論文・Paper

MHD 発電機セミホット発電ダクト壁の熱応力

野 村 修 身

(電子技術総合研究所 エネルギー部)

現在、通産省の大型プロジェクトの一環として研究開発が進められている。ベースロード用 MHD 発電機のセミホット発電ダクトは、緻密質の耐熱セラミックスで内壁を構成するのが有望とされている。この材料は、作動ガスのアブレイジョンに対してはかなり強いが、熱応力に対しては弱いことが知られている。ところで、燃焼方法を制御すれば、非定常熱応力（特に熱衝撃）による損傷をさけることが出来るが、材料の物性値が温度変化に伴って大きく変わるので、材料の内部に温度分布があれば、定常状態においても、大きな熱応力が発生するおそれがあり、発電ダクトを設計するには、定常熱応力による損傷が生じないよう考慮する必要があることが明らかとなった。本論文はこの定常熱応力が、材料の損傷を引き起こさない条件を、求める方法を研究し、発電ダクト設計の一項目として、提案するものである。数値例には、セミホット発電ダクト壁絶縁材料に有望とされている、緻密質マグネシアセラミックスについて解析した。その結果、材料の表面温度を 1400K に設計する場合、裏面温度をそれぞれ、つぎの値以上に設計しなければならないことがわかった。785 K (縦横比 $r=0.5$)、625K($r=1.0$)、470K($r=2.0$)。 (12/27/1976 受付)

A Thermal Stress Design Study of Semi-hot MHD
Generator Duct Wall

Osami NOMURA

(Electrotechnical Laboratory, Energy Division, Tanashi-shi, 188)

Semi-hot type generator ducts of base-load type magnetohydrodynamic(MHD) generator are being developed as one of the national projects in Japan. In the most promising type of these generators, the duct wall is constructed by dense refractory ceramics. The ceramics are generally strong for abrasion by working gas, but weak for thermal stress, especially for thermal shock. The instant thermal stress or thermal shock may be avoided by controlled burning of fuel, but steady stress remains in all cases, because all physical properties (thermal conductivity, Young's modulus, etc.) vary with temperature and there is temperature gradient by cooling. The author has pointed out the possibility of destruction of the material by the steady thermal stress, obtained the series of conditions under which the material is possible to withstand the thermal stress and proposed the method as one of the design terms of MHD generator.

As a case study, results obtained in the case of dense magnesia ceramics was discussed. Typical results were expressed as follows. To avoid fracture of the ceramic having thickness to length ratio of 0.5, 1.0 and 2.0, the critical bottom temperatures are 785 K, 625 K and 470 K respectively, when the hot face temperature is kept at 1400 K.

[Received December 27, 1976]

1. 緒 言

現在、MHD 発電方式の研究は、エネルギー政策の一環として、世界主要国で行われている。我国では通商産

業省工業技術院で計画した大型工業技術研究開発（大型プロジェクト）の一項目として、研究がまとめられており、その重要課題の一つは、セミホット発電ダクトの研

究開発である。本論文は、この発電ダクト壁を設計する上で重要な、材料の熱応力を考慮した安全設計条件の決定方法について述べたものである。

上記に示した大型プロジェクトにおいて、研究開発の開発目標とされている MHD 発電機は、在来火力発電所の前段機として使用されるものであるため、発電ダクトは、アルカリ金属を含み、高温高速の燃焼ガス（温度約 2000°C、流速約 1000 m/s を必要とされている¹⁾）に、数千時間耐え、しかも発電機としての機能を満足しなければならない。

初期においては、主に長時間耐久性の面から研究開発が進められた。その結果、ペグ壁¹⁾（分割水冷金属壁）およびコールド壁²⁾が良好な結果を示した。ところが、これらは壁温が数百°Cに冷却されるために、壁からの熱損失はきわめて大きく（数百 W/cm²）さらに発電特性も悪い。そのため、壁温を 1000°C 以上に保った、セミホット発電ダクトが必要とされ、現在、研究開発が進められている。

セミホット発電ダクト壁の材料には、上記の作動ガス（燃焼ガス）に対して、耐熱性および耐蝕性（アブレイジョン等）に優れた、緻密質の耐熱セラミックスが最も有望であるといわれている³⁾。ところが、一般に、この材料は熱応力に対しては弱いので、発電ダクトを設計する場合に、内部の温度勾配により生ずる熱応力による破壊が生じないように考慮することが重要である。

すなわち、材料の強度上から、壁温を 1000°C 程度に保たねばならないが、作動ガスの温度は約 2000°C であるので、壁材料は何らかの方法で冷却する必要がある。そのため、材料内部には、かなりの温度勾配が生ずる。その上、材料の熱応力発生に関係する物性値（熱伝導度、弾性率等）は、温度の変化に伴って大きく変化するために、温度勾配があれば必ず熱応力が発生するので、本論文に示すように、定常状態でしかも材料の熱変形を拘束しない構造がとられていても、ダクト壁材料の破壊を生ずる可能性があることがわかった。

本論文においては、上記の熱応力によって、発電ダクト壁材料が破壊しないような、限界条件を求める方法を研究し、その限界条件を、MHD 発電機のセミホット発電ダクト壁を設計するための一項目として、提案したものである。さらに、実例として、セミホット発電ダクト壁の絶縁材料として、最も有望とされている、緻密質のマグネシアセラミックス⁴⁾を対象として数値解析を行って検討した。

2. 本論文中使用している主な記号

本論文中使用している記号で、主なものは下記の通りである。なお [] 中は単位、および () 中はその意味を示す。

T : 温度 [K]

λ : 熱伝導度 [W/m・K]

x : 作動ガス流れ方向の座標成分 [m]

y : 発電ダクト壁深さ方向（流れと直角）座標成分 [m]

z : x および y の双方に直角な座標成分 [m]

θ : 熱関数 [W/m] $\left(\int_{T_b}^T \lambda dT\right)$

h : 熱放散係数 [m⁻¹]

A : ダクト壁構成材料の幅の半値 [m] (x 方向長)

B : ダクト壁構成材料の高さ [m] (y 方向長)

η : 無次元 x 座標 (x/A)

ξ : 無次元 y 座標 (y/B)

r : 縦横比 ($B/2A$)

θ : 無次元熱関数 (θ/θ_w)

a : 熱応力計算要素幅の半値 [m]

b : 熱応力計算要素高の半値 [m]

x_0 : 熱応力計算要素中心の x 座標 [m]

y_0 : 熱応力計算要素中心の y 座標 [m]

X : 熱応力計算要素内の無次元化 x 座標 ($(x-x_0)/a$)

Y : 熱応力計算要素内の無次元化 y 座標 ($(y-y_0)/b$)

ϕ : 応力関数 [N]

τ : 温度差 [K] ($T-T_b$)

n : 材料表面の垂直方向長さ成分 [m]

ϵ : ひずみ

ϵ_0 : 初期ひずみ

B : 変位-ひずみ テンソル成分

δ : 無次元変位

σ : 応力 [N/m²] (注) 添字は方向成分を示す。

D : 応力マトリックス成分 [N/m²]

E : 弾性率 [N/m²]

ν : ポアソン比

α : 線膨脹係数 [K⁻¹]

K : 剛性マトリックス成分 [N/m²]

P : 定数マトリックス成分 [N/m²]

添字 (一般)

o : $x=0, y=0$ における値

b : 基準点の値

e : 熱応力計算要素内の値

T : 転置マトリックス

w : ダクト壁（ガス接触面）での値

3. MHD 発電機セミホット発電ダクトの問題点

3.1 MHD 発電ダクトの構造

本論文で検討する MHD 発電機は、図 1 に示すように、石油燃焼ガスを強力な磁場（実用機では、超電導電磁石とすることが、プロジェクトの目標である）の中を通過させて、そのガス中に生じた電気を、ガスと電気的に接触させた電極より取出すものである。このガスは、導電性（数 Ω/m の導電度は必要¹⁾）を持たせるために

Fig. 1. Schematic diagram of MHD generator duct.

アルカリ金属(一般的にカリウム)を添加して, 約2500°Cの温度を保つ必要があり, 必要な電圧を得るために, 約1000 m/sの流速で通過させなければならない。そのために, 作動ガスが通過する発電ダクトは, このような高温高速で, 腐蝕性のあるガスにさらされる。しかも, 開発対象は, ベースロード用としているため, 数千時間にわたり, このような苛酷な条件下において, 十分な発電性能を保つことが, 要求されている。

この要求を満足させるために, ダクト壁の構成方法としては, 耐熱材料を水冷基板で支持することにより, 表面温度を千数百°Cに制御した, セミホット発電ダクト壁が, 有望とされている⁹⁾。耐熱材料は高速のガス流に耐える必要上, 耐アブレイジョン性が大きいことが要求されるので, 緻密質の耐熱セラミックス系材料が適当と思われる。さらに, 熱応力を出来るだけ小さくするために, 材料の熱膨張を拘束しない構造を取る必要がある。

3.2 発電ダクト壁材料に生ずる熱応力

ダクト壁材料には, 先項に述べた理由により, 耐熱セラミックス系の材料が適当とされるが, この種類の材料は, 一般的に熱応力, 特に熱衝撃に弱いという欠点がある。熱衝撃を防止するためには, 作動ガスの温度を徐々に上げる様に, 燃焼方法を制御することで解決出来る。しかし, 定常運転に入った後にも, 材料内部には温度勾配が必ず存在するので, そのために生ずる“定常熱応力”による損傷が, 生じないように設計しなければならない。

定常熱応力を小さくするには, 材料の熱膨張を, 外部より拘束しないように, 耐熱材料を支持する必要がある。例えば 図2に示すような, 銀コイル接着方法⁹⁾が, 適当であろう。

発電ダクト構成材料は, 作動ガス温度(約2500°C)には耐えられないために冷却を行うので, 作動ガスの接触面は千数百°C, 他面は数百°Cとなり, 材料内部の温度勾

Fig. 2. Sectional diagram of MHD generator wall adherent to silver coil.

配はきわめて大きい。

先に述べたような, 熱歪を外部から拘束しない支持方法(以下“自由支持”と略す)であると, 材料の熱応力発生に関する物性値(熱伝導率, 弾性率, ポアソン比等)が一定の場合は, 定常熱応力は発生しない。何故ならば, 熱応力発生機構より見ると, 材料は単一連結領域であり, しかも内部に熱発生がないからである¹⁾。ところが, 本論文で対象としている耐熱セラミックスの物性値は, 例えば 図3に示すように¹⁵⁾, 温度変化に従って大きく変化する。著者が解析し検討した結果, 自由支持であっても, 発電ダクトの設計を充分考慮しなければ, 定常熱応力の

Fig. 3. Physical properties of MgO ceramics.

みによっても, 破損するおそれがあることがわかった。本論文においては, この熱応力が材料の破壊を引き起こさない範囲である条件を, 発電ダクトの設計条件の項目として, 提案するものである。

条件を求めるために必要なのは, 熱応力の見積方法と破壊条件の決定方法である。

4. 熱応力計算方法

発電ダクト壁の材料が, その内部の温度分布により生ずる熱応力で破損しない条件を求めるためには, まず, 熱応力の見積をしなければならない。そのためには, 熱応力の数値計算を行い, その精度の検定を, 応力測定実験により確認するのがのぞましい。熱応力の測定には光弾性を使ったもの³²⁾, アナログ計算機のモデル実験^{33), 34)}

等がある。しかし、本論文では、千数百℃の温度を対象としているので、適当な測定方法がなく、モデル実験も不適当である。そこで、応力計算精度の確認は、ある特殊な条件を考えて、その条件下において、他の計算方法と比較することで推定した。

熱応力の計算には、まず材料内部の温度分布を計算し、その温度分布を基にして、熱応力を計算しなければならない。

4.1 温度分布計算式

温度分布の計算に、熱伝導度の温度依存性を指数関数で表わして計算したもの²³⁾、さらに、セラミックス表面の輻射伝熱についての研究²⁴⁾もある。

本論文においては、1章で述べた理由により、定常温度分布を計算する方法を考える。対象とする材料内部には熱の発生がないので、定常状態においては、材料内部の温度 T は、次のラプラスの式で表わされる^{21), 22)}。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

熱伝導度 λ は、温度の関数とし、温度 T は時間的に変化なく、空間座標 x, y, z のみで定まることとなる。

(1) 式を簡略化するため、(2) 式で定義する熱関数 θ ²⁵⁾を導入する。

$$\theta = \int_{T_b}^T \lambda dT \quad (2)$$

ここで T_b は、基準温度を示す。

(2) 式により (1) 式は (3) 式に変形出来る。

$$\Delta \cdot \theta = 0 \quad (3)$$

ここで $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ である。

発電ダクト内の材料は、図2に示すような、自由支持であるとし、作動ガスの接触面は一定温度に保たれ、その反対面は、冷却による熱放散があるものとする。側面は他の材料に相対しているの、断熱状態にあると考えられる。そのため、温度分布の計算モデルを図4に示すように設定することが出来。境界条件を表わすと (4)~(7) 式となる。

$$[\theta]_{y=0} = \theta_w = [\theta]_{T=T_w} = \text{一定} \quad (4)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_{x=0} = 0 \quad (5)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_{x=A} = 0 \quad (6)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial y} + h(\theta - \theta_0) \right]_{y=b} = 0 \quad (7)$$

(7) 式が熱放散の条件を表わし、 h は比例定数で、熱放散係数と名づける。 h を変化させれば、境界における熱伝達の様子を変化させるのに対応し、材料内部の温度分布が変わる。そこで、MHD 発電ダクトの設計条件には、材料内部に生ずる熱応力が、材料の破壊を生じないような h の上限値をもって表わすことが出来る。 θ_0 は、冷却体の裏面温度 T_0 の値を (2) 式に代入して計算し

Fig. 4. Model for calculation of temperature distribution.

た値である。

$$\theta_0 = [\theta]_{T=T_0} \quad (8)$$

(4)~(7) 式の条件を基に、(3) 式を解くと、(9) 式が得られる。

$$\theta = \theta_w - \frac{h \cdot y}{1 + h \cdot B} (\theta_w - \theta_0) \quad (9)$$

(9) 式を無次元化すれば (10) 式が得られる。

$$\theta = 1 - \frac{N}{1 + N} \xi (1 - \theta_0) \quad (10)$$

ここで、 $\xi = y/B$, $N = h \cdot B$, $\theta = \theta/\theta_w$, $\theta_0 = [\theta]_{y=B} = \theta_0/\theta_w$ である。

温度 T の値は (2) 式の関係によって (9) 式で計算した θ の値を代入して求められる。

4.2 熱応力計算

物性値の温度依存性を考察して、熱応力を計算した論文には、熱伝導度の温度依存性を考慮した論文^{26)~29)}、熱膨張率の温度依存性を考慮した論文³⁰⁾がある。さらに、セラミックスの熱応力を検討した論文^{31), 35)} などがあがあるが、いずれも数種の物性値だけが温度依存性を示すとされている。

本論文が取扱う温度範囲では、材料の全物性値が温度の関数となり、しかもその変化状態は材料の種類によって全く異なるので、熱応力は有限要素法を用いて求めた。

ダクト内面では、作動ガス流の直角方向が、材料の長手方向となるように組立てられるので、長手方向の温度変化はほとんどなく、応力状態は平面ひずみ⁷⁾であると仮定した。平面ひずみとは、無限長材料において長手方向の温度が一定の状態を示し、長手方向の端部の影響がない平面応力状態を言う。本論文では、設計条件を検討

するために最大主応力説を用いたが、熱応力計算の結果によって、材料のほぼ中央に最大応力が生ずることがわかったので、最大主応力の値を計算するために、流れに直角方向端面の影響を無視して、平面ひずみ状態を仮定するのは適当であると思われる。

計算を行う範囲は上述の理由により平面上となるので、図 5 に示す 8 節点長方形要素（不完全三次要素）で、その平面を分割する。一般に有限要素法は 3 節点三角形要素（一次要素）で計算されるが、本論文で計算す

Fig. 5. Element for stress calculation by finite element method (FEM).

る対象は長方形のため、要素分割が容易な長方形要素とし、さらに、材料が主に面内曲げ変形を示すので、変位関数が座標の二次関数でないとき変形状態が近似出来ない¹¹⁾から、8 節点要素を採用した。

材料は完全弾性体であり、クリープや塑性変形は生じないものと仮定して、熱応力を計算した。本論文で取扱うセラミックス材料は、高速のガス流にさらされるのでアブレイジョン強度が充分大きい温度で運転されるから、クリープや塑性変形は生じないものと見なし、さらに、この材料は弾性率と破壊強度の比が大きいので、破壊強度に近い大きな応力が加わってもひずみは小さく、フックの法則が完全に成り立つと考えた。

座標系は直交直線座標系を用いて、流れ方向を x 軸およびその直角方向を y 軸とした。

要素分割の一例を 図 6 に示す。同図は x 方向に 2 分割および y 方向に 4 分割したものである。設計条件を求めるためには、後述のようにさらにこまかい分割を行っ

Fig. 6. An example of elementation.
divided No. of X -range=2, No. of node=37
divided No. of Y -range=4, No. of element=8

た。

図 6 の各々の要素内において、 u を x 方向変位および v を y 方向変位とすれば、(11), (12) 式で表わされるものと仮定する。

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 xy^2 \quad (11)$$

$$v = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2 + \beta_7 x^2 y + \beta_8 xy^2 \quad (12)$$

ここで、 $\alpha_1 \sim \alpha_8$ および $\beta_1 \sim \beta_8$ は各々の要素内で定まる定数である。

さらに、要素内座標 X および Y を (13) 式で定義する。

$$X = \frac{1}{a}(x - x_0), Y = \frac{1}{b}(y - y_0) \quad (13)$$

x_0, y_0 はそれぞれ、要素中心の座標である。各節点における変位をそれぞれ、 $u_1, v_1, \dots, u_8, v_8$ で表わし、ひずみと変位の関係式を、マトリックスで表わせば⁹⁾、

$$\{\varepsilon\}^e = [B]^e \{\delta\}^e \quad (14)$$

添字 e は要素内マトリックスであることを示す。転置マトリックスを添字 T で表わし、(14) 式の成分をそれぞれ示すと、(15)~(17) 式となる。

$$\{\varepsilon\}^e = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}]^T \quad (15)$$

$$\{\delta\}^e = [u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, u_4, v_4, u_5, v_5, u_6, v_6, u_7, v_7, u_8, v_8]^T \quad (16)$$

$$[B]^e = \begin{bmatrix} (2X+Y)(1-Y)/4a & 0 & -X(1-Y)/a & 0 & (2X-Y)(1-Y)/4a \\ 0 & (1-X)(X+2Y)/4b & 0 & -(1-X^2)/2b & 0 \\ (1-X)(X+2Y)/4b & (2X+Y)(1-Y)/4a & -(1-X^2)/2b & -X(1-Y)/a & -(1+X)(X-2Y)/4b \\ 0 & (1-Y^2)/2a & 0 & (2X+Y)(1+Y)/4a & 0 \\ -(1+X)(X-2Y)/4b & 0 & -(1+X)Y/b & 0 & (1+X)(X+2Y)/4b \\ (2X-Y)(1-Y)/4a & -(1+X)Y/b & (1-Y^2)/2a & (1+X)(X+2Y)/4b & (2X+Y)(1+Y)/4a \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c}
\left. \begin{array}{c}
-X(1+Y)/a \\
0 \\
(1-X^2)/2b \\
0 \\
-(1-X)Y/b \\
-(1-Y^2)/2a
\end{array} \right\} \begin{array}{c}
0 \\
(1-X^2)/2b \\
-X(1+Y)/a \\
0 \\
0 \\
0
\end{array} \left. \begin{array}{c}
(2X-Y)(1+Y)/4a \\
0 \\
-(1-X)(X-2Y)/4b \\
(2X-Y)(1+Y)/4a \\
0 \\
0
\end{array} \right\} \begin{array}{c}
0 \\
-(1-X)(X-2Y)/4b \\
(2X-Y)(1+Y)/4a \\
0 \\
-(1-X)Y/b \\
0
\end{array} \left. \begin{array}{c}
0 \\
-(1-Y^2)/2a \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{array} \right\} \quad (17)
\end{array}$$

応力-ひずみの関係式⁹⁾を (18) 式に示す。

$$\{\sigma\}^e = [D]^e (\{\epsilon\}^e - \{\epsilon_0\}^e) \quad (18)$$

(18) 式において、それぞれのマトリックス要素は、

$$\{\sigma\}^e = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}]^T \quad (19)$$

(19) 式で、それぞれの応力は、引張応力を正方向とする。

$$[D]^e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 \\ \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\{\epsilon_0\}^e = [\alpha T, \alpha T, 0]^T \quad (21)$$

各々の要素において、(18) 式を (12) 式に代入し、節点変位と応力の関係式を求めると (22) 式が得られる。

$$\{\sigma\}^e = [D]^e ([B]^e \{\delta\}^e - \{\epsilon_0\}^e) \quad (22)$$

材料は定められた拘束条件のもとに変形するが、この時に、材料全体として内部に蓄えられる全ひずみエネルギーが最小となるように変形をする。この変形は (23) 式を満足するものである⁹⁾。

$$[K]\{\delta\} = \{P\} \quad (23)$$

(23) 式において、各項は (24)～(26) 式で示される。

$$\{\delta\} = [u_1, v_1, u_2, v_2, \dots, u_{n-1}, v_{n-1}, u_n, v_n]^T \quad (24)$$

$$[K] = \sum \int_{x=-1}^1 \int_{y=-1}^1 [B]^e T [D]^e [B] dX \cdot dY \quad (25)$$

$$\{P\} = \sum \int_{x=-1}^1 \int_{y=-1}^1 [B]^e T [D]^e \{\epsilon_0\}^e dX \cdot dY \quad (26)$$

ここで $\sum^e$ は、それぞれの要素における積分を行い、節点変位毎に、係数を加え合せることを示す。

4.3 数値計算方法

数値計算には (23) 式を解くプログラムを組まなければならない。(23) 式を組立てるためには、(25) 式および (26) 式の積分計算を行い、各節点毎の係数を加え合せる^{12), 13)}。

(25) 式および (26) 式を計算する方法に、計算精度を考慮して、ガウス 5 分点積分法を採用した。数値積分を行うために、予め図 3 に示す温度と物性値の関係を、各々の温度における数値データとして、計算機に記憶させておき、各積分点の温度を (9) 式で計算してから、記憶したデータを基に、ガウス 4 点補間計算により、物性値を求める。物性値を (25) 式および (26) 式に代入し、各要素毎に数値積分を行うと、各節点変位での係数が求まるので、全要素について得られた係数を節点変位毎に加

え合せれば (23) 式が組立られる。

組立られた (23) 式は、加速過緩和法 (SOR 法)¹⁴⁾により解いた。本論文では、材料の使用限界を求めることが目的であるため、温度分布を少しずつ変化させて、その都度熱応力を計算するので、前段階の計算結果がそのまま数値計算の初期値として使え、さらに最適加速係数が温度分布の変化だけではほとんど変わらないことがわかったので、SOR 法で数値解を求めるのに適当であった。

なお、プログラミング言語に ALGOL を用いたため、計算プログラムが縮小されて、プログラムカード約 600 枚で、データの読込から結果の打出し迄が出来た。

5. 設計条件の決定方法

前章で述べた計算方法により熱応力を計算し、熱応力の大きさと材料の破壊強度を、材料内の全ての部分で比較して、応力が破壊強度より小さければ、長時間にわたり運転可能な発電ダクトに設計されているものとした。この考察方法は、最大主応力説²⁰⁾を応用したものである。なお、本論文で検討するセラミックスにおいては、圧縮破壊強度が引張破壊強度の10倍以上あるが、計算結果によれば、最大圧縮応力は最大引張応力の3倍程度にすぎないので、実際は最大引張応力を引張破壊強度と比較し検討するだけで充分なことがわかった。本論文で検討対象とするセラミックスは、アブレイジョン強度が充分大きな温度で使用するので、この温度においては粘性やクリープを示さず、ぜい性破壊を生ずと考えられ、しかも破壊を生ずるような大きい応力が加わっても、ひずみが微小なために弾性率は変化せずに変形すると考えられるので、使用限界を求めるために、最大主応力説を用いたものである。

さらに、アブレイジョン強度を大きくするために、緻密質材料が使用されるため、材料の非均質性はないものとした。

ところが、緻密質の材料であっても、微小の空隙は必ずあるので、材料内部に生じた割れが、その空隙で食い止められて、全体の破壊に進展しない事態も考えられる^{18)~20)}。そのため、この決定方法では、マクロ的な破壊条件を求めるためには、不充分であるが、MHD 発電機ダクトの設計条件を定めるためには適当と判断した。すなわち、MHD 発電機は数千時間にわたり、連続運転を行うので、例え直接破壊(即刻の破壊)とならなくても、微小の割れを生じていることは、マクロ的に見て、

材料の強度が等価的に低下していると考えられるので、このような状態で長時間運転するのは不適当であるとした。

検討対象である材料は、変形に対する外部からの拘束はないとしたので、熱応力は材料内部の温度分布のみで決定される。4.1項で示した仮定により、温度分布はガス接触面の温度 T_w と他面よりの熱放散係数 h の両者より定められる。ところが、 T_w は作動ガスの流体力学的条件で定まる（3.1項で述べたように、アプレイジョン強度が充分大きいような温度になるように設計する）ので、ダクト壁の設計条件は h の限界値で表わされ、これは材料の縦横比 r により異なった値である。

6. 結 果

設計条件を求める前に、まず計算精度を検討した。計算結果として得られたのは、使用限界内における熱放散係数 h の値と、その時の応力分布である。

6.1 計算精度の検討

まず、計算誤差を見るために、図3の物性値で、 $h=0$ における計算値を調べた。この状態では材料全体の温度が一定であるから、当然熱応力は発生せず、計算値は数値計算の誤差を示すこととなる。その結果、要素分割数を、 x 方向2および y 方向4（すなわち要素数8、節点数32）と、きわめて粗い分割であっても、変位の計算精度を有効桁数12桁にとれば、 10^2 N/m^2 以下の数値が算出されたのみである。破壊強度（引張）は約 10^8 N/m^2 程度であるから、計算精度は 10^{-6} 以上と言えよう。ガス接触面温度は 1400K とした。

つぎに、要素内の変位関数が、本論文で取扱う材料の変形状態をどの程度近似しうるか検討した。そのために、物性値が一定で(9)式に示す温度分布をもつ状態を考えた。この状態では、材料は面内曲げ変形を生ずるが3.2項で述べた理由により、熱応力は発生しない。それ故に、計算値は、変位関数の近似精度を表わす。計算に使用した物性値を下記に示す。これらの値は、図3に示すマグネシアセラミックスの物性値を参考にして定めた^{15)~17)}。

弾性率 $E=2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

ポアソン比 $\nu=0.35$

線膨張係数 $\alpha=1.6 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

要素分割および変位の計算精度は、前に述べた数値計算誤差と同様にとって計算した。その計算値は 10^2 N/m^2 以下の値であった。この値は、前述の計算結果と同じ値であるから、曲り変形に対して、変位関数は誤差なく近似されていると考えられ、本論文の目的に対する近似関数としては、非常に良好であると言える。

さらに、計算値の近似精度を調べるために、物性値が一定の場合について、応力関数法による応力の計算値と

比較した。応力関数法の詳細は、参考文献⁷⁾を参照していただくこととするが、その概要はつぎの通りである。いま、連続体内において、平面応力状態では、(27)式を満足する応力関数 ϕ が存在する。応力状態を平面ひずみと考えるならば、

$$\Delta \phi = \frac{E}{1-\nu} \Delta(\alpha \tau) \quad (27)$$

ここで Δ は(3)式と同じ意味であるが、2次元のため(28)式となる。

$$\Delta \phi = \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + \frac{2 \cdot \partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} \quad (28)$$

この応力関数 ϕ を使って、応力は(29)式で表わされる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \sigma_{xy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad (29)$$

(27)式の右辺は温度分布が定めれば決定されるため、 ϕ に対する境界条件が定めれば(27)式は解けるので、さらに(29)式で応力が求められる。本論文で取扱う材料では、外力および外部拘束条件がないので、境界条件は、(30)式で表わされる。すなわち、材料表面で

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \quad \phi = 0 \quad (30)$$

ところで、(27)および(29)式は、 E および ν が材料の各点で同じ値でなければ成り立たない。(27)式を計算するには、その階差式をつくり、SOR法で解いた。比較に使用した物性値は、前述の近似精度と同じ値を採用した。温度分布は(31)式で示す。これは数値実験により得られた値を近似したものである。

$$\frac{T}{T_w} = \frac{1+K}{1+y} - K \quad (31)$$

ここで $K=1.375$ である。

比較結果を図7に示す。要素分割方法は x 方向に5等分割および y 方向に13等分割である。同図を見ると、応力関数法で計算した値は、有限要素法で計算した値を、スムージング化したように見える。最大応力が生ずる点（材料の中心部に近い場所）では、両者は良く一致している。最大値は、有限要素法で計算した値が、わず

Fig. 7. Comparison of results calculated with different methods.

—method adopted in this paper (finite element method).
stress function method.

かに高くなる傾向にある。それ故、有限要素法で計算した使用限界は、少なくとも応力関数法で得られる値（もし、得る方法があれば）よりも安全側となる傾向がわずかにあるといえるので、本論文の目的とする、発電ダクトの設計条件を求めるためには、ここに示した方法で満足であると考えた。

6.2 設計条件の計算

前章で述べた方法により、図3に示す緻密質マグネシアセラミックスの物性値を使って、設計条件を計算したものを、図8に示す。同図は、使用可能範囲における熱放散係数 h の無次元化数（ヌセルト数） N の最大値と材

Fig. 8. Limit design condition for MgO ceramics.

料形状の変化との関係を示す。材料の作動ガス接触面の温度 T_w および冷却体の表面温度 T_0 は、3章に述べた理由により、下記の値に設定した。

$$T_w = 1400 \text{ K}$$

$$T_0 = 400 \text{ K}$$

図9は N が最大値の近くであるような状態における、材料内熱応力分布の一例である。

Fig. 9. An example of calculated results for stress.

$$\gamma = 1.0 \quad N = 1.415$$

7. 考 察

図8および図9に示す計算例を引用して検討する。

図8によれば、縦横比 γ が大きくなる程、 N の限界値は大きくなるのがわかる。これは形状効果をあらわすものである。

図9により、本論文に示すような材料の使用状態では、

最大応力が材料のほぼ中央に生ずることがわかる。そのために、材料が熱応力で破壊するときは、中央から大きく剝離すると考えられる。

図8に示す N の限界値において、材料の内部を通過する熱量（熱損失）を（7）式を用いて計算し、表1に示す。同表には、材料の冷却される面の温度も同時に示す。

Table 1. Calculated results for MgO ceramics.

γ	$T_{2m}(\text{K})$	$q \cdot B(\text{W/m})$
0.5	785	5,030
1.0	625	6,534
2.0	470	10,614

γ : aspect ratio ($B/2A$)

T_{2m} : minimum limit temperature at cooled surface (K)

q : heat through material at T_{2m} (W/m^2)

B : height of material (m)

表1によれば、縦横比 $\gamma=2.0$ と $\gamma=0.5$ の材料を比較すると、厚さが同じ場合には、前者は後者の約2倍の熱量を通過させられる。言い換えれば、 $\gamma=0.5$ の材料をさらに流れと直角方向に4分割すれば、約2倍の熱量が通過出来る。これは前に述べた形状効果の具体例であり、セミホット発電ダクト壁材料の細分化と熱損失の許容値との関係を示したものとなる。

次に、この材料で発電ダクトを製作する場合の寸法を入れて考察する。例として $\gamma=1.0$ とする。図8により N の限界値は約1.0である。さらに、材料の寸法 $B=1 \text{ cm}$ および冷却体との間隔を 1 mm で組立てるものとし、その間隔の熱伝達と温度の関係が材料の熱伝導度と相似であると仮定すれば、間隔の熱伝達率は材料の約0.1倍以下であることが必要となる。これは、冷却体の温度を 400 K という低い温度に設定したためと考えられる。

8. 総 括

ベースロード用オープンサイクル型MHD発電機のセミホット発電ダクト壁の材料として、緻密質耐熱セラミックスを使用した場合には、熱応力による損傷を生じさせないように設計しなければならない。本論文では、その条件を理論的に求める方法を検討した。解析の例としては、ダクト壁の絶縁材料として現在最も有望とされている、緻密質のマグネシアセラミックスについて検討した。その結果は表1に示すように、縦横比の小さな材料ほど冷却される面の温度を高く設計しなければならないことがわかった。

謝 辞

本研究は通商産業省工業技術院で計画した大型工業技術研究開発“電磁流体(MHD)発電の研究開発”の一部であり、様々な検討をして頂いた当所エネルギー変換研究室本間琢也室長、奥尾隆保主任研究官、熱応力計算方法に助言を頂いた明治大学藤井石根助教授、東京大学菊地文雄講師、航空宇宙技術研究所松末勝利主任研究官、本論文の執筆を指導して頂い

た東京大学鶴戸口英善教授，同中桐滋助教授，東京電機大学蓮見孝雄教授，マグネシアセラミックスの物性値（図3）を提出された日本化学陶業（株）の各位に，誌上を借りて深く感謝致します。

文 献

- 1) オーム社編“直接発電”（1960）p.28-35
- 2) K. Fushimi et al., 13 th. Sym. Eng. Asp. MHD. IV2 (1972)
- 3) T. Okuo et al., *Bull. Electrotech. Lab.*, **39**, 133-27 (1975).
- 4) 功刀雅長，他，“材料物性”誠文堂新光社（1972）p. 282-379.
- 5) 昭和 48 年度大型工業技術研究 開発連絡会議材料 W.G. 報告書，p. 14-124.
- 6) 昭和 51 年度大型工業技術研究開発計画書（MHD 発電に関する研究）.
- 7) 竹内洋一郎，“熱応力”日新出版（1971）p. 33-75.
- 8) 川下研介，“熱伝導論”オーム社（1970）p. 288-301.
- 9) O.C. Zienkiewicz, Y.K. Cheung, 吉識雅夫監訳，“マトリクス有限要素法”培風館（1973）p. 12-81.
- 10) G. Strang, G.J. Fix, 三好哲彦，藤井宏共訳，“有限要素法の理論”培風館（1975）p. 145-76.
- 11) 日本機械学会編 第419回講習会テキスト 15-26（1975）.
- 12) 信原泰夫，他，“コンピュータによる構造工学講座 II-2-B, 有限要素法のプログラムデザイン”培風館（1972）p.158-79.
- 13) 藤野勉，“コンピュータによる構造工学講座 II-4-B, 熱伝導と熱応力”培風館（1972）p. 240-51.
- 14) 山内二郎，他，“電子計算機のための数値計算法 I”培風館（1965）p. 1-172.
- 15) 日本化学陶業（株）私信
- 16) 索木洋一，“セラミックスの実際知識”東洋経済新報社（1975）p. 172-73.
- 17) P.T.B. Shaffer, “High Temperature Materials, Material Index” Plenum Press (1964) p.342-47.
- 18) 荒井康夫，“セラミックスの材料化学”大日本図書（1976）p. 166-99.
- 19) 木原博，“線形破壊力学入門”培風館（1976）p.133-73.
- 20) 横堀武夫，“材料強度学”岩波書店（1974）p.117-60.
- 21) H.S. Carslaw and J.C. Jaeger “Conduction of Heat in Solid” Oxford (1971) p.117-218.
- 22) 片山功蔵，斎藤彬夫，日本機械学会論文集，**34**, 2165-71 (1968).
- 23) 例えば，A. Campo and H.S. Wolko, *J. Appl. Phys.*, **44**, 1426-27 (1973).
- 24) J.C. Richmond, *J. Opt. Soc. Am.*, **56**, 253-54 (1966).
- 25) 日本機械学会編，“機械工学便覧”（1960）p. 4-27.
- 26) 藤井石根，日本船用機関学会誌，**10**, 45-54 (1975).
- 27) J. Nowinski, *Appl. Sci. Res.*, **A-12**, 349-77 (1962).
- 28) R. Muki and E. Sternberg, *J. Appl. Mech.*, 193-207, (1961).
- 29) 小泉堯，谷脇力，日本機械学会論文集，**31**, 9-15 (1965).
- 30) J. Minardi, *A.I.A.A. Journal*, **4**, 542-44 (1966).
- 31) 昭和 47 年度 大型工業技術研究開発委託研究成果報告書 “MHD 発電機用ダクト材料の研究” p. 68-82.
- 32) 塚田悠治，天田重庚，日本機械学会論文集，**40**, 962-33 (1965).
- 33) 岸上弘，日本機械学会論文集，**31**, 1-8 (1965).
- 34) 藤井石根，一色尚次，日本機械学会論文集，**39**, 2042-50 (1973).
- 35) A.K. Varshneya and R.J. Petti, *J. Am. Ceram. Soc.*, **59**, 42-46 (1976).

論文・Paper

濾過成形による平板状粉末の配向効果

西川 友三・西田 俊彦・宇野 哲夫

（京都工芸繊維大学 工芸学部 工業化学教室）

α -アルミナ焼結体の結晶粒子配向に対する濾過成形の影響について調べた。平板状 β -アルミナ粉末は β -アルミナ質熔融鑄造煉瓦をボールミル粉砕することによって作った。平板状 β -アルミナ粉末のスラリーを濾過成形する前に，この粉末を熱濃硫酸中に漬け， H^+ - β -アルミナに変えた。この H^+ - β -アルミナのスラリーを濾過成形し，その後濾過成形と同じ方向から圧力をかけてホットプレスした。ホットプレス中， H^+ - β -アルミナは α -アルミナに変わり， H^+ - β -アルミナの c 面は α -アルミナの c 面になった。 α -アルミナの結晶粒子中の c 面の配向度は Lotgering の方法と inverse pole figure plot で調べた。これらの配向度は，（1）濾過成形もホットプレスもしない場合，（2）濾過成形をせずホットプレスのみを行った場合，（3）濾過成形を行いホットプレスを行わなかった場合， などについて得られた α -アルミナ焼結体の配向度と比較した。その結果，濾過成形はホットプレスの粒子配向に対する効果と同じ程度の効果をもっていることが分った。また，濾過成形，ホットプレスの両方の操作を同時に行うと良く配向した α -アルミナ焼結体を得られるということ