急冷されるセラミック円板の熱応力解析

西川直宏・水谷安伸*・本多沢雄・高津 學

名古屋工業大学材料工学科, 466 名古屋市昭和区御器所町

*東邦ガス(株)総合技術研究所, 476 愛知県東海市新宝町 507-2

Thermal Stress Analysis in Ceramic Disk Subjected to Thermal Quenching

Tadahiro NISHIKAWA, Yasunobu MIZUTANI*, Sawao HONDA and Manabu TAKATSU

Department of Materials Science and Engineering, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi 466

*Technical Research Institute, Toho Gas Co., Ltd., 597-2, Shinpo-machi, Tokai-shi, Aichi 476

[Received February 10, 1995; Accepted June 16, 1995]

For evaluation of thermal shock resistance of ceramics by the quenching method, it is important to estimate the thermal stress distribution and history in the specimen. Thermal stress under quenching can not be measured directly in the experiment. Therefore, the temperature distribution generated by quenching was numerically calculated and the transient thermal stress distribution was estimated for the ceramic disk. The calculated maximum thermal stress and the time required were proposed as the correlative equations, respectively. The former equation of maximum thermal stress is useful to evaluate the thermal shock resistance of ceramics. The fracture time can be estimated by the latter equation of the time at the maximum thermal stress. If the experimental fracture time agrees with the calculated one, it is considered that the fracture occurs only by the thermal stress. Furthermore, these equations were compared with those of slab specimens to discuss the differences in thermal stress history and distribution. The effects of temperature dependence of thermal constants on thermal shock resistance have been evaluated. The strain energy accumulated in the disk during the fracture process was also calculated by the tensile thermal stress at the surface.

Key-words : Quenching test, Temperature dependence, Correlative equation, Maximum thermal stress, Strain energy

1. 緒 言

セラミックスの耐熱衝撃抵抗性は、高温材料として使用する場合に重要な評価項目である。従来より熱衝撃試験の多くは、スラブ(平板)及び円柱状試験片を急冷し、試験片の残留強度等によって評価されてきた。しかし、急冷温度差、試験片-急冷媒体間の熱伝達係数、試験片寸法の相違で、同一材料でもその評価が異なることが判明している。更にスラブ状試験片の場合、平面部分に比べコーナー部では温度分布及び、先在クラックに着目した応力拡大係数が著しく異なる¹⁾。このため、コーナー部が破壊源となった場合には耐熱衝撃性の評価に大きなばらつきが生じる。一方、円板状もしくは円柱状の試験片は機械加工が容易であり、上記のコーナー部に発生するクラックの影響を避けることができる。

急冷試験では、試験片に生じた熱応力分布により、試験片の表面に引張り応力が発生しクラックの発生あるいは試験片の破壊に至る。しかし、熱応力を実測することは困難であるため、数値計算を用いた熱応力の推定が耐熱衝撃抵抗性の評価に必要となる。著者らは、既に無限平板について熱定数の温度依存性を考慮した数値計算を行い、最大熱応力に関する相関式を報告した²⁾。本報では、円板状試験片を急冷する場合を想定し、急冷時の過渡的熱応力分布を材料の熱定数の温度依存性を考慮して数値計算し、試験片に発生する最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ 及び最大熱応力の発生時刻 $\eta_{\max}$ を求めた。また、これら両者の相関式へのビオ一数 β 及び熱定数の温度係数の導入を提案した。

これらの相関式を用いることで、円板状もしくは円柱状試験片を急冷する熱衝撃試験における、適切な試験片寸法の設定が可能となり、実験結果との整合性により急冷条件を検定できることが判明した。従来、これらの形状の試験片を用いた急冷試験の報告がなされているが³⁾、試験片寸法などの実験条件が最適化されているとは言えない。

また、円板及びスラブ状試験片に生ずる最大熱応力の相関式を比較し、急冷試験において試験片寸法あるいは形状が熱衝撃抵抗係数に及ぼす影響について考察した。更に今まで考慮されていなかった熱応力による弾性歪エネルギーについても耐熱衝撃抵抗性の評価に加えた。

2. 数値計算

2.1 温度分布の算出

円板内の熱応力を算出するため、はじめに円板内の温度分布を求めた。円板の上下方向は断熱され、厚さ方向の熱伝導が無視できるとし、半径方向のみの一次元熱伝導を仮定した。この場合の熱伝導方程式及び初期条件、境界条件は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \text{方程式} \quad & \kappa^* [\partial^2 T / \partial \xi^2 + (1/\xi) \partial T / \partial \xi] = \partial T / \partial \eta_i \\ \text{初期条件} \quad & \eta_i = 0, T = 0 \\ \text{境界条件} \quad & \xi = 0, \partial T / \partial \xi = 0 \\ & \xi = 1, -\partial T / \partial \xi = \beta(T - 1) / \lambda^* \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $T = (\theta - \theta_i) / (\theta_f - \theta_i)$ は無次元温度、添字の i, f は試験時の最初及び最後の状態を示す。急冷の場合、 θ_i は試験片の加熱温度、 θ_f は急冷液の温度である。 $\xi = r/r_0$ は

無次元距離で、 r_0 は試験片の半径、 r は中心からの半径方向の距離である。 $\kappa_T = \lambda_T / \rho C_p$ は熱拡散率であり、 λ_T は熱伝導率、 ρ は試験片の密度、 C_p は比熱である。 κ_T, λ_T はともに温度依存性があることを示す。 $\beta (= hr_0 / \lambda_i)$ はビオ一数、 $\eta (= \kappa_T t / r_0^2)$ はフーリエ数である。ここで、 t は時間、 h は急冷時の熱伝達係数である。

また、 κ^*, λ^* は κ_T, λ_T の温度依存性を示す関数であり、急冷の場合、セラミックスの熱伝導率及び熱拡散率の温度依存性は無次元温度の一次関数で近似した²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \text{熱伝導率} \quad \lambda^* &= \lambda_T / \lambda_i = 1 + AT \\ \text{熱拡散率} \quad \kappa^* &= \kappa_T / \kappa_i = 1 + BT \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 κ_i, λ_i は初期温度におけるそれぞれの値であり、 A 及び B は熱伝導率及び熱拡散率の温度依存性を示す温度係数である。この非定常問題の熱伝導方程式は解析的に解くことが困難であるため、差分法によって近似計算を行った。Goodmanの方法⁴⁾により

$$F = \int_0^T \kappa_T dT$$

とおき、熱伝導方程式を変数変換すると、次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \text{方程式} \quad & \kappa^* [\partial^2 F / \partial \xi^2 + (1/\xi) \partial F / \partial \xi] = \partial F / \partial \eta_i \\ \text{初期条件} \quad & \eta = 0, F = 0 \\ \text{境界条件} \quad & \xi = 0, \partial F / \partial \xi = 0 \\ & \xi = 1, -\partial F / \partial \xi = \beta F_i \kappa^* / \lambda^* \\ & F_i = \frac{1}{B} \{ -(B+1) + \sqrt{1+2BF} \} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

上式を用い時間経過に伴う円板の半径方向の温度分布 $T(\xi, \eta)$ を A, B, β をパラメーターとしてCrank-Nicolson法により数値計算した。

2.2 熱応力分布の算出

円板を急冷試験する場合、外周から中心に向かってクラックを生じるので接線方向の熱応力が問題となる。上記の方法により求めた温度分布 $T(\xi, \eta)$ を円板状試験片における接線方向の熱応力式⁵⁾

$$\sigma^*(\xi, \eta) = \int_0^1 T(\xi, \eta) \xi d\xi + \frac{1}{\xi^2} \int_0^\xi T(\xi, \eta) \xi d\xi - T(\xi, \eta) \quad (4)$$

に代入すると、試験片内の時間経過に伴う過渡的熱応力が算出できる。ここで、 $\sigma^*(\xi, \eta)$ は $\sigma(\xi, \eta) / E\alpha(\theta_i - \theta_f)$ で表され、円板内部の接線方向に発生する無次元熱応力である。また、 E, α はそれぞれヤング率、熱膨張率である。一般に、セラミックスの E, α の温度依存性はあまり顕著でないため、ここでは E, α を定数とした。

2.3 相関式の作成

急冷試験では、円板の外周で発生する最大引張り応力によりクラックが生ずると考え、(4)式に $\xi=1$ を代入し、 $\sigma^*(1, \eta)$ の最大値を無次元最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ とし、最大熱応力が発生した時刻をフーリエ数を用いて $\eta_{\max}$ とした。特に、急冷試験における破壊現象を定量的に議論する場合には、両者を数式化して整理する必要がある。 $\sigma_{\max}^*, \eta_{\max}$

の値はビオ一数 β 及び熱伝導率 λ 、熱拡散率 κ の温度依存性を示す温度係数 A, B により大きく変化するため、これらのパラメーターを相関式中に導入する必要がある。実際の急冷試験では、ビオ一数 β 及び A, B は、試験片寸法、急冷液の熱伝達係数などの実験条件、試験片の材質によってかなり異なった値を示す。そのため、相関式は様々なパラメーターの値に適用できることが要求され、相関式はかなり複雑になる。本報では、実用的なセラミックスの熱定数及び実験条件からパラメーターの値を検討し^{6), 7)}、相関式は $0 \leq A \leq 5, 0 \leq B \leq 5, 1 \leq \beta \leq 50$ の範囲において成立するものとした。なお β は hr_0 / λ で表せるため、熱伝達係数 h 、試験片寸法 r_0 を変えた実験条件で調節が可能である。

相関式の作成方法について、表1に示す最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ の相関式の作成結果を例に説明する。まず上記の範囲における294通りの任意の A, B 及び β の組み合わせについて数値計算を行い、 $\sigma_{\max}^*$ の数値計算値を得た。この計算値をまず表1における β の式(I)で最小自乗近似を行い係数 a, b, c, d の値を求め、この結果について B の式群(II)で最小自乗近似を行い係数 X, Y, S, T の値を求めた。最後に A の式群(III)で最小自乗近似を行い係数の値を算出した。最大熱応力発生時間 $\eta_{\max}$ の相関式も同様の手順で作成を行った。それぞれの関数形は、著者らが既に報告したスラブの最大熱応力及びその発生時刻の相関式²⁾と同一にし互換性を持たせた。

Table 1. Correlative Equations of Maximum Thermal Stress $\sigma_{\max}^*$ and the Required Fourier's Numbers $\eta_{\max}$

Correlative equation of the maximum thermal stress	
$I / \sigma_{max}^* = a_s + b_s / \beta + (1 - a_s) \exp(c_s / \beta + d_s) \quad \text{--- I}$	
$a_s = X_1 + X_2 \exp(X_3 B)$	$\left. \begin{aligned} X_1 &= 0.39 + 1.16(A+1)^{0.48} \\ X_2 &= -0.13 + 0.37(A+1)^{0.34} \\ X_3 &= -0.12 - 0.77(A+1)^{-0.60} \end{aligned} \right\} \quad \text{III}$
$b_s = Y_1 + Y_2 B + Y_3 B^2$	
$c_s = S_1 + S_2 B + (B+1)^{S_3}$	
$d_s = T_1 + T_2 B + (B+1)^{T_3}$	$\left. \begin{aligned} Y_1 &= 3.38 + 1.13(A+1)^{0.58} \\ Y_2 &= -0.04 - 0.14(A+1)^{-0.38} \\ Y_3 &= -0.002 - 0.01(A+1)^{-0.54} \end{aligned} \right\} \quad \text{II}$ $\left. \begin{aligned} S_1 &= -7.42 - 1.19(A+1)^{-1.19} \\ S_2 &= -0.50 - 1.96(A+1)^{-1.45} \\ S_3 &= 0.63 + 0.73(A+1)^{-0.81} \end{aligned} \right\} \quad \text{III}$ $\left. \begin{aligned} T_1 &= -1.22 - 0.07(A+1)^{-1.33} \\ T_2 &= -0.01 + 0.02(A+1)^{-1.10} \\ T_3 &= 0.04 - 0.09(A+1)^{-0.97} \end{aligned} \right\} \quad \text{III}$
Correlative equation of the time at the maximum thermal stress	
$\eta_{max} = a_t + b_t \cdot \beta^{c_t} \quad \text{--- IV}$	
$a_t = X_1 + X_2 A$	$\left. \begin{aligned} X_1 &= 0.004 - 0.015(B+1)^{-0.598} \\ X_2 &= -0.244 + 0.241(B+1)^{0.007} \end{aligned} \right\} \quad \text{VI}$
$b_t = Y_1 + Y_2 A + (A+1)^{Y_3}$	
$c_t = Z_1 + Z_2 \cdot \ln(A+1)$	
	$\left. \begin{aligned} Y_1 &= -0.785 - 0.093(B+1)^{0.288} \\ Y_2 &= -0.008 + 0.014(B+1)^{-0.254} \\ Y_3 &= 0.148 - 0.174(B+1)^{-0.078} \end{aligned} \right\} \quad \text{VI}$ $\left. \begin{aligned} Z_1 &= -19.019 - 19.563(B+1)^{0.010} \\ Z_2 &= 0.208 - 0.033(B+1)^{-2.717} \end{aligned} \right\} \quad \text{VI}$

3. 計算結果

3.1 最大熱応力及びその発生時刻の相関式

表1に示す A, B 及び β をパラメーターとした $\sigma_{\max}^*$, $\eta_{\max}$ の相関式を用いて、実際に試験片内に発生する最大熱応力及び最大熱応力時間を算出する方法を最大熱応力の場合を例に述べる。まず、試験片の熱伝導率 λ 及び熱拡散率 κ の温度依存性を実測し、(2)式を用いて温度係数 A, B を決定する。次に実験条件に関わるビオ数 β を急冷時の熱伝達係数 h , 試験片寸法 r_0 から算出する。以上から求めたパラメーター A を表1に示す式群(Ⅲ)に代入し係数 X, Y, S, T を求め、係数 X, Y, S, T 及びパラメーター B を式群(Ⅱ)に代入し、係数 a, b, c, d を求める。最後に係数 a, b, c, d 及び β を式(Ⅰ)に代入し、最大熱応力の無次元値 $\sigma_{\max}^*$ を得る。同様にして最大熱応力時間の無次元値 $\eta_{\max}$ を式(Ⅳ), (Ⅴ), (Ⅵ)から求める。これらを、(5)式により有次元化することで最大熱応力 $\sigma_{\max}$ 及び最大熱応力時間 t を得る。

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\max}^* E \alpha \Delta \theta, \quad t = \eta_{\max} r_0^2 / \kappa_i \quad (5)$$

ここで、 $\Delta \theta$ は急冷温度差であり、 E, α, κ_i, r_0 は前出のとおりである。

3.2 従来の相関式との比較

急冷される円板の最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ については、既に(6)式の相関式が報告されている⁸⁾。

$$1/\sigma_{\max}^* = 2.0 + 4.3/\beta \quad (6)$$

(6)式及び、表1の相関式に $(A, B) = (0, 0)$ を代入した場合の、 $1/\beta$ と $1/\sigma_{\max}^*$ の関係をプロットし、これを比較した結果を図1に示す。●印は数値計算によって得られた計算値である。(6)式はビオ数 β が大きくなると計算値との誤差が大きくなり、 β が10以上になる通常の急冷試験に適用するには不十分である。これに対して、表1の相関式では補正項 $(1-a)\exp(c/\beta+d)$ を加えることにより広い範囲で精度良く算出できる。次に補正項を加えた効果を示すために、(6)式及び補正項を加えた $\sigma_{\max}^*$ の相関式との差をすべての A, B の組み合わせについて、数値計

Fig. 1. Correlative equations of maximum thermal stress and several values calculated from Eq. (4).

Fig. 2. Accuracy of correlative equation introduced by corrective term or not.

算による計算値との誤差を図2に示す。補正項を加えなかった場合に比べて $\beta < 2$ の範囲では誤差が大きくなってしまいが、 $\beta > 5$ の範囲では誤差が1%以下であり通常の急冷試験における補正項の有効性を示している。

4. 考 察

4.1 熱応力に及ぼす熱定数の温度依存性の影響

円板状試験片を急冷した場合の試験片外周に発生する熱応力の過渡的变化を図3に示す。実線は熱伝導率 λ 及び熱拡散率 κ の温度依存性を無視した結果であり、破線は99.5%アルミナの λ 及び κ の実測値から求めた温度係数 A, B を用いた場合の数値計算結果である。●印は表1の相関式から求めた $\sigma_{\max}^*, \eta_{\max}$ の値を示す。

熱定数の温度依存性を考慮せず数値計算した場合、考慮した場合に比べて $\sigma_{\max}^*, \eta_{\max}$ ともに値が大きく推定されることが分かる。この傾向は熱定数の A, B の値によって変化することが予想されるため、●印の値についての熱定数の温度依存性の影響を考えた。この値は、急冷試験で試験

Fig. 3. Thermal stress with time at several Biot numbers.

片にクラックを生ずる最大許容温度差 $\Delta\theta_c$ における破壊応力及び破壊時刻を示すと考えられる． (A, B) が $(0, 0)$ 、 $(4, 0)$ あるいは $(0, 4)$ の三通りについて、ビオ数に対する $\sigma_{\max}^*$ 及び $\eta_{\max}$ の変化を図 4 (a), (b) に示す．図から最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ については熱伝導率の温度係数 A が大きく影響しており、図中の破線で示される熱伝導率の温度依存性が大きい材料では、実線で示される温度依存性の小さい材料よりも熱応力は低くなる．一般に、熱伝導率の高い材料は優れた耐熱衝撃性をもつことが知られているが、上記のように熱伝導率の温度依存性が大きい場合、発生する熱応力が低くなるため、破壊強度等が同じならば温度依存性のない材料に比べ耐熱衝撃性に優れていると考えられる．最大熱応力発生時刻 $\eta_{\max}$ については熱拡散率の温度係数 B の影響が大きく、図中の一点鎖線で示される熱拡散率の温度依存性が大きい材料では、最大熱応力が発生す

Fig. 4. Changes of maximum thermal stress (a) and the required Fourier's number (b) with Biot numbers.

Fig. 5. Changes of maximum thermal stress (a) and the required Fourier's number (b) in disk or slab specimen of alumina.

る時間は短く、破壊が瞬時に起こりうることが分かった．

4.2 急冷試験における試験片形状の影響

急冷熱衝撃試験の試験片形状として、スラブ、円板、円柱など、様々な形状の試験片を用いた実験例が報告されている．特に、スラブと円板では同じ一次元熱伝導であっても熱応力式が異なるため、同じ急冷条件での熱応力の大きさやその経時変化を単純に比較することはできない．スラブ及び円板について、ビオ数による最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ 及び最大熱応力発生時刻 $\eta_{\max}$ の変化を図 5 (a), (b) に示す．ここで、スラブ状試験片の熱応力の計算には、著者らが報告した無限平板の相関式²⁾を用いた．熱定数の温度係数はそれぞれ $A=1.00$, $B=1.80$ とした．

図 5 (a) から、円板では、いずれのビオ数においても、 $\sigma_{\max}^*$ はスラブよりも小さく、熱破壊に必要な同じ熱応力を得るためには、2 倍程度大きなビオ数が必要である．換言すると、スラブの急冷試験と円板の急冷試験では、円板の直径がスラブの板厚の 2 倍であれば、ほぼ同じ最大許容温度差 $\Delta\theta_c$ を示すことになる．また、図 5 (b) における $\eta_{\max}$ の比較から、円板ではスラブより短時間に最大熱応力が発生し、ビオ数について 3 倍程度異なる実験条件でほぼ同時に破壊することになる．

例えばスラブで行われた材料 A と円板で行われた材料 B の急冷試験のデータがある場合、試験片形状や寸法の違いにより単純に $\Delta\theta_c$ の値から材料 A, B の耐熱衝撃性を比較することはできないが、このように相関式による解析を用いれば試験片形状や寸法の異なるデータであっても耐熱衝撃性の比較が可能となる．

4.3 最大熱応力の相関式の急冷試験への適用

円板状試験片を用いて急冷試験を実施する場合、急冷時の熱伝達係数 h の温度依存性、材料の最大許容温度差 $\Delta\theta_c$ に対する試験片寸法依存性など、セラミックスの耐熱衝撃性評価に関わる問題点について考慮する必要がある．適切な試験片寸法を設定し、試験結果を解析するには、それぞれの実験条件についてあらかじめ数値計算を実行する必要がある．

本報で示した最大熱応力の相関式を用いれば、複雑な数値計算を必要とせず、適切な実験条件を設定し、実験結果を解析することが可能である．例えば、試験片寸法 r_0 について考えると、急冷媒体に水を用いて熱衝撃試験を行う場合には、急冷温度差 230°C 以上で熱伝達係数 h が激変するため⁹⁾、試験片にクラックが生ずる最大許容温度差 $\Delta\theta_c$ がこれ以下の温度となるように試験片寸法を設定することが望ましい．また、熱伝達係数 h が急冷温度差 280°C 以上では h が急冷温度差に対して減少する傾向を示すので、このような温度範囲では $\Delta\theta_c$ が不明確なものとなるので実験を行うべきでない．熱衝撃抵抗係数を $R = \sigma_f / E\alpha$ とすると、最大許容温度差 $\Delta\theta_c$ は $\Delta\theta_c = 1 / \sigma_{\max}^* \times R$ で算出することができる．ここで σ_f は破壊強度である．例えば熱衝撃抵抗係数 $R = 80^\circ\text{C}$ のアルミナを水中急冷する場合に、 $\Delta\theta_c < 230^\circ\text{C}$ とするためには $\sigma_{\max}^* > 0.35$ となるので、表 1 の最大熱応力の相関式から逆算すると、 $\beta (= hr_0 / \lambda_i) > 5$ が

求められる．熱伝達係数を $h=7 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ，熱伝導率 $\lambda_i=10 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ とすると，最小半径 $r_0=7 \text{ mm}$ となるので，これ以上の寸法の試験片を用いることが望ましい．円板状試験片に限らず，円柱状試験片を用いて熱衝撃試験を行う場合にも同様である．この場合には $R=(1-\nu)\sigma_f/E\alpha$ としてポアソン比 ν を含めて必要な試験片寸法を算出すればよい．

また，表1の最大熱応力の相関式は急冷実験結果の解析にも利用できる．前報¹⁰⁾と同様に，相関式から得られた $\sigma_{\max}^*$ と実験から得られた最大許容温度差 $\Delta\theta_c$ を用いれば，セラミックスの熱衝撃抵抗係数 R を算出できる． R の値は材料固有の値であり，機械的特性値より求められる．この R 値を様々な急冷条件で求めた R と比較することにより急冷実験の正当性が評価できる．

4.4 最大熱応力発生時刻の相関式の応用

急冷熱衝撃試験において試験片が急冷媒体に投下されてから破壊するまでの時間は実験的に測定することが困難であり，わずかの報告例があるのみである．Rogers ら¹¹⁾は AE 計測により水中急冷試験における破壊時刻を実測したが，沸騰音との分離が必要であり，必ずしも破壊時刻が正確に実測できるとは限らない．この場合，相関式を用いてあらかじめ実験条件から破壊時刻を推定できれば，その判定が容易になる．

水中急冷試験における問題点の一つとして，水との熱伝達係数 h の温度依存性が報告されているが，著者らは試験片内の2点の温度の経時変化を実測し，熱伝達係数 h を求めた実験結果から，水中投下後，時間に依存して h が変化することを報告した⁹⁾．これを模式的に図6に示す．横軸及び縦軸はそれぞれ試験片内の位置が異なる2点の温度を示しており，試験片投下後時間経過に伴い，実線で示した変化が認められ，その経路は領域A，領域B，領域Cで示される．破線は熱伝達係数 h を一定とした場合の2点の温度変化の数値計算結果である．実験結果は領域Bでのみ数値計算結果と一致し，熱伝達係数 h は一

定値となるので，この範囲で破壊が生じるように実験条件を設定する必要がある．領域A及び領域Cで試験片が破壊した場合には熱伝達係数 h が特定できず，実験結果による材料の耐熱衝撃性等の比較はほとんど意味を持たない．表1の最大熱応力発生時刻の相関式に実験条件を代入し，あらかじめ $\eta_{\max}$ を求め， $\eta_1 < \eta_{\max} < \eta_2$ であれば破壊が領域Bで起こるかが検定できる．例として，シリコニア試験片を水中急冷した結果では $t_1(\eta_1)=1.5 \text{ s}$ ， $t_2(\eta_2)=4.5 \text{ s}$ であった⁹⁾． $\beta=5$ から， $\eta_{\max}$ は図中の●印の時刻となったので，この実験は有効であったことが分かる． η_1 ， η_2 の時刻は試験片の材質や急冷条件によって異なることが予想されるので，水中急冷試験で，急冷条件における熱伝達係数 h が実測できない場合には，複数の急冷条件で実験を行うなど，結果をよく吟味する必要がある．このように最大熱応力発生時刻の相関式を用いることにより，急冷試験の結果の正当性について評価できる．また試験結果に誤差を生じやすい実験条件をあらかじめ把握でき，これを回避することで実験精度の向上，省力化が可能となる．

4.5 最大熱応力と弾性歪エネルギー

セラミックスの熱衝撃破壊において，き裂の発生の有無を議論する場合には，その最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ 及び最大熱応力発生時刻 $\eta_{\max}$ が重要であるが，破壊後の損傷について議論する場合には，破壊時に試験片に蓄えられる弾性歪エネルギーが重要となる．円板状試験片を急冷した場合の弾性歪エネルギー U は(7)式で示される．

$$U = \int_V \frac{\sigma^2}{2E} dV = \frac{\pi\delta}{E} \int_{\xi_0}^1 \sigma^2 r_0^2 \xi d\xi \quad (7)$$

ここで， ξ_0 は熱応力が0となる位置， δ は試験片の厚さ， E は弾性率である．(7)式に(4)式を代入し，算出した $\sigma^*(\xi, \eta)$ を代入すると U の過渡的变化を求めることができる．

$$U = E\alpha^2 \pi r_0^2 \delta \int_{\xi_0}^1 [\sigma^*(\xi, \eta)]^2 \xi d\xi \quad (8)$$

99.5%アルミナを例に，ビオ一数 $\beta=50$ 及び $\beta=2$ の実験条件について，時間経過に伴う熱応力の履歴及び弾性歪エネルギーの履歴を図7に示す．この二つの実験条件は急冷媒体を変えることによって実現できる．

アルミナの破壊強度を 185 MPa とすると，試験片はいずれの実験条件でも最大熱応力で破壊することになる．このときの弾性歪エネルギーの大きさを比較すると $\beta=50$ の実験条件では $U=0.007 \text{ J}$ ， $\beta=2$ の実験条件では $U=0.015 \text{ J}$ であるので， $\beta=2$ の実験条件では $\beta=50$ の実験条件よりも破壊後の損傷は2倍程度激しいことが予想される．

図8では，円板及びスラブ状のアルミナ試験片について，弾性歪エネルギーの大きさを比較した．弾性歪エネルギー U は無次元値を使用した．急冷温度差の増加に伴って両者ともに弾性歪エネルギーが増大するが，その増加の割合はスラブの方が大きい．また，急冷温度差にかかわらず円板に比べスラブの方が弾性歪エネルギーが大きい．しかし，この結果を実験により比較する場合，異なる試験片形状の定量的な破壊損傷を一義的に評価することは難し

Fig. 6. Schematic diagram of transient temperature under quenching test and the Fourier's number at maximum thermal stress.

Fig. 7. Thermal stress and strain energy generated in alumina disk with Fourier's number.

Fig. 8. Strain energy generated in alumina disk or slab with quenching temperature difference.

い. このように, 最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ 及び最大熱応力発生時刻 $\eta_{\max}$ における弾性歪エネルギーの大きさを求めれば熱衝撃破壊後の損傷についても有益な議論ができる。

5. 結 言

(1) 急冷される円板に発生する過渡的熱応力を材料の熱定数の温度依存性を考慮して数値計算し, 最大熱応力 $\sigma_{\max}^*$ 及び最大熱応力の発生時刻 $\eta_{\max}$ を求めた. また, これらの $\sigma_{\max}^*$ 及び $\eta_{\max}$ を, ビョー数 β 及び熱定数の温度係数を用いた相関式として整理した.

(2) スラブと円板の同一の相関式を用いた解析から, 異なる試験片形状, 寸法の急冷試験のデータであっても耐熱衝撃性の比較, 評価が可能である.

(3) 最大熱応力発生時刻 $\eta_{\max}$ の相関式から, 急冷時の試験片の破壊時刻が推定できる. また破壊時刻を推定することで, 急冷試験時の熱伝達係数を正確に把握できる.

(4) 熱応力分布の数値計算結果より弾性歪エネルギーの算出を行い, 試験片破壊時にセラミック円板に蓄積される引張りの弾性歪エネルギー量を算出し, スラブにおけるそれと比較を行った.

文 献

- 1) A. F. Emery and A. S. Kobayashi, *J. Am. Ceram. Soc.*, **63**, 410-15 (1980).
- 2) 高津 學, 西川直宏, 水谷安伸, 化学工学論文集, **19**, 633-38 (1993).
- 3) 佐久間俊雄, 岩田宇一, 高久 啓, 岡部永年, 日本機械学会論文集 (A 編), **59**, 131-36 (1993).
- 4) T. R. Goodman, *J. Heat Transfer*, **83**, 83 (1961).
- 5) 例えば, 金多 潔訳, “弾性論”, コロナ社 (1973) p. 459.
- 6) A. Goldsmith, T. E. Waterman and H. J. Hirschhorn, “Handbook of Thermophysical Properties of Solid Materials, Vol. III”, Macmillan Co., New York (1961).
- 7) 日本熱物性学会編, “熱物性ハンドブック”, 養賢堂 (1990) p. 250.
- 8) 高津 學, 高温学会誌, **5**, 282-88 (1979).
- 9) 高 鐵, 西川直宏, 日比雅義, 高津 學, *J. Ceram. Soc. Japan*, **101**, 788-92 (1993).
- 10) 高 鐵, 西川直宏, 原田尚幸, 高津 學, *J. Ceram. Soc. Japan*, **101**, 1021-26 (1993).
- 11) W.P. Rogers, A.F. Emery, R.C. Bradt and A.S. Kobayashi, *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**, 406-12 (1987).