石膏の強度に関する一考察について

三 木 正 光

(早稲田大學鑄物研究所)

A Study on Strength of Gypsum

By Masamitsu MIKI

(The Casting Laboratory of Waseda University)

If freshly mixed plaster is allowed to set, a part of water, which is in excess of the theoretical amount required to bring about the chemical change, evaporates.

The set mass attains the maximum strength, when the mixed plaster has dried completely. It is inevitable that the set mass becomes incompact to some extent. The maximum hardness and strength attained after setting, however, depends mainly upon the compactness of the set mass and, therefore, varies inversely with the proportion of water used.

If compressed, the cracked set mass slips along the slip plane. If more water is used in mixing, the set mass will be more incompact and slips easily. Therefore, its strength is abated.

I tried to set forth this relation of strength and compactness of strength and compactness of gypsum in formulae. In working out the formulae, it was assumed that the set mass is homogeneous, has no air bubbles in it and that the volume does not change in the process of setting.

The theoretical formulae are given as follows:

$$\log \frac{\sigma_{x1}}{\sigma_{x0}} = n \log \frac{\rho_1}{\rho_0} \quad \text{or} \quad \log \sigma_{x1} = n \log \rho_1 - \log \frac{\sigma_{x0}}{\rho_0^n}$$

Where σ_{x1} & ρ_1 : compressive strength and apparent specific gravity of set mass

n : experimental constant

σ_{x0} & ρ_0 : compressive strength and apparent specific gravity of the ideal set mass for which only the theoretical amount of water required to bring about the chemical change is used.

$$\text{apparent gravity} = \frac{\text{weight of specimen}}{\text{volume of specimen}}$$

Specimens were tested after seven days. The theoretical formulae indicate a straight line. The $\log \rho_1 - \log \sigma_{x1}$ curves obtained from the experiments endorsed this anticipation.

It is concluded that n is affected by conditions of crystallization of plaster. Therefore, qualities of plaster is determined by the value of this constant.

§ 1. ま え が き

焼石膏が凝結して強度を發生する現象については、古くから種々の説が出されているが、未だ定説をみないのが現状である。そこで私は強度發生機構にはふれずに、むしろ石膏の強度を表現する方法として一案を立てたのでここに報告する次第である。

さて焼石膏は凝結の際、水溶液から次第に結晶石膏が晶出すると考えられているので、結晶吸引作用説によれば、出来た結晶の接觸面積が大なる程、結晶の吸引作用も大となり強度も大となると考えられている。所が山口氏⁽¹⁾の報告によれば、出来た結晶の接觸部は強く壓縮應力を加えた場合、試験片が破壊しすべり現象を起すのは、結晶の接觸部ではないと云われている。そこで私は單に試験片が壓力の爲め、すべり面で

すべることのみを考え、即ちすべりにくいものは強度が大であり、すべりやすいものは強度が小であると考えた。

さて焼石膏を凝結させるには相當多量の混合水を使用するため、凝結後は遊離水分が生じ、乾燥後は空隙となり、それだけ結晶の接觸をさまたげる結果となる、そこで又すべり面でも空隙が生じ、混水量が多い程空隙も多くなりすべり面ですべりやすく、そのため強度が小であると考えられる。

今かような考えのもとに、焼石膏凝結物の強度を式で表現する方法を考えてみたので、まず問題になるのは遊離水分である。これの有無は石膏の強度に大きな影響をもっているため、まず最初に遊離水分のない状態について論ずることにした。

さて、問題を簡単にするため、次の假定を設けるこ

とにした。

1. 焼石膏は混水されると溶液となり、それより結晶石膏が析出してくると考え、焼石膏の粒度が細かく均一であれば、晶出してくる結晶は均一に凝結するものとする。

2. 焼石膏は混水され、凝結すると理論的には9.2%収縮する筈だが、実際には0.1~0.4%膨脹する。そこで問題の複雑をさけるため、凝結の前後には寸法の變化はないものとする。

3. 遊離水分の存在していた場所が乾燥後空隙となると考え、気泡により空隙はないものとする。

4. 強度試験は圧縮試験によるものとする。

5. 焼石膏凝結物の破壊はすべり面の剪断應力によりかつ内部摩擦説に従うものとする。

6. すべり面における焼石膏凝結物の眞の剪断強さはすべり面の接觸している面積に比例するものとし、内部摩擦力はすべり面の接觸面積には無関係とする。

7. すべり面における焼石膏凝結物の接觸面積は、石膏自體の體積に比例するものとする。

以上のことから考慮して進めることにする。

§ 2 理 論 式

第1圖に示す様な試片が、今 σ_{x1} なる軸壓縮力を受けているものと考え、この壓力で試験片が破壊し、すべりを生ずるとする。そこでこのすべり面が横断面と θ なる傾きをもっているものとし、この面に作用する合應力 P_1 、垂直分應力 σ_1 、の剪断分應力 τ_1 は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} \text{即ち } P_1 &= \sigma_{x1} \cos \theta \\ \sigma_1 &= \sigma_{x1} \cos^2 \theta \\ \tau_1 &= \sigma_{x1} \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

假定5によると焼石膏凝結物の破壊はすべり面の剪断應力により、かつ内部摩擦説に従うものとしたから剪断分應力 τ_1 は試験片の上部をすべり面に沿つて剪断しようとする、単位面積當り剪断力であると考え、これに反抗する材料の剪断抵抗力は材料自身の眞の剪断強さ K_s と垂直分應力 σ_1 に正比例する力 $\mu \sigma_1$ との和と考え次の平衡式を立てる。

$$\tau_1 = K_{s1} + \mu \sigma_1 \dots\dots\dots (2)$$

μ は内部摩擦係数とする。

(2) と (1) の値を代入すると、

$$K_{s1} = \tau_1 - \mu \sigma_1 = \sigma_{x1} (\sin \theta \cos \theta - \mu \cos^2 \theta) \dots (3)$$

となる。

ところが假定2によると凝結前後の寸法變化のない

ものとしたので、凝結物は膨脹したこととなり、その重量を試験片の體積で割つた商を見掛け比重とし、試験片の見掛け比重を ρ_1 とする。

しかし焼石膏に結晶水分しか加えないで凝結させえた時には、その凝結物の見掛け比重を ρ_0 とし、次の如く計算してその値を求める。

分子量 145.15 27.02 172.16

分子容 52.7 27.02

$$\rho_0 = \frac{172.16}{52.7 + 27.02} = \frac{172.16}{79.72} = 2.160$$

今假定6によれば、すべり面に生ずる眞の剪断應力はすべり面の接觸面積に比例するので、見掛け比重 ρ_0 、 ρ_1 の試験片のすべり面の接觸面積を S_0 、 S_1 とすると

$$\frac{K_{s1}}{K_{s2}} = \frac{S_1}{S_0} \dots\dots\dots (4)$$

となる。

但し、 K_{s0} は ρ_0 の時の眞の剪断強さとする。

(4) に (3) を代入すると

$$\frac{K_{s1}}{K_{s0}} = \frac{\sigma_{x1} (\sin \theta \cos \theta - \mu \cos^2 \theta)}{\sigma_{x0} (\sin \theta \cos \theta - \mu \cos^2 \theta)} = \frac{\sigma_{x1}}{\sigma_{x0}} = \frac{S_1}{S_0} \dots (5)$$

となる。

但し、 σ_{x0} は ρ_0 の時の軸壓縮壓力とする。

ところが、假定3によれば、焼石膏に加える水分は結晶水分より過剰となるため、その水分は遊離水分となり、結晶間に介在し、乾燥後はその部分が空隙となる。假定7より試験片のすべり面の接觸面積は、焼石膏凝結物自體の體積の n 乗に比例する。そこで ρ_0 のときの焼石膏凝結物自體の體積を V_0 、 ρ_1 の時の體積を V_1 とすれば、

$$\frac{S_1}{S_0} = \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^n \dots\dots\dots (6)$$

となる。

今 ρ_0 、 ρ_1 のときの結晶石膏自體の重量を m_0 、 m_1 その眞比重 ρ にし、假定2より試験片の體積を V とすると

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{m_1}{\rho} = \frac{\rho_1 \times V}{\rho} \\ V_0 &= \frac{m_0}{\rho} = \frac{\rho_0 \times V}{\rho} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

(6) に (7) を代入すると

$$\frac{\sigma_{x1}}{\sigma_{x0}} = \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^n = \left(\frac{\frac{\rho_1 \times V}{\rho}}{\frac{\rho_0 \times V}{\rho}} \right)^n = \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^n \dots (8)$$

$$\therefore \log \frac{\sigma_{x1}}{\sigma_{x0}} = n \log \frac{\rho_1}{\rho_0} \dots\dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned} \text{又は } \log \sigma_{x1} &= \log \rho_1^n - \log \rho_0^n + \log \sigma_{x0} \\ &= n \log \rho_1 - \log \frac{\sigma_{x0}}{\rho_0^n} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{又は} \\ n &= \frac{\log \sigma_{x1} - \log \sigma_{x0}}{\log \rho_1 - \log \rho_0} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

となる。

かくして壓縮壓力を見掛け比重の函数として表すことが出来た。又 σ_{x0} , ρ_0 , n は各焼石膏について一定値であるので, $\log \sigma_{x0}/\rho_0^n$ は一定値となり (1) は $\log \sigma_{x1}$, $\log \rho_1$ の直線の式とみなすことが出来る。そこで $\log \sigma_{x1}$, $\log \rho_1$ のグラフを描けば, 直線となることが考えられる。

第 1 圖

§ 3. 第圖實驗値および考察
さて, 次に § 2 で求めた理論式に實驗値がうまくあてはまるかどうか, 調べることにした。

そこで, 岩手縣岩澤礦山の玉石石膏を向島石膏工業所で焼成した焼石膏と, サイプラス島 (イタリア) の石膏と岩澤礦山の玉石石膏を吉野石膏株式會社で焼成して混合した焼石膏を實驗に使用した。

これらの焼石膏を 20~23°C の蒸留水の中に入れて 15~30 秒間攪拌してゴムリングの中に流し込んだ。試験片は直径 25mm, 高さ 30mm の圓柱形のものを使用し, 凝結後一週間を経て, 直径, 高さを測定し體積を求め, 又その重量を測定し, アムスラー試験機で壓縮試験を行い壓縮強度を測定した。

こゝに一週間後と規定したのは, 一週間を経ると試験片の見掛け比重はほぼ一定値となる實驗結果に基いたからである。そこでこの實驗に用いた壓縮強度は一週間後の値を示しているもので, その前後の日数による強度變化は考慮に入れないことにした。次に測定値より見掛け比重 ρ_1 を算し, 添加水分量と石膏との比 w/p , 壓縮強度 σ_{x1} をまとめて, 第 1, 第 2 表に示した。なお, $\log \rho_1$, $\log \sigma_{x1}$ の値も對數表より求め合せて表に示した。なおこの内 $\log \rho_1$, $\log \sigma_{x1}$ の値を圖示したのが第 2 圖である。

第 2 圖をみれば, 向島製, 吉製共に直線であるが (10) 式も直線の式であるから, 實驗値による直線と理論式とが數式の上で一致していることが解る。そこ

第 2 圖 $\log \sigma_{x1} - \log \rho_1$ 週間後の値

で見掛け比重 $\rho_0 = 2.160$ のときの壓縮強度が外挿法により求められるので圖上より求めると,

$$\log 2.160 = 0.3345 \text{ であるので}$$

$$\text{向島石膏にて } \log \sigma_{x0} = 2614 \div 2.6138$$

$$\therefore \sigma_{x0} = 411.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{吉野石膏にて } \log \sigma_{x0} = 2.769 \div 2.7701$$

$$\therefore \sigma_{x0} = 589.0 \text{ kg/cm}^2$$

次にこれらの値をもとにして (11) より n の値を算出した。その結果を第 1~2 表に示したが, 實驗値としては一定値とみなしうることが解つた。しかで No. 1 は添加水分量が少いため, ゴムリングの型し第 1 表を満すことが出来ず空隙が多くなり, n の値が小さくなつた。又 No. 11 と第 2 表の No. 11 は添加水分量が多くなり, ゴムリングの型の内で石膏と水とが二相に分離した爲に n の値が多くなつた。

そこで, 第 1 表の No. 1, 11, および第 2 表の No. 11 の n の値は省いて, n の平均値を求めた。その結果は

$$\text{向島石膏製では } n = 2.132 \text{ (平均値)}$$

$$\text{吉野石膏製では } n = 2.505 \text{ (平均値)}$$

そこで以上の結果よりみて, (9) 式なる理論式は實驗値により強度を表現する式として適當と思われる。但し, n の値は焼石膏のおのに固有なる一定値であると考えられるから實驗値より算出され, この値によつて焼石膏の性質を比較する上に, 何んらかの手助になるものと思われる。

なお向島石膏製の焼石膏にあてはまる式は

$$\log \frac{\sigma_{x1}}{411.0} = 2.132 \cdot \log \frac{\rho_1}{2.160} \dots\dots\dots (12)$$

第1表 岩澤玉石膏向島石膏工業所製1週間後の測定値

No	w/p	σ_{x1} kg/cm ²	$\log \sigma_{x1}$	ρ_1 gr/cm ³	$\log \rho_1$	n	n 平均値
1	50/100	177.0	2.2480	1.341	0.1271	1.773	
2	60/100	120.3	2.0803	1.206	0.1004	2.277	
3	70/100	103.0	2.0128	1.109	0.0543	2.144	
4	80/100	80.2	1.9024	1.001	0.0004	2.120	
5	90/100	64.9	1.8122	0.927	-0.0329	2.180	
6	100/100	56.1	1.7482	0.867	-0.0620	2.182	
7	110/100	50.7	1.7050	0.808	-0.0926	2.132	
8	120/100	42.2	1.6253	0.743	-0.1290	2.130	
9	140/100	30.1	1.4786	0.676	-0.1701	2.250	
10	160/100	24.8	1.3945	0.597	-0.2240	2.181	
11	180/100	14.2	1.1523	0.583	-0.2343	2.568	

第2表 岩澤, サイプラス島石膏
吉野石膏株式會社製1週間後の測定値

No	w/p	σ_{x1} kg/cm ²	$\log \sigma_{x1}$	ρ_1 gr/cm ³	$\log \rho_1$	n	n 平均値
1	50/100	172.0	2.2355	1.313	0.1182	2.470	
2	60/100	130.5	2.1156	1.193	0.0766	2.528	
3	70/100	106.9	2.0289	1.097	0.0402	2.521	
4	80/100	88.2	1.9455	1.001	0.0004	2.528	
5	90/100	77.2	1.8876	0.916	-0.0381	2.368	
6	100/100	60.7	1.7832	0.874	-0.0585	2.512	
7	120/100	47.2	1.6739	0.752	-0.1238	2.392	
8	140/100	30.2	1.4800	0.667	-0.1759	2.527	
9	160/100	20.3	1.3075	0.599	-0.2226	2.625	
10	180/100	16.9	1.2279	0.535	-0.2716	2.567	
11	200/100	8.3	0.9395	0.519	-0.2848	2.956	

吉野石膏製にあてはまる式は

$$\log \frac{\sigma_{x1}}{589} = 2.505 \cdot \log \frac{\rho_1}{2.610} \dots\dots\dots (13)$$

なお, (12), (13) によれば, 試験片の見掛け比重さえ解つておれば, 壓縮試験によらずに壓縮強度を算出し推定出来る。又第2圖より圖上にて内挿法によ

り求めることが出来る。

§4 結 論

以上焼石膏凝結物即ち所謂石膏の強度を見掛け比重を用いて表現したが, 實驗値とよく一致する所から理論式は強度を表す式として使用出来ると思われる。そこで焼石膏の凝結物の強度は添加水分量の増加につれて減少する理由は, 遊離水分の増加によりその部分が空隙となり, すべり面ですべりやすくなるという考え方により説明されうものと思われる。又焼石膏はその結晶状態により大いに影響されるものと考えられるので, n の値は焼石膏の性質を比較する上に必要な値となるものと思われる。そこで次に n の値と焼石膏との関係を調べようと考えている。なお凝結物全體が濡れている場合は強度が大いに減少する。所謂濡れの状態で, この時の強度についても式で表現したい。又この實驗値は前に述べた如く一週間後の値であつて, 永井彰一郎, 關谷道雄, 小泉定治郎⁽²⁾によれば27日間後になれば, 強度は更に増大すると報告されているので壓縮強度がほぼ恒量となつたときの値を求めて計算したい。

これらのことがらは次の機会に又報告するつもりである。

終りにこの研究には向島石膏工業所, 吉野石膏株式會社より御援助を戴いたことを感謝いたします。

引用文献

- (1) K.YAMAGUCHI: Scientific Papers I.P. C.R. 1927, 6 No.99, 271
- (2) 永井彰一郎・關谷道雄・小泉定治郎: 窯業協會誌 1950, 58, [648] 1⁰³.

(7/19/50受附)

TiO₂-CaO系磁器誘電體の研究

杉 浦 正 敏・池 田 宏 一

(日本電氣株式會社)

Studies on the Dielectric Properties of TiO₂-CaO System.

By Masatoshi SUGIURA and Koichi IKEDA

Experiments reported in this paper were carried out mainly on the change of dielectric loss and dielectric constant with firing temperature of various compositions in the TiO₂-CaO system.

I. 緒 言

TiO₂-CaO 二成分系に関しては H. von Warten-

berg and H.J.Rensh 氏⁽¹⁾の研究があるが, 高周波用磁器誘電體としての報告は小川若三郎氏等⁽²⁾の研究が終戦直後までに發表せられた唯一のものであつた。