 以上) で内に凸の形となっている。等色実験のような心理物理実験からの結論では、図4に示すように完全な直線となることが期待される。T-G [II] 法および S-K 法による最小2乗法的な意味での各刺激布置、すなわち色度図の推定値は図5(b) および図6のように、630 nm 以上の実験誤差に起因すると思われる変動を除けば長波長側において直線となる。すなわち Riggs らの試行錯誤的に求めた色度図には、むしろ偏りの存在することが窺われる。T-G 法および S-K 法による推定色度図はより心理物理的な色度図に近く、ERG が確かに色覚と対応することを窺わしめる。

3.3.3. ERG データのノイズ成分の推定

図2の ERG 観測波形を見ると、このような生理実験につきものの高周波微少ノイズが、ERG の正弦波観測波形に重畳していることが判明する。当然のことながらこれらは表1の ERG データ δ_{ij} の推定に誤差を与えている。このようなノイズ成分に対応する ERG の観測誤差が、表1の基礎となるすべての ERG の観測データにおいて常に一定であるか、あるいはそれが ERG の出力レベルによって変るかは、一つの興味ある問題であろう。それらを検討するために図7において δ_{ij} と d_{ij} の間で直線回帰式

$$\hat{\delta}_{ij} = 9.20 + 36.13d_{ij} \quad (7)$$

を推定した。図7の近似的線形性、回帰からの変動が d_{ij} の各水準ではほぼ等しいこと、および (7) 式の定数項

の存在により、ノイズに対応する値 9.20 がほぼすべての ERG の観測データに一樣に含まれることを示唆すると考えてよからう。すなわち補正された ERG 観測値は $(\delta_{ij} - 9.20)$ となることが判る。なおノイズ成分のさらに詳細な吟味は4章で行う。

3.3.4. 刺激布置の次元の問題

以上の吟味は、15波長の色刺激に与えられるべき布置がすべて2次元と考えて行った。これは前述のように、各色刺激は実験に際しほぼ輝度一定に保たれており、心理物理的知見からもその妥当性は十分ある。しかし、その妥当性を解析的に論ずるため、S-K 法で求めた表3の3次元解にもとづいて次の検討を行った。すなわち、3次元解のデータを直交回転し、新しい軸上で、第1軸のデータの変動が最大で、続いて第2軸、第3軸でデータの変動が最小になるように定めた。新しい第1軸と第2軸上の色刺激の布置は、ほぼ前述の2次元解と一致した。新しい第3軸に沿う色刺激の布置の変動は、各色刺激の明るさ知覚の差異に対応する。これは実験誤差に起因すると考えられ、特に系統的な傾向は認められなかった。すなわち、実験に用いたの色刺激は2次元平面内に布置してよいと推定された。

4. NM 法による ERG データの解析

前節で述べたように、 δ_{ij} と d_{ij} の線形性およびノイズ成分のさらに詳細な吟味を目的として本節の解析を追加した。

4.1. ERG データの構造

3.3項の検討結果より、ERG データ δ_{ij} の中にノイズ成分が混入していることが予想され、それらが ERG データに偏りをもたらしめている可能性がある。そこで、ノイズ成分による偏りの効果を加算定数 c と考えて、データ δ_{ij} に $c + \alpha d_{ij}^Q$ を直接適合させることを考える。したがってモデルとしては

$$\delta_{ij} = c + \alpha d_{ij}^Q + e \quad (8)$$

を考え、データ δ_{ij} から、加算定数 c 、尺度母数 α 、巾の母数 Q 、刺激間距離 d_{ij} を求める。ただし e は誤差である。

4.2. 母数の推定方法

4.3項で述べるように最適化の規準としては最小2乗法的な規準を取り上げる。母数の推定法は後述のように予め Q を定め、さらに c , α , d_{ij} を同時に推定してデータ δ_{ij} への適合を図る。そこで c , α について次の2つの推定量を採用することとした。すなわち、巾の母数 Q

を与えた時に、 α は単にデータ δ_{ij} と距離 d_{ij} の尺度の相違であると考えて、 α と c を次式で推定する。

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sum_i \sum_j (\delta_{ij} - \bar{\delta}_{..})^2}{\sum_i \sum_j (d_{ij}^Q - \bar{d}_{..}^Q)^2}} \quad (9)$$

$$c = \bar{\delta}_{..} - \alpha \bar{d}_{..}^Q \quad (10)$$

ただし、

$\bar{\delta}_{..}$ は δ_{ij} の全平均

$\bar{d}_{..}^Q$ は d_{ij}^Q の全平均

である。

4.3. 適合性の判定規準

巾の母数 Q が与えられた時に、(9) 式と (10) 式の α と c を用いて、最小 2 乗の意味でデータ δ_{ij} に $c + \alpha d_{ij}^Q$ を適合させることを考えると、次の適合性の判定規準 U

$$U = \sum_i \sum_j \left\{ \frac{\delta_{ij} - \bar{\delta}_{..}}{\sqrt{S_3}} - \frac{d_{ij}^Q - \bar{d}_{..}^Q}{\sqrt{S_d}} \right\}^2 \quad (11)$$

の最小化の問題に帰する。ただし、

$$S_3 = \sum_i \sum_j (\delta_{ij} - \bar{\delta}_{..})^2$$

$$S_d = \sum_i \sum_j (d_{ij}^Q - \bar{d}_{..}^Q)^2$$

である。

4.4. 最適化のための微係数

適合性の規準 U は 2 次式であるから 最小値を持つ。その時に非線形最適化に必要な U の微係数は、 Q が与えられた時、刺激 k の布置の座標 x_{kl} ($k=1, \dots, n; l=1, \dots, t$) について次式で求められる。

$$-\frac{\partial U}{\partial x_{kl}} = \sum_i \sum_j \left\{ \frac{A(\delta_{ij} - \bar{\delta}_{..})}{\sqrt{S_3}} - \frac{(A+B)(d_{ij}^Q - \bar{d}_{..}^Q)}{\sqrt{S_d}} \right\} \left(\frac{\partial d_{ij}^Q}{\partial x_{kl}} \right) \quad (12)$$

ここで、

$$A = \frac{2}{\sqrt{S_d}} \quad (13)$$

$$B = 2 \left\{ \sum_{i,j} \left(\frac{\delta_{ij} - \bar{\delta}_{..}}{\sqrt{S_3}} - \frac{d_{ij}^Q - \bar{d}_{..}^Q}{\sqrt{S_d}} \right) d_{ij}^Q \right\} / S_d \quad (14)$$

$$\frac{\partial d_{ij}^Q}{\partial x_{kl}} = \frac{Q}{d_{ij}^{(R-Q)}} \cdot |x_{il} - x_{jl}|^{(R-1)} \times (\delta^{ik} - \delta^{jk}) \text{sign}(x_{il} - x_{jl}) \quad (15)$$

$$d_{ij} = \left| \sum_{s=1}^t |x_{is} - x_{js}|^R \right|^{1/R} \quad (16)$$

である。(ただし、 δ^{ik} はクロネッカーのデルタを示す) (15) 式において $R \geq 1$ であり、本報では $R=2$ を用いて解析した。

4.5. NM 法による計算結果の検討

初期値として S-K 法の 2 次元解を利用して $Q=1.0 \sim 2.0(0.05)$ まで動かした結果を表 4 に示す。表 4 を見ると $Q=1.1 \sim 1.2$ の時に判定規準 U が最小になる。したがって巾として 1 より僅かに大きい推定値を得る。また加算定数 c は 12~14 の範囲にある。表 1 における対 (645 nm, 630 nm) の時の値 4 以外はすべてデータの値は加算定数よりも大きい。すなわち加算定数 c は巾 Q の値に大きく依存せず、また適合の良さからも ERG の観測レベルに無関係であり、ほぼ一定であることが判る。

距離 d_{ij} とデータ δ_{ij} の散布図を図 8 および図 9 に示す。ここで図 8 は (11) 式において $Q=1.0$ に、図 9 は $Q=1.15$ に選定した場合に対応する。図 7 との比較では図 8 および図 9 の方が線形性が改善されていることを示す。また $Q=1.0$ の図 8 に比べ、 $Q=1.15$ の図 9 の方が判定規準 U の小ささを反映して d_{ij} による δ_{ij} の予測の精度が良さそうである。

表 4. $Q=1.0 \sim 2.0(0.05)$ とした時の NM 法による 2 次元解の動き

実 験	反 復 数	ストレス	加算定数	尺 度	残差 2 乗和 Se
1($Q=1$)	16	3.2	9.14	36.35	0.2409×10^2
2(1.05)	16	3.2	10.56	34.43	$0.2390 \times "$
3(1.10)	16	3.2	11.83	32.67	$0.2377 \times "$
4(1.15)	16	3.1	12.97	31.05	$0.2372 \times "$
5(1.20)	16	3.1	13.96	29.58	$0.2374 \times "$
6(1.25)	16	3.2	14.84	28.22	$0.2382 \times "$
7(1.30)	16	3.2	15.63	26.95	$0.2394 \times "$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21(2.00)	19	3.7	21.90	15.31	$0.2801 \times "$

図 8. $Q=1.0$ の時の NM 法による 2 次元解の (d_{ij}, δ_{ij}) のプロット (◎ は重複点を示す)

図 9. $Q=1.15$ の時の NM 法による 2 次元解の (d_{ij}, δ_{ij}) のプロット (◎ は重複点を示す)

図 10 に S-K 法と NM 法でそれぞれ求めた 2 次元解の布置を比較する。図 10 において S-K 法の結果は図 6 の色度図に対応する曲線で、NM 法に対する結果は $Q=1.15$ の場合を × 印で、 $Q=1.20$ に対して ● 印で示している。方法および巾の変化にかかわらず各方法の一致は良好である。

5. 結 論

以上 Riggs らの ERG データの多変量解析法を用いる解析から得られた結果を次に述べる。

1) ERG データ δ_{ij} と、本解析により推定された人の色差知覚を反映すると思われる色度図上の距離 d_{ij} との関係はほぼ線形と考えてよい。すなわち ERG の応答はほぼ色差知覚に対応する結果を与える。詳細な吟味では、両者の関係が僅かに非線形的であり、ほぼ $\delta_{ij} \propto d_{ij}^{1.15}$ の推定を得た。この巾指数の 1.0 からの外れが何らかの生理的意味を持つか、あるいは実験誤差に起因するかは現在のところ不明であり今後の検討が望まれる。

る。

2) ERG データから、色差知覚を反映すると思われる色度図を 3 種の方法 (T-G 法 [II], S-K 法, NM 法) で推定した。それらはいずれもほぼ良好な一致を示した。Riggs らが試行錯誤的に得た色度図に比べ、より心理物理的な知見を満足する結果を得ている。

3) 図 1 の実験条件で得られる ERG 応答には、すべての刺激対においてはほぼ一定のノイズ成分が存在していると考えてよい。ERG 応答を直接用いて、種々の知覚現象との対応を求めるには、その実験条件におけるノイズ成分を補正した結果を用いることが事象の推定精度を向上させると思われる。

表 1 のデータから色度図を推定した Riggs らの優れた洞察力は見習うべきであろう。実験技術者も表 1 のようなデータを得た場合、安易に統計手法を用いるのではなく、固有技術的な分析も必要である。これに加えて、多変量解析的なアプローチがより現象に潜在する構造の推定に役立つであろう。

図 10. S-K 法と NM 法による 2 次元解

参 考 文 献

- Brekenridge, F.C. and Schaub, W.R. (1939) Rectangular uniform-chromaticity-scale coordinates, *Jor. Opt. Soc. Am.*, **29**, p. 370.
- Gower, J.C. (1966) Some distance properties of latent root vector method used in multivariate analysis. *Biometrika*, **53**, 325-338.
- Kruskal, J.B. (1964a) Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. *Psychometrika*, **29**, 1-28.
- Kruskal, J.B. (1964b) Nonmetric multidimensional scaling: A numerical method. *Psychometrika*, **29**, 115-129.
- 丘本 正, 戸田 準 (1973) 数量化理論第 4 類と主座標分析法. 日本統計学会誌, **3**, 41-53.
- Riggs, L.A., Johnson, E.P. and Shick, A.M.L. (1966) Electrical Response of the Human Eye to Changes in Wavelength of the Stimulating Light. *Jor. Opt. Soc. Am.*, **56**, 1621-1627.
- 日本色彩学会編, 新編色彩科学ハンドブック, 第 4 章 表色系, p 83 (昭和 55 年), 東京大学出版会.
- Torgerson, W.S. (1952) Multidimensional scaling: I. theory and method, *Psychometrika*, **17**, 401-419.
- Torgerson, W.S. (1958) *Theory and Methods of Scaling*, Wiley.

—1981 年 2 月受付, 1982 年 3 月再受付—