等価介在物法による破壊靱性に及ぼす弾性不均一性及び残留熱応力効果の解析

安田公一・松尾陽太郎・木村脩七

東京工業大学工学部無機材料工学科, 152 東京都目黒区大岡山 2-12-1

Analysis of Effects of Elastic Inhomogeneity and Residual Thermal Stress on Fracture Toughness by the Equivalent Inclusion Method

Kouichi YASUDA, Yohtaro MATSUO and Shiushichi KIMURA

Department of Inorganic Materials, Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro-ku, Tokyo 152

[Received April 17, 1992; Accepted August 21, 1992]

Effects of microstructure on fracture toughness were investigated. Using the equivalent inclusion method, the change in Gibbs' free energy was calculated for a relatively large body containing a main crack and many spherical (or disk-shaped) inclusions with a Young's modulus (or thermal expansion coefficient) different from that of the matrix. Applying the Griffith's fracture criteria to the model, the effects of inclusions on fracture toughness were formulated. The fracture toughness increased with the increase in volume fraction of inclusions with a larger Young's modulus (or thermal expansion coefficient) than that of the matrix. The fracture toughness decreased with the increase in volume fraction of inclusions with a smaller Young's modulus (or thermal expansion coefficient) than that of the matrix. The difference in thermal expansion coefficient influenced the fracture toughness more strongly than that in Young's modulus. The present analysis explains the tendencies of the experimental results reported previously.

Key-words : Fracture toughness, Effects of inclusions, Elastic inhomogeneity, Residual thermal stress, Equivalent inclusion method

1. はじめに

高靱性セラミックスの開発を目的として、粒子分散^{1)~7)}や繊維強化^{8)~15)}による複合セラミックスについて既に多くの研究がなされている。これらの複合セラミックスでは、マトリックスと異なるヤング率あるいは熱膨張係数を持つ介在物が通常用いられている。このため、介在物による弾性不均一性及び残留熱応力が複合セラミックスの破壊靱性に影響を及ぼしているものと考えられている。しかし、これらの影響については、介在物周辺の局所応力場がき裂の進展経路を変化させることによって定性的^{16)~18)}に理解されているのが現状である。

一方、著者ら¹⁹⁾は等価介在物法を用いて、十分大きな物体中に主き裂（2次元貫通き裂）と球状気孔群（あるいは円盤状き裂群）が存在する場合の Gibbs 自由エネルギー変化を算出した。このモデルに Griffith の破壊条件を適用して、球状気孔群（あるいは円盤状き裂群）を含む物体の破壊靱性を理論的に導出した。そこで本論文では、前

報¹⁹⁾の理論解析を拡張して、マトリックスと異なるヤング率を持つ一般の不均一介在物群の場合についての理論解析を行った。また、マトリックスと異なる熱膨張係数を持つ介在物群の場合についても、同様の理論解析を行った。

2. マトリックスと異なるヤング率を持つ不均一介在物群を含む物体の破壊靱性

2.1 マトリックスと異なるヤング率を持つ不均一介在物群を含む物体

ここでは図1に示すように、1辺の長さ $2L$ の十分大きな物体 D 中に長さ $2a_1$ の主き裂（2次元貫通き裂）と半径 a_0 の球状不均一介在物群が存在する場合を考える。マトリックスのヤング率、剛性率を E, μ 、球状不均一介在物のヤング率、剛性率を E', μ' で表す。ポアソン比 ν は両者とも同じであるとする。また、均一な外部応力 σ_{33}^0 がこの物体に負荷されているとする。ただし、球状不均一介在物の半径 a_0 は主き裂（2次元貫通き裂）の半長 a_1 に比べて十分小さいと仮定する。また、球状不均一介在物群の体積分率 f は1に比べて十分小さいと仮定する。

2.2 主き裂及びマトリックスと異なるヤング率を持つ球状不均一介在物群が存在する場合の Gibbs 自由エネルギー変化

主き裂（2次元貫通き裂）は次式の円筒領域 Ω で a_2 を無限大に、 a_3 を無限小に極限を取ることににより表せる。

Fig. 1. A relatively large body D containing a main crack and spherical elastic inhomogeneities, is subjected to a uniform applied stress σ_{33}^0 .

$$\Omega: \left(\frac{x_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{x_3}{a_3}\right)^2 \leq 1 \quad (1)$$

前報¹⁹⁾で示したように、外部応力 σ_{33}^0 が作用する十分大きな物体 D 中の主き裂（2次元貫通き裂）による応力場の乱れを再現する等価 eigen 歪 ε_{ij}^* は、 ε_{33}^* のみを考えればよく、それは次式で表される。

$$\varepsilon_{33}^* = \frac{(1-\nu)a_1\sigma_{33}^0}{\mu a_3} \quad (2)$$

また、この主き裂の存在による Gibbs 自由エネルギー変化 $\Delta W_{\text{main crack}}$ は前報¹⁹⁾で示したように次式で表される。

$$\Delta W_{\text{main crack}} = \frac{-\pi(1-\nu)a_1^2(\sigma_{33}^0)^2}{2\mu} \quad (3)$$

なお、この主き裂の存在により発生した局所応力場 $\sigma_{ij}^{\text{local}}(r, \theta)$ は、き裂先端からの距離を r 、き裂面からの角度を θ とすると近似的に次式で表される。

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^{\text{local}} \\ \sigma_{33}^{\text{local}} \\ \sigma_{13}^{\text{local}} \end{pmatrix} = \frac{\sigma_{33}^0 \sqrt{\pi a_1}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right\} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left\{ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right\} \\ \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (4)$$

一方、半径 a_0 の球状不均一介在物は次式のだ円体領域 Ω_0 で表すことができる。

$$\Omega_0: \left(\frac{x_1}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{x_3}{a_0}\right)^2 \leq 1 \quad (5)$$

この球状不均一介在物が主き裂先端から距離 r 、角度 θ の位置に 1 個ある場合を考える。2.1 節で述べたように球状不均一介在物には均一な局所応力 $\sigma_{ij}^{\text{local}}(r, \theta)$ が作用していると見なすことができる。この球状不均一介在物の存在により局所応力場 $\sigma_{ij}^{\text{local}}(r, \theta)$ が乱されるので、この乱れを再現する等価 eigen 歪 ε_{ij}^* は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^* \\ \varepsilon_{22}^* \\ \varepsilon_{33}^* \\ \varepsilon_{13}^* \end{pmatrix} = \frac{3(1-\nu) \left(1 - \frac{\mu'}{\mu}\right) \left(\frac{\sigma_{33}^0 \sqrt{a_1}}{\sqrt{2r}}\right)}{2[2(1-2\nu)\mu + (1+\nu)\mu'][(7-5\nu)\mu + 2(4-5\nu)\mu']} \begin{pmatrix} [2(1-2\nu)(4-5\nu)\mu + (1-2\nu)(7-5\nu)\mu'] \cos \frac{\theta}{2} - [10(1-2\nu)\mu + 5(1+\nu)\mu'] \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 2(1-2\nu)(5\nu-1)(\mu-\mu') \cos \frac{\theta}{2} \\ [2(1-2\nu)(4-5\nu)\mu + (1-2\nu)(7-5\nu)\mu'] \cos \frac{\theta}{2} + [10(1-2\nu)\mu + 5(1+\nu)\mu'] \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ [10(1-2\nu)\mu + 5(1+\nu)\mu'] \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

なお、ここでは物体 D を x_2 軸方向にも十分大きいと考えたので平面歪条件を適用した。この等価 eigen 歪を用いて、主き裂を含む物体 D 中に多数の球状不均一介在物が存在する場合の Gibbs 自由エネルギー変化 $\Delta W_{\text{inhomogeneities}}$ を算出する。球状不均一介在物群がランダムに分布していると考え、 x_2 軸方向の単位厚さ当たりの Gibbs 自由エネルギー変化 $\Delta W_{\text{inhomogeneities}}$ は次式のように表される。

$$\Delta W_{\text{inhomogeneities}} = -\frac{1}{2} \int_0^L dr \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_{\Omega_0} \sigma_{ij}^{\text{local}} \varepsilon_{ij}^* dV \frac{3fr}{4\pi a_0^3} \times 2 \quad (7)$$

ここで f は球状不均一介在物群の体積分率である。被積分項で 2 倍しているのは主き裂の両端を考慮した結果である。また、 θ の積分範囲は前報¹⁹⁾で議論したが、ここでは(7)式が一つの下限値を与えるものと考えておけば良い。(4)、(6)式を用いて(7)式を計算すると、 $\Delta W_{\text{inhomogeneities}}$ は次式として求まる。

$$\Delta W_{\text{inhomogeneities}} = \frac{-\pi(1-\nu)}{\mu} \cdot \frac{3(\mu-\mu') \left[(20\nu^2 - 24\nu + 21)\mu + \frac{2(1+\nu)(5\nu^2 - 6\nu + 3)}{1-2\nu} \mu' \right]}{16 \left[\mu + \frac{1+\nu}{2(1-2\nu)} \mu' \right] [(7-5\nu)\mu + 2(4-5\nu)\mu']} \cdot f a_1 (\sigma_{33}^0)^2 \quad (8)$$

2.3 マトリックスと異なるヤング率を持つ球状不均一介在物群を含む物体の破壊靱性

2.2 節の(3)式と(8)式を用いることにより、物体 D 中に体積分率 f の球状不均一介在物群と主き裂が存在する場合の Gibbs 自由エネルギー変化 ΔW_{total} は次式となる。

$$\Delta W_{\text{total}} = 4a_1 \gamma - \frac{\pi(1-\nu)a_1^2(\sigma_{33}^0)^2}{2\mu} + \pi L^2 f \gamma' - \frac{\pi(1-\nu)}{\mu} \cdot \frac{3(\mu-\mu') \left[(20\nu^2 - 24\nu + 21)\mu + \frac{2(1+\nu)(5\nu^2 - 6\nu + 3)}{1-2\nu} \mu' \right]}{16 \left[\mu + \frac{1+\nu}{2(1-2\nu)} \mu' \right] [(7-5\nu)\mu + 2(4-5\nu)\mu']} \cdot f a_1 (\sigma_{33}^0)^2 L \quad (9)$$

ここで γ はマトリックスの表面エネルギー, γ' は不均一介在物/マトリックス界面エネルギーである. 上に Griffith の破壊条件²⁰⁾を適用すると, 主き裂が進展する外部応力の臨界値 $(\sigma_{33}^0)_c$ は次式で表される.

$$(\sigma_{33}^0)_c = \frac{(\sigma_{33}^0)_c^0}{\sqrt{1 + \left(\frac{S}{16}\right) \left(\frac{L}{a_1}\right) f}} \quad (10)$$

$$S = \frac{3(E-E') \left[(20\nu^2 - 24\nu + 21)E + \frac{2(1+\nu)(5\nu^2 - 6\nu + 3)}{1-2\nu} E' \right]}{\left[E + \frac{1+\nu}{2(1-\nu)} E' \right] [(7-5\nu)E + 2(4-5\nu)E']} \quad (12)$$

次に, この外部応力の臨界値 $(\sigma_{33}^0)_c$ を用いて, 球状不均一介在物群を含む物体の臨界応力拡大係数 K_{IC} を求めると次式となる.

$$K_{IC} \equiv (\sigma_{33}^0)_c \frac{\sqrt{\pi a_1}}{K_{IC}^0} = \frac{K_{IC}^0}{\sqrt{1 + \left(\frac{S}{16}\right) \left(\frac{L}{a_1}\right) f}} \quad (13)$$

ただし $K_{IC}^0 (= \sqrt{2E\gamma/(1-\nu^2)})$ は球状不均一介在物群が存在しない場合 (均一) の臨界応力拡大係数である. (13)式より, ポアソン比に関する項はすべて正数であるから, 球状不均一介在物群を含む物体の破壊靱性 K_{IC} は, $E' > E$ の場合には球状不均一介在物群の体積分率 f の増加とともに増加し, $E' < E$ の場合には体積分率 f の増加とともに減少することが分かる. また, (13)式より弾性不均一性の効果は E と E' の差に比例し, E と E' の定数倍の和に反比例することが分かる. したがって, マトリックスのヤング率 E に比べて球状不均一介在物のヤング率 E' が十分大きくなっても, 破壊靱性 K_{IC} に及ぼす影響はある一定値に収束していくことが分かる.

なお, 図 2 に示した円盤状不均一介在物 (直径 $2a_0$, 厚

ここで $(\sigma_{33}^0)_c^0$ は球状不均一介在物群が存在しない場合 (均一) の外部応力の臨界値であり, 次式で表される.

$$(\sigma_{33}^0)_c^0 = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi(1-\nu^2)a_1}} \quad (11)$$

また, S は球状不均一介在物群の体積分率依存性のパラメータであり, 次式で表される.

さ $2a_3$) 群を含む物体の破壊靱性についても, 同様に理論解析ができ, その結果だけを示すと次式で表される.

$$K_{IC} = \frac{K_{IC}^0}{\sqrt{1 + \left[\frac{(18+32\nu^2)P+4Q+2R}{3 \cdot 16} \right] \left(\frac{L}{a_1}\right) f}} \quad (14a)$$

$$P = \frac{E-E'}{\left[\pi \frac{a_3}{a_0} \right] E + \left[\frac{4(1-\nu)}{1-2\nu} - \pi \frac{a_3}{a_0} \right] E'} \quad (14b)$$

$$Q = \frac{E-E'}{\left[(2-\nu) \pi \frac{a_3}{a_0} \right] E + [4(1-\nu) - (2-\nu) \pi \frac{a_3}{a_0}] E'} \quad (14c)$$

$$R = \frac{E-E'}{\left[4(1-\nu) - \frac{7-8\nu}{4} \pi \frac{a_3}{a_0} \right] E + \left[\frac{7-8\nu}{4} \pi \frac{a_3}{a_0} \right] E'} \quad (14d)$$

ただし, ここでは取り扱いを簡単にするため, 図 3 に示すように円盤面法線が x_1 軸に平行なもの (Ω_1), x_2 軸に平行なもの (Ω_2), そして x_3 軸に平行なもの (Ω_3) が, それぞ

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 2. A relatively large body D containing a main crack and disk-shaped elastic inhomogeneities, is subjected to a uniform applied stress σ_{33}^0 .

Fig. 3. Disk-shaped elastic inhomogeneities are divided into three groups (Ω_{01} , Ω_{02} , Ω_{03}) according to their orientations.

Fig. 4. A relatively large body D containing a main crack and spherical inclusions with thermal eigenstrains ε_{ij}^p , is subjected to a uniform applied stress σ_{33}^0 .

れ全体の1/3ずつ存在していると仮定した。Pは Ω_1 の、Qは Ω_2 の、Rは Ω_3 の寄与を表している。この場合も、円盤状不均一介在物群を含む物体の破壊靱性 K_{IC} は、 $E' > E$ の場合には円盤状不均一介在物群の体積分率 f の増加とともに増加し、 $E' < E$ の場合には体積分率 f の増加とともに減少することが分かる。

3. マトリックスと異なる熱膨張係数を持つ介在物群を含む物体の破壊靱性

3.1 マトリックスと異なる熱膨張係数を持つ介在物群を含む物体

ここでは図4に示すように、1辺の長さ $2L$ の十分な物体D中に長さ $2a_1$ の主き裂（2次元貫通き裂）と半径 a_0 の球状介在物群が存在する場合を考える。マトリックスの熱膨張係数を α 、球状介在物の熱膨張係数を α' で表す。弾性定数（ヤング率・ポアソン比）は両者とも同じであるとすると、この物体中に内部応力が発生していない温度 T_0 から任意の温度 T まで変化し、その後、均一な外部応力 σ_{33}^0 が負荷されたとする。ただし、球状介在物の半径 a_0 は主き裂（2次元貫通き裂）の半長 a_1 に比べて十分小さいと仮定する。また、球状介在物群の体積分率 f は1に比べて十分小さいと仮定する。

3.2 主き裂及びマトリックスと異なる熱膨張係数を持つ球状介在物群が存在する場合のGibbs自由エネルギー変化

この物体の温度が T_0 から T まで変化したときに、介在物/マトリックス界面の剥離がなければ、熱膨張係数の差による内部応力が発生している。これは温度 T の物体中で球状介在物の領域のみに次式で示す固有eigen歪 ε_{11}^P （ $=\varepsilon_{22}^P=\varepsilon_{33}^P$ ）が発生している場合と等価である。

$$\varepsilon_{11}^P = (\alpha' - \alpha)(T - T_0) = \Delta\alpha\Delta T \quad (15)$$

ただし、ここでは球状介在物及びマトリックスがともに熱膨張に関して等方性であると仮定した。

次にこの物体に均一な外部応力 σ_{33}^0 が作用すると、主き裂（2次元貫通き裂）の存在により(4)式で表される局所応力場 $\sigma_{ij}^{\text{local}}(r, \theta)$ が発生する。球状介在物は主き裂に比べて十分小さいので、主き裂の先端から距離 r 、角度 θ の位置にある球状介在物には均一な局所応力 $\sigma_{ij}^{\text{local}}(r, \theta)$ が作用していると見なすことができる。したがって、主き裂を含む物体D中に多数の球状介在物が存在する場合の x_2 軸方向の単位長さ当たりのGibbs自由エネルギー変化 $\Delta W_{\text{inclusions}}$ は次式のように表せる。

$$\Delta W_{\text{inclusions}} = -\frac{1}{2} \int_0^L dr \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_{\Omega_0} \sigma_{ij}^{\text{local}} \varepsilon_{ij}^P dV \frac{3fr}{4\pi a_0^3} \times 2 \quad (16)$$

ただし、球状介在物群がランダムに分布していると仮定した。(4)、(15)式を用いて(16)式を計算すると、 $\Delta W_{\text{inclusions}}$ は次式として求まる。

$$\Delta W_{\text{inclusions}} = \frac{-8(1+\nu)\Delta\alpha\Delta T}{3} f \sigma_{33}^0 \sqrt{a_1} L^{3/2} \quad (17)$$

3.3 マトリックスと異なる熱膨張係数を持つ球状介在物群を含む物体の破壊靱性

物体D中に体積分率 f の球状介在物群と主き裂が存在する場合のGibbs自由エネルギー変化 ΔW_{total} は次式となる。

$$\Delta W_{\text{total}} = 4a_1\gamma - \frac{\pi(1-\nu)a_1^2(\sigma_{33}^0)^2}{2\mu} + \pi L^2 f \gamma' - \frac{8(1+\nu)\Delta\alpha\Delta T}{3} f (\sigma_{33}^0) \sqrt{a_1} L^{3/2} \quad (18)$$

ここで γ はマトリックスの表面エネルギー、 γ' は介在物/マトリックス界面エネルギーである。上式にGriffithの破壊条件²⁰⁾を適用すると、主き裂が進展する外部応力の臨界値 $(\sigma_{33}^0)_c$ は次式で表される。

$$(\sigma_{33}^0)_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi(1-\nu^2)a_1} + \left\{ \frac{(1+\nu)E\Delta\alpha\Delta T f L^{3/2}}{3\pi(1-\nu^2)a_1^{3/2}} \right\}^2} - \frac{(1+\nu)E\Delta\alpha\Delta T f L^{3/2}}{3\pi(1-\nu^2)a_1^{3/2}} \quad (19)$$

ここで E はマトリックスのヤング率である。この外部応力の臨界値 $(\sigma_{33}^0)_c$ を用いて、球状介在物群を含む物体の臨界応力拡大係数 K_{IC} を求めると次式となる。

$$K_{IC} \equiv (\sigma_{33}^0)_c \sqrt{\pi a_1} = \sqrt{(K_{IC}^0)^2 + \left\{ \frac{(1+\nu)E\Delta\alpha\Delta T f L^{3/2}}{3\sqrt{\pi}(1-\nu^2)a_1} \right\}^2} - \frac{(1+\nu)E\Delta\alpha\Delta T f L^{3/2}}{3\sqrt{\pi}(1-\nu^2)a_1} \quad (20)$$

ただし、 $K_{IC}^0 (= \sqrt{2E\gamma/(1-\nu^2)})$ は球状介在物群が存在しない場合（均一体）の臨界応力拡大係数である。また、 $E\Delta\alpha\Delta T$ の絶対値は残留熱応力の大きさを表す量である。(20)式より球状介在物群を含む物体の破壊靱性 K_{IC} は、 $E\Delta\alpha\Delta T > 0$ の場合には球状介在物群の体積分率 f の増加とともに減少し、 $E\Delta\alpha\Delta T < 0$ の場合には体積分率 f の増加とともに増加することが分かる。また、(20)式より残留熱応力の効果は $E\Delta\alpha\Delta T$ の正負に関与しない部分（平方根内の第2項）と正負に関与する部分（第2項）に分けられることも分かる。

なお、ここでは球状介在物について理論解析してきたが、介在物及びマトリックスがともに等方性であるならば、(20)式は任意の形状の楕円体介在物についても適用することができる。

4. 考 察

4.1 前報¹⁹⁾の球状気孔群及び円盤状き裂群に関する理論解析との整合性

(13)式、(14)式に示した球状及び円盤状不均一介在物群に関する解析結果において、不均一介在物のヤング率 E' に0を代入すると次式となる。

$$K_{IC} = \frac{K_{IC}^0}{\sqrt{1 + \frac{3(20\nu^2 - 24\nu + 21)}{16(7-5\nu)} \left(\frac{L}{a_1}\right) f}} \quad (21)$$

Fig. 5

Fig. 6

Fig. 7

Fig. 5. The effects of spherical elastic inhomogeneities on fracture toughness are estimated by Eq. (13).

Fig. 6. The effects of disk-shaped elastic inhomogeneities on fracture toughness are estimated by Eq. (14).

Fig. 7. The effects of spherical inclusions with thermal eigenstrains ε_{ij}^p on fracture toughness are estimated by Eq. (20).

$$K_{IC} = \frac{K_{IC}^0}{\sqrt{1 + \left[\frac{18 + \frac{4}{2-\nu} + 32\nu^2}{3} + \frac{\pi a_3}{3a_0} \cdot \frac{8}{16(1-\nu) - (7-8\nu)\left(\frac{\pi a_3}{a_0}\right)} \right] \frac{a_0 L}{16\pi a_3 a_1} f}} \quad (22)$$

これらの式は前報¹⁹⁾の球状気孔群及び円盤状き裂群の解析結果と一致している。すなわち、今回解析した不均一介在物群に関する解析結果は前報の解析結果を包含していることが分かる。

4.2 マトリックスと異なるヤング率を持つ不均一介在物群が破壊靱性に及ぼす影響

図5に球状不均一介在物群に関する理論解析の数値計算例(13式, $\nu=0.3$, $L/a_1=1$)を示す。縦軸に無次元臨界応力拡大係数 K_{IC}/K_{IC}^0 を、横軸に球状不均一介在物群の体積分率 f を取った。図中の実線はマトリックスのヤング率 E を200 GPa と一定とし、球状不均一介在物のヤング率 E' を0 GPa から2000 GPa まで変えたときの無次元臨界応力拡大係数の変化である。これより球状不均一介在物のヤング率がマトリックスのヤング率とかなり異なっている、無次元臨界応力拡大係数の変化は10%以下であることが分かる。

図6には円盤状不均一介在物群に関する理論解析の数値計算例(14式, $\nu=0.3$, $L/a_1=1$)を示す。 a_0/a_3 比が100よりも大きい場合には、計算結果に大きな差はなかったもので、ここでは a_0/a_3 比が100の場合を示した。この場合も、円盤状不均一介在物のヤング率がマトリックスのヤング率とかなり異なっている、無次元臨界応力拡大係数の変化は10%以下であることが分かる(ただし、 E' が0 GPa の場合を除く)。

4.3 マトリックスと異なる熱膨張係数を持つ介在物群が破壊靱性に及ぼす影響

図7にはマトリックスと異なる熱膨張係数を持つ介在物群に関する理論解析の数値計算例(20式, $E=200$ GPa, $\nu=0.3$, $L=a_1=2 \times 10^{-3}$ m, $\Delta T=-1500$ K, $K_{IC}^0=4$ MPa√m)を示す。縦軸には無次元臨界応力拡大係数 K_{IC}/K_{IC}^0 を、横軸には介在物群の体積分率 f を取った。図

中の実線はマトリックスの熱膨張係数 α を $6 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ と一定とし、介在物の熱膨張係数 α' を $0 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ から $12 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ まで変えたときの無次元臨界応力拡大係数の変化である。これより介在物の熱膨張係数がマトリックスの熱膨張係数よりも大きい場合には破壊靱性が約2~4倍に増加すること、逆に、小さい場合には約半分減少することが分かる。また、このことからヤング率の違いよりも、熱膨張係数の違いの方が破壊靱性に及ぼす影響が大きいことも分かった。

4.4 実験結果との比較

弾性不均一性が破壊靱性に及ぼす影響についての実験結果はほとんど報告されていない。したがって、本論文では理論解析と実験結果との比較は行えなかった。ただし、従来から弾性不均一性の影響は少ないと言われており²¹⁾、第2章の解析ではこのことを理論的に示したものと考えることができる。

残留熱応力が破壊靱性に及ぼす影響についての実験結果はかなり報告されている。しかし、多くの場合、試料作製時にサーマルクラックが既に発生していたり、クラックディフレーション機構や応力誘起マイクロクラッキング機構などの別の高靱化機構が関与しているのがほとんどである。したがって、この点を考慮して今回の理論解析と実験結果を比較する必要がある。第3章の解析に対応する例として、Taya ら²²⁾の報告した TiB_2 粒子分散 SiC が挙げられる。彼らは SiC に熱膨張係数差があまり大きくない TiB_2 を16 vol% 添加することにより、破壊靱性が3 MPa√m から5.3 MPa√m に増加することを報告した。彼らの実験条件 ($\Delta\alpha=0.6 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$, $\Delta T=-1800$ K, $E=400$ GPa, $\nu=0.3$, $L=a_1=15 \times 10^{-3}$ m) に合わせて、 TiB_2 粒子分散 SiC の破壊靱性を計算すると6.1 MPa√m となった。この推定値は実験値に概略一致していると考え

ることができる。

5. 結 論

本論文では破壊靱性に及ぼす組織の影響について検討した。等価介在物法を用いて、十分大きな物体中にマトリックスと異なるヤング率あるいは熱膨張係数を持つ介在物群、及び主き裂（2次元貫通き裂）が存在する場合のGibbs自由エネルギー変化を算出した。このモデルにGriffithの破壊条件を適用して、介在物群が存在することによる破壊靱性の変化を理論的に導出した。マトリックスよりも大きなヤング率（あるいは熱膨張係数）を持つ介在物群が存在する場合には、介在物群の体積分率の増加とともに破壊靱性は増加した。逆に、マトリックスよりも小さなヤング率（あるいは熱膨張係数）を持つ介在物群が存在する場合には、介在物群の体積分率の増加とともに破壊靱性は減少した。また、ヤング率の違いよりも熱膨張係数の違いの方が、破壊靱性に及ぼす影響が大きいことが分かった。また、本理論解析により、従来報告されている実験結果の傾向を説明することができた。

謝 辞 東京工業大学材料科学専攻・森 勉教授には本論文の内容に関して有益なる御助言を頂きました。記して感謝の意を表します。

文 献

- 1) P. L. Studt and R. M. Fulrath, *J. Am. Ceram. Soc.*, **45**, 182-88 (1962).
- 2) F. F. Lange, *J. Am. Ceram. Soc.*, **54**, 614-20 (1971).
- 3) R. C. Garvie, R. H. Hanninck and R. T. Pascoe, *Nature (London)*, **258**, 703-04 (1975).
- 4) N. Claussen, *J. Am. Ceram. Soc.*, **59**, 49-51 (1976).
- 5) P. F. Becker and G. C. Wei, *J. Am. Ceram. Soc.*, **67**, C267-69 (1984).
- 6) D. C. Phillips, *J. Mater. Sci.*, **9**, 1847-54 (1974).
- 7) M. Taya, S. Hayashi, A. S. Kobayashi and H. S. Yoon, *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**, 1382-91 (1990).
- 8) 安田榮一, 田中英彦, 木村脩七, 炭素, No. 100, 3-6 (1980).
- 9) T. A. Michalske and T. P. Hellmann, *J. Am. Ceram. Soc.*, **71**, 725-31 (1988).
- 10) O. Sbaizero, P. G. Charalambides and A. G. Evans, *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**, 1936-40 (1990).
- 11) F. Zao, O. Sbaizero, C. L. Hom and A. G. Evans, *J. Am. Ceram. Soc.*, **74**, 187-93 (1991).
- 12) 上野和夫, 袖岡 賢, 窯協, **94**, 981-85 (1986).
- 13) N. Claussen, K. L. Weiskopf and M. Rühle, *J. Am. Ceram. Soc.*, **69**, 288-92 (1986).
- 14) P. F. Becker, C. H. Hsueh, P. Angelini and T. N. Tiegies, *J. Am. Ceram. Soc.*, **71**, 1050-61 (1988).
- 15) 安田榮一, 赤津 隆, 田辺靖博, セラミックス論文誌, **99**, 52-58 (1991).
- 16) J. C. Swearingen, E. K. Beauchamp and R. J. Eagan, "Fracture Mechanics of Ceramics", Vol. 4, 973-87 (1978).
- 17) N. Miyata and H. Jinno, *J. Mater. Sci.*, **16**, 2205-17 (1981).
- 18) G. C. Wei and P. F. Becker, *J. Am. Ceram. Soc.*, **67**, 571-74 (1984).
- 19) 安田公一, 松尾陽太郎, 木村脩七, 森 勉, セラミックス論文誌, **99**, 737-44 (1991).
- 20) A. A. Griffith, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **A221**, 163-98 (1920).
- 21) R. W. Rice and S. W. Freiman, *J. Am. Ceram. Soc.*, **64**, 350-55 (1981).