セラミックスの絶縁破壊の新評価理論

鈴木善貴・松尾陽太郎・安田公一・木村脩七

東京工業大学工学部無機材料工学科, 152 東京都目黒区大岡山 2-12-1

A New Theory of Dielectric Breakdown of Solid Dielectrics

Yoshitaka SUZUKI, Yohtaro MATSUO, Kouichi YASUDA and Shiushichi KIMURA

Department of Inorganic Materials, Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro-ku, Tokyo 152

[Received August 2, 1991; Accepted October 17, 1991]

The electric field concentration and its singularity in the vicinity of the tip of a sharp crack-like electrode lying on the surface or interior of a solid dielectric are analysed theoretically. It is found that the local electric field in the vicinity of the tip of a sharp electrode is proportional to l to the power of $-1/2$, where l is a distance from the tip of the electrode. A new concept, "the electric field intensity factor" is defined from above results. A similarity rule between the stress intensity factor and the electric field intensity factor is discovered. A new criterion for the dielectric breakdown is suggested using the electric field intensity factor. The dielectric breakdown tests on model materials are carried out, which show the validity of the new theory.

Key-words: Electric field intensity factor, Dielectric breakdown, Solid dielectrics, Stress intensity factor

1. 緒 言

固体絶縁体をさまざまな用途に応用するためには、その絶縁破壊を定量的に評価することが必要である。しかし、気体及び液体の場合と比較して、固体の絶縁破壊現象はその微構造の影響を強く受けるため、微構造と絶縁耐力を定量的に関連付けることが必要である。Beauchamp¹⁾は直流パルス電圧を加えた場合の絶縁耐力と微構造との関係を考察した。試料にはLiFを0.3 wt%含むホットプレスMgOを用いている。実験結果によると絶縁耐力は、気孔率、粒径の増加とともに単調に低下した。また、欠陥は内部よりも表面に多く存在し、放電孔は少なくとも粒径の大きなものでは境界に沿って成長すること、また、エッチングにより表面欠陥を除去した試料の絶縁耐力は向上することが認められることを報告している。しかし、この研究では粒径と気孔率との相乗効果とも推察でき、不完全な点が見られる。

Yoshimuraら²⁾は、高電圧コンデンサー用に開発された誘電体セラミックスを試料に用いて、内部に存在する気孔が絶縁耐力に及ぼす影響を検討したところ、気孔率が低く、気孔径が小さいほど絶縁耐力が高くなるという結果を得たが、定量的な関係は導出していない。また、彼らは気孔が絶縁耐力に影響を及ぼす原因としては、気孔中のボイド放電を考えている。ボイド放電を扱った研究には、

Devins^{3),4)}の研究がある。

Yanagidaらは、セラミックスの絶縁破壊と機械的破壊とを関連付けた研究を行っている^{5)~8)}。彼らは試料にBaTiO₃及びMgOを用い、絶縁耐力と機械的強度を測定してワイブル分布の相関を研究した。その結果、絶縁耐力と機械的強度のワイブル係数には相関関係が認められることを報告している。また、彼らは試料表面の亀裂内に電極材料が侵入した場合、その先端の曲率に付近の電界が反比例することから、絶縁破壊に表面亀裂が影響を及ぼすことを示唆している。しかし表面及び内部の欠陥が絶縁耐力に影響を及ぼす機構は明らかにはされなかった。

Heimannら⁹⁾は多結晶シリコンとその酸化物とを層状に重ねた試料についてその電気伝導と絶縁破壊を研究した。その中で彼らは多結晶シリコンと酸化物の界面において、多結晶シリコン表面に生じた半球状の突起付近での電界の集中について評価を行った。

Smith及びWarren¹⁰⁾は、絶縁体内に亀裂状導電体が存在する場合に、その先端付近に亀裂先端からの距離 r の -1 乗に比例する応力場が生じることを示した。

McMeeking¹¹⁾は、等方性絶縁体内部に亀裂が存在する場合の、絶縁耐力に及ぼすマックスウェル応力の影響を定量的に評価した。更に、Smith及びWarrenの結果について検討し、亀裂先端付近の応力場が r の -1 乗ではなく、 $-1/2$ 乗に比例するとした。また、応力場と電界とが線形関係にあるとして次元解析及び理論解析を行い、応力拡大係数 K_I が電界によって次式のように表されることを示した。

$$K_I \approx \sqrt{[\epsilon G a / (1-\nu)]} |\vec{E}^\infty| \quad (1)$$

ここで、 ν はポアソン比、 ϵ は誘電率、 G は剪断弾性率、 a は亀裂長、 $\vec{E}^\infty$ は亀裂から無限遠にある点での電界である。絶縁破壊は、(1)式で表される K_I が臨界応力拡大係数 K_{Ic} 以上になった場合に生じると仮定して、機械的強度 σ_f と絶縁耐力 E_f との間に次式のような比例関係が存在するとした。

$$R \equiv \frac{\sigma_f}{E_f} = \sqrt{\frac{\epsilon G}{(1-\nu)\pi}} \quad (2)$$

しかし、彼が(2)式を用いてMgOとAl₂O₃について計算した R の値と、実験値との間には大きなずれが見られる。このように、Maxwell応力のみで絶縁破壊現象を理解す

ることには無理があることが分かる。

以上の研究では、固体絶縁体表面及び内部に存在する亀裂状の鋭い欠陥近傍における、電界集中及び絶縁破壊のクライテリアに関する定量的評価がなされていない。

本研究では、固体絶縁体表面及び内部に存在する亀裂状の欠陥（導電体）近傍の電界集中及びその特異性を定量的に解析し、その結果について破壊力学との相似性の検討を行い、新たに電界拡大係数という概念を提案する。そしてこれを用いて絶縁破壊のクライテリアを提案し、ソーダガラスを用いた実験を行って同理論を検証する。

2. 電界拡大係数概念の提案

2.1 電界集中に関する基礎的な考え方

固体の機械的強度に関しては、一般にその表面及び内部に微小な亀裂などの欠陥が存在し、それらが応力集中源となり、理論強度よりもはるかに低い負荷応力のもとで破壊すると考えられている。均質等方弾性体の静的変位場は、変位 U に関する調和関数

$$\nabla^2 U = 0 \quad (3)$$

を解くことで得られ、応力は変位に関する1階の導関数の線形結合として与えられる。亀裂先端近傍の応力場は座標系に無関係なパラメータ K_i （応力拡大係数、 $i=1, 2, 3$ ）、局所極座標 θ 、の関数 $f_i(\theta)$ 及び亀裂先端からの距離 r の $-1/2$ 乗との積として記述される。 $r \rightarrow 0$ の場合には、亀裂先端の応力場は無限大に発散する。Irwin ら¹²⁾によれば亀裂先端での応力場の強さ K_i がある臨界値に達したときに不安定破壊が生じる。その臨界値は臨界応力拡大係数 K_{IC} ($i=1$ の場合) として定義される。

一方、電磁気学においても、静電場では電位 Φ に関する Laplace 方程式

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (4)$$

を解くことによって電位 Φ が得られ、 Φ の1階の導関数として電界 E が求められる。この Laplace 方程式は前述の変位の調和関数と同じ形式である。したがって、電界集中問題においても応力拡大係数 K に相当する電界拡大係数 M が定義できると考えられる。

以上に述べた考え方に基づき、亀裂（導電体）の代表的なケースについてモデル化を行い、そのモデルについて理論解析を行って、絶縁破壊分野にも破壊力学と同様の手法が導入可能であることを示す。

2.2 電界の理論解析

2.2.1 モデルの決定

絶縁破壊における欠陥の影響を検討するために、次の三つの亀裂モデルについて亀裂先端での電界分布の解析を行う。

- (1) 表面亀裂モデル
- (2) 内部亀裂モデル（2次元系）
- (3) 内部亀裂モデル（回転対称系）

2.2.2 表面亀裂モデルにおける電界計算

断面が双曲線形状の刃形電極が平板電極に対しての図1のような系の電位及び電界を求める。このような系は楕

Fig. 1. Schematic diagram of the surface-flaw model.

円円筒座標系

$$\begin{cases} x = a \cos \eta \cos \psi \\ y = a \sin \eta \sin \psi \\ z = z \end{cases} \quad \begin{cases} (0 \leq \eta < \pi, 0 \leq \psi < 2\pi, \\ -\infty < z < \infty) \end{cases} \quad (5)$$

で表される。

この系においては、電位 Φ は η と z に依存しないので、電位 Φ に関する Laplace 方程式(4)式の一般解は次のような式になる¹³⁾。

$$\Phi = A + B\psi \quad (6)$$

境界条件は

$$\begin{cases} \psi = \psi_1, \Phi = V \\ \psi = \pi/2, \Phi = 0 \end{cases} \quad (7)$$

である。ここで $\psi = \psi_1$ は刃形電極の表面を表し、 $\psi = \pi/2$ は平板電極を表す。このとき、特殊解は次式のようになる。

$$\Phi = \frac{V}{\psi_1 - \frac{\pi}{2}} \left(\psi - \frac{\pi}{2} \right) \quad (8)$$

電界は楕円円筒座標における gradient 公式¹³⁾より

$$\vec{E} = -\text{grad } \Phi = \frac{-1}{a \sqrt{\cosh^2 \eta - \cos^2 \psi}} \frac{d\Phi}{d\psi} \vec{a}_\psi \quad (9)$$

と求められる。ここで、今回電界を求める点は xz 平面内に存在するので、 $\eta = 0$ であること、及びこの場合 $x = a \cos \psi$ となることを考慮すると

$$\frac{d\Phi}{d\psi} = \frac{V}{\psi_1 - \frac{\pi}{2}} \quad (10)$$

となるから、電界強度 $|\vec{E}|$ は以下のようになる。

$$|\vec{E}| = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \frac{V}{\frac{\pi}{2} - \psi_1} \quad (11)$$

ここで、刃形電極が無限に鋭い場合、すなわち、 $\psi_1 \rightarrow 0$ の場合について考える。

$\psi_1 \rightarrow 0$ の極限で、(11)式は下式のようになる。

$$|\vec{E}| \simeq \frac{2V}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad (12)$$

ここで、 xz 平面内で刃形電極の先端から x 軸上 l の距離に

ある絶縁体内の点における電界を求める．次式

$$x=a-l \quad (13)$$

を(12)式に代入すると，次式となる．

$$|\vec{E}| \simeq \frac{2V}{\pi \sqrt{2al-l^2}} \quad (14)$$

上式の右边を， l に関して多項式展開 (Maclaurin 展開) すると，

$$|\vec{E}| \simeq \frac{2V}{\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2a}} \frac{1}{\sqrt{l}} - \frac{1}{(2a)^{3/2}} l^{1/2} + \frac{1}{2(2a)^{5/2}} l^{3/2} \dots \right\} \quad (15)$$

を得る．

(15)式において， l が十分小さいとき， $|\vec{E}|$ に最も大きな影響を及ぼすのは，多項式の第1項であり，第2項以降は無視することができる．すなわち

$$|\vec{E}| \simeq \frac{2V}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2a}} \frac{1}{\sqrt{l}} \quad (16)$$

となる．

$|\vec{E}|$ は電極先端近傍で $l^{-1/2}$ の特異性を持つことが分かる．

2.2.3 内部亀裂モデル (2次元系) における電界計算

図2のように，一様な電界 $\vec{E}_0$ が存在する絶縁体媒質中に，楕円円筒導体とその x 軸が電界の方向と平行になるように挿入された場合の電界を求める．

この場合にも(5)式と同様に楕円円筒座標系を用いることができる．導体表面は η_0 によって表される．楕円円筒座標の gradient 公式¹³⁾より，電界 $\vec{E}$ は以下のように与えられる．

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\text{grad } \Phi = \\ &= -\frac{1}{a \sqrt{\cosh^2 \eta - \cos^2 \psi}} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \vec{a}_\eta + \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \vec{a}_\psi \right\} \quad (17) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} &= \frac{E_0 a \cosh \eta_0}{\cosh \eta_0 - \sinh \eta_0} \cosh \eta \cos \psi \\ &\quad - \frac{E_0 a \sinh \eta_0}{\cosh \eta_0 - \sinh \eta_0} \sinh \eta \cos \psi \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} &= \frac{E_0 a \sinh \eta_0}{\cosh \eta_0 - \sinh \eta_0} \cosh \eta \sin \psi \\ &\quad - \frac{E_0 a \cosh \eta_0}{\cosh \eta_0 - \sinh \eta_0} \sinh \eta \sin \psi \end{aligned}$$

Fig. 2. Schematic diagram of the two dimensional internal-flaw model.

ここで， xz 平面内の点について $\vec{E}$ を考えると， $\psi=0, \pi$ より，

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \psi} = 0$$

となる．したがって， $\vec{E}$ は x 軸方向の成分のみをもち，その大きさは次式で表される．

$$|\vec{E}| = \frac{E_0 (\alpha \cosh \eta - \beta \sinh \eta)}{\sqrt{\cosh^2 \eta - 1}} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\cosh \eta_0}{\cosh \eta_0 - \sinh \eta_0} \\ \beta = \frac{\sinh \eta_0}{\cosh \eta_0 - \sinh \eta_0} \end{cases}$$

ここで，楕円円筒の断面が無限に偏平になる場合について考える．この場合 $\eta_0 \rightarrow 0$ であるから， $\sinh \eta_0 \simeq 0, \cosh \eta_0 \simeq 1$ となり， $\alpha \simeq 1, \beta \simeq 0$ となる．したがって，電界強度 $|\vec{E}|$ は以下ようになる．

$$|\vec{E}| = \frac{E_0 \cosh \eta}{\sqrt{\cosh^2 \eta - 1}}$$

$x = a \cosh \eta$ であるから，上式は以下のように書き換えられる．

$$|\vec{E}| = \frac{E_0 x}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (19)$$

xz 平面内で楕円円筒導体先端から x 軸上 l の距離にある点における電界について考える．

$$x = a + l$$

$$\text{より, } |\vec{E}| = \frac{E_0 (a+l)}{\sqrt{l^2 + 2al}} \quad (20)$$

上式の右边を l に関して級数展開すると，次式を得る．

$$\begin{aligned} |\vec{E}| &\simeq E_0 a \left\{ \frac{1}{\sqrt{2a}} \frac{1}{\sqrt{l}} - \frac{1}{2(2a)^{3/2}} l^{1/2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{8(2a)^{5/2}} l^{3/2} - \dots \right\} \\ &\quad + E_0 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2a}} l^{1/2} - \frac{1}{2(2a)^{3/2}} l^{3/2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{8(2a)^{5/2}} l^{5/2} - \dots \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

前節で扱ったモデルの場合と同様に， l が十分小さい値の場合， $|\vec{E}|$ の値に最も大きな影響を与えるのは第1項であり，それ以降の項は無視できる．すなわち，

$$|\vec{E}| \simeq E_0 a \frac{1}{\sqrt{2a}} \frac{1}{\sqrt{l}} \quad (22)$$

となる．(16)式と同様，上式は $|\vec{E}|$ が電極先端近傍で $l^{-1/2}$ の特異性を有することを示している．

2.2.4 内部亀裂モデル (回転対称系) における電界計算

図3のように，空間内に孤立した導電性の偏平な回転楕円体 (y 軸に垂直) に電荷を与え，その結果電位が V となった場合について考える．

境界条件は以下ようになる．

$$\begin{cases} \eta = \eta_0, \phi = V \\ \eta \rightarrow \infty, \phi = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Fig. 3. Schematic diagram of the spheroidal internal-flaw model.

すなわち、導体表面は η_0 によって表される。

偏平回転楕円体座標系を用いて、空間内の電位 ϕ は、次式で与えられる¹³⁾。

$$\phi = \frac{V \cot^{-1}(\sinh \eta)}{\cot^{-1}(\sinh \eta_0)} \quad (24)$$

したがって、空間内の電界は、

$$\vec{E} = \frac{V(\cosh^2 \eta - \sin^2 \theta)^{-1/2}}{a \cot^{-1}(\sinh \eta_0) \cosh \eta} \vec{a}_\eta \quad (25)$$

となる。電界強度 $|\vec{E}|$ は、

$$|\vec{E}| = \frac{V(\cosh^2 \eta - \sin^2 \theta)^{-1/2}}{a \cot^{-1}(\sinh \eta_0) \cosh \eta} \quad (26)$$

となる。

次に、 $\eta_0 \rightarrow 0$ 、すなわち楕円体が無限に偏平である場合を考えると、 $\sinh \eta_0 \rightarrow 0$ より、

$$|\vec{E}| = \frac{2V}{\pi a \cosh \eta \sqrt{\cosh^2 \eta - \sin^2 \theta}} \quad (27)$$

となる。 $|\vec{E}|$ の値を考える範囲を xz 平面内に限定すると、 $\theta = \pi/2$ であるから、 $|\vec{E}|$ は更に以下のように変形される。

$$|\vec{E}| = \frac{2V}{\pi a \cosh \eta \sqrt{\cosh^2 \eta - 1}} \quad (28)$$

回転系による対称性を考えると、 xy 平面内の原点から r の距離にある点における $|\vec{E}|$ は

$$r = a \cosh \eta \quad (r \geq a)$$

より

$$|\vec{E}| = \frac{2aV}{\pi} \frac{1}{r \sqrt{r^2 - a^2}} \quad (29)$$

となる。

次に、空間内で楕円体の縁から x 軸上 l の距離にある点における $|\vec{E}|(l)$ を考える。

$$r = a + l$$

であるから、

$$|\vec{E}|(l) = \frac{2aV}{\pi} \frac{1}{\sqrt{l}} \frac{1}{(a+l) \sqrt{2a+l}} \quad (30)$$

となる。

上式右辺を l に関して Maclaurin 展開すると、

$$|\vec{E}|(l) = \frac{\sqrt{2}a^{-1/2}V}{\pi} \frac{1}{\sqrt{l}} - \frac{3\sqrt{2}a^{-3/2}V}{2\pi} l^{1/2} + \frac{4\sqrt{2}a^{-5/2}V}{32\pi} l^{3/2} \quad (31)$$

$l \ll a$ ならば、 $|\vec{E}|$ は級数の第1項のみを考えればよい。したがって、

$$|\vec{E}|(l) \simeq \frac{\sqrt{2}a^{-1/2}V}{\pi} \frac{1}{\sqrt{l}} \quad (32)$$

となる。 $|\vec{E}|$ は、(16),(22)式と同様、電極先端近傍で $l^{-1/2}$ の特異性を持つ。

2.3 電界拡大係数の導入

2.3.1 電界集中と電界拡大係数の定義

前節までの三つの電界集中モデルの計算において、(16),(22),(32)式に示したように、偏平な電極先端近傍の絶縁体内には、電極先端からの距離 l の $-1/2$ 乗に比例する電界集中（特異性）が生じていることが分かった。これは、連続体力学（破壊力学）における亀裂先端近傍の応力集中が亀裂先端からの距離の $-1/2$ 乗に比例することと一致している。そこで、破壊力学における応力拡大係数と同様に、偏平電極先端近傍の電界集中の特異性を表す量として、電界拡大係数 M を次式により定義する。

$$M \equiv Y_M E_0 \sqrt{a} \quad (33)$$

ここで、 Y_M は電極の形状と境界条件により決定される形状パラメータ、 E_0 は無限遠における一様電界、 a は偏平電極の代表寸法（又はリガメント寸法）である。電界拡大係数 M により、偏平電極先端近傍の電界（ x 軸上）は次式で表される。

$$E = \frac{M}{\sqrt{l}} \quad (34)$$

表1に(33),(34)式の定義に従って、(16),(22),(32)式から計算した電界拡大係数を示す。

2.3.2 電界拡大係数と応力拡大係数との相似関係

静電界及び静的応力が共に同一の Laplace 方程式の解から導かれ、それらの特異性が距離の $-1/2$ 乗に比例することが明らかとなったが、本論文で新たに提唱した電界拡大係数と、破壊力学における応力拡大係数との間に何らかの相似則が存在する可能性がある。そこで、両者の関係を調べてみた。ただし、ここで K_I はI型の応力拡大係数、 Y_K は応力拡大係数に関する形状パラメータ、 σ は無限遠応力、 a は亀裂の代表寸法として、一般に

$$K_I = Y_K \sigma \sqrt{a} \quad (35)$$

の関係がある。

応力場と電界における相似則を考えるために、前節までの理論解析をふまえて、次の二つの対応則を仮定する。

Table 1. Electric field intensity factors of the three models.

Model	Surface-flaw	Internal-flaw	Spheroidal internal-flaw
M	$M = \frac{\sqrt{2}V}{\pi\sqrt{a}}$	$M = \frac{E_0\sqrt{a}}{\sqrt{2}}$	$M = \frac{\sqrt{2}V}{\pi\sqrt{a}}$

Table 2. Relation between electric field intensity factors and stress intensity factors.

Model	Surface-flaw model	Internal-flaw model
M	$M = \frac{\sqrt{2} V}{\pi \sqrt{a}} = \frac{E_0 \sqrt{2} a}{\pi}$	$M = \frac{E_0 \sqrt{a}}{\sqrt{2}}$
Y_M	$Y_M = \frac{\sqrt{2}}{\pi}$	$Y_M = \frac{1}{\sqrt{2}}$
K_I	$K_I = \frac{2\sqrt{a} \sigma}{\sqrt{\pi}}$	$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$
Y_K	$Y_K = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$	$Y_K = \sqrt{\pi}$
Y_K/Y_M	$\sqrt{2\pi}$	$\sqrt{2\pi}$

(1) 応力場における亀裂は、電界では導電体で満たされた電極に対応する。

(2) 無限遠応力 σ は、これと直交する電界 E に対応する。

上記の対応則を今回のモデルに当てはめ、整理した結果を表 2 に示す。同表より、2 次元亀裂の応力集中問題と 2 次元偏平電極の電界集中問題との間には相似関係があり、両形状パラメータ間には、

$$Y_K/Y_M = \sqrt{2\pi} \quad (36)$$

の関係があることがわかった。

本相似則が一般に成立することが証明されれば、電界集中問題にとって大きなメリットが生じる。というのは、電界集中については限られた問題しか解かれていないが、(弾性) 亀裂問題については実に膨大な計算がなされており、本相似則を用いることによって、容易に電界集中問題の解を得ることができるからである。例えば、機械的破壊が表面亀裂によって引き起こされる場合には、最弱リンク説を適用すれば機械的強度と絶縁耐力とが一对一に対応し、機械的強度分布のワイブル係数と絶縁耐力のワイブル係数とが一致することが結論される。これは実験的には Yanagida ら^{5)~8)}によって証明されていることである。

もちろん、今回新たに見いだした相似則は発見的なものであり、本来は Laplace 方程式の解の一般的性質として証明すべきものであることは言うまでもないが、その証明については現在検討中である。

2.3.3 新しい絶縁破壊のクライテリア——臨界電界拡大係数 M_C の提案——

絶縁破壊のクライテリアについては、従来から電子なだれ説、真性絶縁破壊説など種々の説が提案されてきたが¹⁴⁾、電界集中下での絶縁破壊のクライテリアはまだ提案されていない。そこで、前節までで新たに定義した電界拡大係数 M が、材料によって決まるある定数 M_C に等しいか、それ以上になったときに、電子なだれあるいは真性絶縁破壊などの機構により絶縁破壊するというクライテリアを提案する。すなわち、

$$M \geq M_C \quad (37)$$

を絶縁破壊のクライテリアと考える。

例えば、(16)式において、破壊電圧を V_C とおくと、

$$M_C = \frac{\sqrt{2} V_C}{\pi \sqrt{a}} \quad (38)$$

となる。 M_C の次元は $[M][L]^{3/2}[S]^{-3}[A]^{-1}$ である。

さて、(38)式を整理すると、

$$\frac{V_C}{a} = \frac{\pi M_C}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{a}}$$

両辺の対数をとると、

$$\log \frac{V_C}{a} = -\frac{1}{2} \log a + \log \frac{\pi}{2} + \log M_C \quad (39)$$

したがって、 $\log(V_C/a)$ と $\log a$ とは線形関係にあり、その傾きは $-1/2$ となる。なお、(37)式は、臨界電界拡大係数と同様、物理的意味は曖昧である。しかし、この条件をエネルギー論から以下のように解釈することができる。

電界拡大係数 M の次元は $[M][L]^{3/2}[S]^{-3}[A]^{-1}$ であり、誘電率 ϵ の次元は $[M]^{-1}[L]^{-3}[S]^4[A]^2$ である。次元解析より、エネルギー F と電界拡大係数 M とを関係づけると次式が成立する。

$$F = A \epsilon M^2 a^2 \quad (40)$$

ただし、 A は定数、 a は長さの次元を持った量である。この a に亀裂状導電体の代表寸法をとれば、(40)式で表されるエネルギーは平行電界中に亀裂状導電体が存在することによるエネルギー増分と考えることができる。したがって、このエネルギー増分が材料固有の値に達すると、絶縁破壊が発生すると考えられる。この意味から、 $E_C (=A \epsilon M_C^2 a^2)$ は電子なだれなどの活性化エネルギーに対応するものと考えられる。

3. モデル実験

3.1 実験方法

試験片には、市販のフロート板ガラス(旭硝子製、厚さ約2.72 mm A 級)を用いた。その化学組成を表 3 に示す。このフロート板ガラスを約30×30 mm に切断し、図 4 のように試験片の片面にダイヤモンドカッターを用いてノッチを入れた。ノッチ幅は0.2 mm、ノッチ深さは1.72 mm、

Table 3. Chemical composition of the specimen (wt%).

SiO ₂	Al ₂ O ₃	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O
72.5%	2.2%	4.1%	8.3%	10.5%	0.8%

Fig. 4. Schematic diagram of the specimen.

2.02 mm, 2.22 mm, 2.42 mm の4水準を設定した。

試験片にノッチを入れた後、ノッチが電極となるようノッチ内に銀ペースト（藤倉化成製，Dotite Type, D-550）を流し込んだ。

以上の方法で作製した試験片を各水準20枚ずつ合計80枚用意し、以下に示す方法で絶縁破壊試験を行った。

絶縁破壊試験の回路図及び絶縁破壊試験用電極の概略図を図5及び図6に示す。回路図中の保護抵抗は、絶縁破壊時の電流を最小限に抑制し、機器の損傷を防ぐためのものである。試験容器はポリカーボネイト製で、容器内を絶縁油（JIS 7種2号油）で満たした。電極はSUS-304製で、電極面積は上部電極は0.44 mm²，下部電極は2.27 mm²である。電極形状は平等電界を得るために近似ロゴウスキー電極（図7）に基づいて設計した。

Fig. 5. Schematic diagram of the testing circuit.

Fig. 6. Schematic diagram of the apparatus for breakdown test.

Fig. 7. Schematic diagram of the approximate Rogowski electrodes.

試験片はノッチを入れた面を上部電極との接触面とし、上部電極に銀ペーストで固定し、電極間圧力はJIS C 2110に従い、500 g/cm²で保持した。印加電圧は携帯型直流高圧発生装置（日本コンデンサ工業製，DCG-100K1D）より、負極性直流電圧を電圧印加速度約1 kV/sで試験片に印加した。電圧については携帯型直流高圧発生装置の外部端子よりX-Yレコーダー（横河電機製，Type3078）に接続して測定した。電流については外部端子よりデジタルマルチメータ（横河電機製，7552）に接続し、更に測定値をX-Yレコーダーに出力させた。

絶縁破壊試験を行った後、絶縁破壊によって生じた放電孔を実体顕微鏡（ニコン製，SMZ-2T）を用いて観察・写真撮影を行った。その後、銀ペーストをエタノールを用いて除去した後に試験片をノッチに沿って破断し、その破断面を実体顕微鏡で観察・写真撮影し、リガメントを測定した。

3.2 実験結果と考察

まず、絶縁破壊試験によって得られた電圧及び電流の時間変化を図8に示す。A点で電圧が急激に低下するとともに電流が急激に増加しており、A点で絶縁破壊を起きていることを示している。また、電圧降下以前にもわずかながら電流が流れていることが分かる。

絶縁破壊後の放電孔の光学顕微鏡写真を図9に、放電孔

Fig. 8. Result of the dielectric breakdown test.

Fig. 9. Micrograph of the broken specimen.

Fig. 10. Micrograph of the broken specimen (cross section).

Fig. 11. Relation between V_c/a and a .

の断面の光学顕微鏡写真を図10に示す。放電孔の直径は数十 μm のオーダーである。孔の周囲には多数の微細な亀裂が生じている。

見掛けの絶縁耐力 V_c/a (破壊電圧の値をリガメント寸法の値で除したもの) とリガメント寸法 a とを両対数グラフ上にプロットしたものを図11に示す。実験値はほぼ線形関係にあり、(39)式が成立することが分かる。図中の実線は傾きを $-1/2$ とした回帰直線である(実験誤差が大きいと見られるリガメント1 mmのデータは除外した)。これより、臨界電界拡大係数 M_c の値を計算したところ、 $M_c = 682 \text{ kV/cm}^{1/2}$ を得た。

4. 結 論

本研究の結果をまとめると以下になる。

(1) セラミックス絶縁体中に存在する微構造をモデル化し、電界の理論解析を行った。その結果、刃形電極先端付近での電界が、先端からの距離 r の $-1/2$ 乗に比例するという知見を得た。

(2) この知見に基づき、破壊力学における応力と絶縁破壊における電界との相似性から、絶縁耐力を評価するために電界拡大係数という概念を提唱した。

(3) 電界拡大係数と応力拡大係数との間に相似関係が存在することを見いだした。

(4) 提案した理論を実証するためにモデル実験を行い、その結果、実験値と理論はおおむね一致するという知見を得た。

(5) ガラスの臨界電界拡大係数 M_c として、 $682 \text{ kV/cm}^{1/2}$ という値を得た。

文 献

- 1) E. K. Beauchamp, *J. Am. Ceram. Soc.*, **54**, 484-87 (1971).
- 2) 吉村 昇, 伊藤 淳, 舟木重浩, 小笠原 正, 電気学会論文誌 A 108-A, 155-61 (1988).
- 3) J. C. Devins, *IEEE Trans. Electr. Insul.*, **19**, 475-95 (1984).
- 4) J. C. Devins, *Annu. Rep. Conf. Electr. Insul. Dielectr. Phenom.*, 1984 (1984) p. 15.
- 5) K. Yamashita, K. Koumoto, M. Takata and H. Yanagida, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **19**, 867-71 (1980).
- 6) H. Murata, S. C. Choi, K. Koumoto and H. Yanagida, *J. Mater. Sci.*, **20**, 4507-13 (1985).
- 7) A. Kishimoto, K. Koumoto and H. Yanagida, *J. Mater. Sci.*, **24**, 698-702 (1989).
- 8) 村田 弘, 河本邦仁, 柳田博明, 第23回窯業基礎討論会予稿集 (1985) p. 16.
- 9) P. A. Heimann, S. P. Murarka and T. T. Sheng, *J. Appl. Phys.*, **53**, 6240-45 (1982).
- 10) T. E. Smith and W. E. Warren, *J. Math. Phys.*, **45**, 45-51 (1966); *ibid.*, **47**, 109-10 (1968) (corrigenda).
- 11) R. M. McMeeking, *J. Appl. Phys.*, **62**, 3116-22 (1987).
- 12) G. R. Irwin and J. A. Kies, *Weld. J.*, **31**, 98s-100s (1952).
- 13) P. Moon and D. E. Spencer, "Field Theory Handbook 2nd ed.", Springer Berlin, Heidelberg, New York (1971).
- 14) 犬石嘉雄, 中島達二, 川辺和夫, 家田正之, "電気学会大学講座, 誘電体現象論" (1973).