繊維引き抜けに注目した反応焼結 SiC 基長繊維複合材料の強度設計

伊藤義康・亀田常治・須山章子

(株)東芝電力・産業システム技術開発センター, 230-0045 神奈川県横浜市鶴見区末広町 2-3

Material Design for High Strength of Continuous Fiber-Reinforced and Reaction-Sintered SiC Matrix Composites by Paying Attention to Fiber-Pullout Behavior

Yoshiyasu ITOH, Tsuneji KAMEDA and Shoko SUYAMA

Power & Industrial Systems Research & Development Center, Toshiba Co., 2-3, Suehiro-cho, Tsurumi-ku, Yokohama-shi 230-0045

Interfacial debonding behaviors between fiber and matrix in continuous fiber-reinforced reaction-sintered SiC matrix composites have been analyzed in terms of strain energy release rate using a finite element method. In particular, the effects of Young's modulus ratio, E_m/E_f , and fiber volume fraction, V_f , on the strain energy release rate have been investigated. As a result, it was confirmed that the steady-state strain release rate increased with increasing the Young's modulus ratio and decreasing the fiber volume fraction. Also, it was clarified that the quasi-yield state like carbon steels observed in stress-strain curve was explainable by the strain energy release rate of interfacial debonding between fiber and matrix.

[Received June 19, 1998; Accepted February 19, 1999]

Key-words : Continuous fiber-reinforced reaction-sintered SiC matrix composite, Interfacial debonding, Finite-element method, Young's modulus ratio, Strain energy release rate, Fiber volume fraction, Quasi-yield state

1. 緒 言

近年、次世代ガスタービン用耐熱材料として期待されているセラミックス材料開発において、研究開発の主体はモノリシックセラミックスから、セラミックス基複合材料 (Ceramic matrix composites : CMC) の開発に重点が移りつつある^{1)~3)}。これはセラミックス本来が有する耐熱性に加えて、高強度セラミック繊維との複合化により、破壊靱性の大幅な向上、すなわち高信頼性化が期待されるからである。

ところで、従来からセラミックス基複合材料の製織構造、製織形状などの材料構造設計に関する分野においては比較的多くの研究が行われてきた。しかし、材料設計、特にマトリックスと強化繊維の適合設計に関しては、現時点においても完全に明らかにされているとは言い難い。これは CMC の材料設計事象における素過程が非常に複雑で、全体像が把握しにくいと考えられる。したがって、CMC の多様な破壊現象を分析し、

分類することにより、材料設計の体系化を推し進めることが、さらなる高性能化には不可欠である^{4),5)}。著者らは CMC の材料設計法の確立を目的とし、CMC の微視的な破壊メカニズムについて力学的観点から検討を加えてきた⁶⁾。図 1 は CMC が強化繊維方向に一樣引張応力を受ける場合を対象に、単繊維に注目して、その破壊過程をモデル化したものである。CMC の基本破壊過程はマトリックスにおけるき裂発生・進展過程に始まり、マトリックス/強化繊維界面におけるはく離の進展過程を経て、最後に強化繊維の破断に至る 3 ステップから構成される。著者らは、既に CMC の最終破断強度を規定するセラミック繊維自体の機械的特性について実験的検討を加えた⁷⁾。特に、マトリックス/強化繊維の界面制御を目的とした窒化ホウ素コーティングが、強化繊維の引張強度に及ぼす影響について明らかにした。また、CMC を使用する場合に設計基準応力として重要と考えられるマトリックスのき裂発生強度に注目

Fig. 1. Schematic failure mode of ceramic matrix composite.

し、反応焼結 SiC 基長繊維複合材料を主体に破壊力学的手法を用いて、繊維含有率やヤング率の影響について解析的検討を加えた⁸⁾。

本研究では、この3ステップの中でマトリックス/強化繊維界面のはく離進展過程に注目して解析的検討を加える。これは、マトリックス/強化繊維界面のはく離進展が CMC の非線形破壊挙動を規定する重要な微視的破壊過程と考えられるためであり⁹⁾、CMC の強度特性向上を目指した材料設計を行うためには定量的に明らかにする必要がある。具体的には、反応焼結 SiC 基長繊維複合材料⁸⁾を対象にマトリックスにき裂が生じた後の、強化繊維とマトリックス界面のはく離挙動について有限要素法解析を行い、界面のひずみエネルギー解放率を求め、マトリックスと強化繊維のヤング率比の影響、更に繊維含有率の影響について解析評価を行う。また、CMC の強度設計を念頭において、ひずみエネルギー解放率一定で界面のはく離が進展すると仮定して CMC の応力-ひずみ関係の推定を試み、マトリックスと強化繊維のヤング率比、繊維含有率の影響について考察を加える。

2. 界面のはく離解析モデル

セラミックス基複合材料を対象に、マトリックスと強化繊維の界面におけるはく離と滑り、すなわち強化繊維の引き抜け現象に関しては従来から数多くの研究が行われている。当初は、shear lag 理論に基づいた解析^{10),11)}が中心であったが、その後、界面のはく離に破壊力学的条件を用いた解析が主流となってきた¹²⁾。破壊力学解析は、マトリックスと強化繊維の界面のはく離によるモード II 成分のひずみエネルギー解放率を破壊基準と考えたもので、マトリックスと強化繊維の熱膨張係数差に起因する熱応力や、摩擦の影響が顕著であることが示されている^{13),14)}。また、解析精度を上げるためにマトリックスと強化繊維の界面のはく離き裂先端の応力特異性に注目した有限要素法解析も実施されている^{15),16)}。一方、著者らが開発を進めてきた反応焼結 SiC 基長繊維複合材料^{8),17)}において、金属材料、特に炭素鋼で認められるような降伏現象に類似した挙動が確認されている。この疑似降伏現象はマトリックス/強化繊維界面の剪断応力が一定と仮定した ACK 理論¹⁸⁾、及びこれを発展させた各種モデルによる説明が行われてきた¹²⁾。しかし、実際にはマトリックス/強化繊維界面のはく離き裂先端では応力特異性を示すことから、本論文ではマトリックスからの強化繊維の引き抜け過程で生じるひずみの増大を、はく離き裂先端での応力特異性を考慮した破壊力学的手法を用いて逐次予測を行う。疑似降伏現象の定量的な評価を行う。

以上より、本研究では応力解析モデルとして、著者らが反応焼結プロセス^{8),17)}により作製した炭化ケイ素 (SiC) 長繊維強化 SiC 基複合材料を対象とした。具体的な解析モデル形状は、図 2 に示すように半径 $d=7\ \mu\text{m}$ 、長さ $l_0=100\ \mu\text{m}$ の円柱状繊維の側面に、厚さ $c=1\ \mu\text{m}$ の界面制御材料がコーティングされ、その外側に厚さ T のマトリックスが形成されている円柱状の単繊維である。引張荷重は単繊維の端部に、軸方向に一樣変位 u を与えることで負荷を加え、円柱状のマトリックス側面の半径方向変位を拘束する条件で解析を実施した。マトリックスと繊維の熱膨張係数は同じであり、熱応力の影響は考慮しない。また、解析においてマトリックス厚さは $T=3.2, 4.6, 7.75, 8.9\ \mu\text{m}$ と 4 段階に変えて実施した。これは、それぞれ次式により算定される繊維含有率 $V_f=50, 40, 30, 20\%$ に対応する。

$$V_f = d^2 / (d + c + T)^2 \quad (1)$$

応力解析には汎用の弾性有限要素法プログラム (四角形軸対称要素) を用いた。単繊維モデルにおいて既にマトリックスには荷重軸に対して直角方向にき裂が生じており、マトリックス/界面制御材料の界面においてははく離長さ l が荷重軸方向に進展増加する場合について解析を行った。はく離が生じた面での摩擦は、熱応力と繊維表面粗さ^{13),14)}により生じるが、本研究では熱応力は生じない点と界面制御材料として滑り特性に優れた六方晶 BN を使用することから、摩擦の影響は考慮しない。また、マトリックス/界面制御材料の界面のはく離によるひずみエネルギー解放率 G は、有限要素法解析により単繊維端部に与えた荷重点変位 u と、はく離進展による単繊維モデルのコンプライアンス λ の変化から次式に基づいて算定した¹⁶⁾。

$$G = -dW(u, A) / dA = \lambda^2 u^2 / 2 \cdot d\lambda / dA \quad (2)$$

ただし、 $u = \lambda \cdot P$ であり、 P は荷重、 W はひずみエネルギー、 A は界面のはく離面積である。有限要素法解析の妥当性に関しては、Charalambides と Evans¹³⁾の界面制御材料を含まない単繊維モデルの解析結果と同一問題を解析し、比較することにより、 $\pm 2\%$ の範囲で一致することで確認した。

表 1 には本解析に用いた材料定数をまとめて示す。強化繊維

Fig. 2. Analysis model of finite element method for interfacial debonding.

Table 1. Material Constants for Finite Element Analysis

Materials	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio
SiC fiber	270	0.20
	420	0.20
BN	22	0.25
SiC matrix	370	0.24

には2種類の炭化ケイ素 (SiC) 繊維を解析対象とした。界面制御材料には CVD (化学蒸着法) で形成された六方晶 BN の a 軸方向の材料定数 (Union Carbide, P-BN Catalogue (1987)) を用いた。マトリックスには反応焼結法^{8),17)}で製造された SiC の材料定数を用いた。

3. 界面のはく離解析結果

3.1 応力分布特性

図3には、一例として繊維含有率20%の場合を対象とし、マトリックス/界面制御材料の界面のはく離長さが $l=50\mu\text{m}$ ($l/l_0=0.5$)、マトリックスと繊維とのヤング率比が $E_m/E_f=370/270$ の場合における、はく離き裂先端近傍の応力分布特性を示す。図中に示す矢印は、界面のはく離き裂の先端位置を示す。また、図中に示す応力値は引張荷重を繊維断面積で除した実断面応力 σ_n により無次元化した値である。負荷形態から考

Fig. 3. Effect of debonding length $50\mu\text{m}$ on stress distribution in case of $V_f=20\%$.

えても当然ではあるが、強化繊維の軸方向応力成分 σ_a は他の応力成分に比べて最も高い値を示し、界面はく離が生じた繊維断面においては $\sigma_a/\sigma_n=1.0$ で、界面はく離が生じていない断面では断面積が大きいため応力は低下する傾向を示す。しかし、はく離き裂先端での応力集中は顕著ではない。一方、はく離き裂に対する負荷形態はモード II のせん断型であるため、せん断応力 τ_{ra} 成分は、はく離き裂先端で応力集中を示すことが明らかである。また、半径方向応力成分 σ_r 、円周方向応力成分 σ_t 、いずれについても、はく離き裂の先端で応力集中の傾向が認められる。これはマトリックス側面は半径方向変位が拘束されているのに対し、引張応力を受ける繊維は半径方向にポアソン比分の収縮が生じるためにき裂が開くこと、また、マトリックスと繊維との弾性定数が異なることに起因する応力特異性によるものと考えられる。

3.2 剛性率の影響

マトリックス/界面制御材料の界面において、はく離き裂が進展すると、単繊維モデル全体の剛性率に影響を及ぼすと考えられる。図4には、マトリックスに比べて繊維のヤング率が低い場合 (a) $E_m/E_f=370/270$ と、高い場合 (b) $E_m/E_f=370/420$ に、単繊維モデルの剛性率に及ぼすはく離長さの影響を、有限要素法により解析した結果を示す。ただし、単繊維モデルの剛性率は、実断面応力 σ_n を荷重点伸びから算出した全体ひずみで除することにより求めた。

図から明らかなように、単繊維モデルの複合体としての剛性率は、はく離が長くなるほど低下する傾向を示す。また、この低下傾向は繊維含有率が少ないほど顕著である。これは繊維含有率が少ないほど、マトリックスの荷重負担率が高いためと考えられる。更にマトリックスに比べて繊維のヤング率が高い場合についても同様の傾向が認められる。もちろん繊維のヤング率が高いほど、単繊維モデルの剛性率は高くなる。マトリックス/界面制御材料の界面においてははく離が完全に終了すると、モデルの剛性率は BN コーティングを施した SiC 繊維の剛性率となる。図中には (3) 式で計算される BN コーティング SiC

(a)

(b)

Fig. 4. Effect of debonding length and fiber volume fraction on rigidity of ceramic matrix composite.

(a) Young's modulus ratio: $E_m/E_f=370/270$,

(b) Young's modulus ratio: $E_m/E_f=370/420$.

繊維の剛性率 E_f^* を示すが、これは有限要素法による解析結果の傾向と良く一致する。

$$E_f^* = E_{SiC} \cdot A_{SiC} / (A_{SiC} + A_{BN}) \cdot \{1 + E_{BN} \cdot A_{BN} / (E_{SiC} \cdot A_{SiC})\} \quad (3)$$

ただし、 E_{SiC} , A_{SiC} は SiC 繊維のヤング率と断面積であり、 E_{BN} , A_{BN} は BN コーティング皮膜のヤング率と断面積である。

3.3 ひずみエネルギー解放率

図 5 にはマトリックスに比べて繊維のヤング率が低い場合 (a) $E_m/E_f = 370/270$ と、マトリックスに比べて繊維のヤング率が高い場合 (b) $E_m/E_f = 370/420$ の、単繊維モデルのひずみエネルギー解放率に及ぼす、はく離長さの影響を有限要素法により解析した結果を示す。また、図中には繊維含有率の影響についても併せて示す。ただし、縦軸には、ひずみエネルギー解放率の無次元化量を示す。

図から明らかなように、単繊維モデルのひずみエネルギー解放率は、はく離長さに関する影響は顕著ではなくほぼ一定の値を示すことが分かる。ただし、はく離が短い場合と、長い場合には低下する傾向が認められる。これは単繊維モデルの端部効果によるものと考えられる。単繊維モデルにおいて、はく離き裂先端近傍の応力分布特性は端部の影響を受けない範囲では、ほぼ図 3 に示すと同様の応力分布を示す。一方、繊維含有率が少ないほどひずみエネルギー解放率は高くなる傾向を示す。これは繊維含有率が少ないほど、マトリックスに高いひずみエネルギーが蓄えられるからである。更にマトリックスに比べて繊維のヤング率が高い場合についても同様の傾向が認められるが、マトリックスに比べて繊維のヤング率が低い場合よりも、無次元化ひずみエネルギー解放率はわずかに低下する傾向を示す。

マトリックス/界面制御材料の界面におけるはく離長さが十分に長く ($l/l_0 = 0.5$)、端部の影響を受けない定常状態におけるひずみエネルギー解放率と、繊維含有率の関係についてまとめた結果を図 6 に示す。図中には比較のために、(4) 式¹³⁾で表される定常状態の解析解の結果を実線を示す。

Fig. 6. Trends in steady-state strain energy release rate with fiber volume fraction in comparison with analytical results.

$$G \cdot E_f^* / (\sigma_n^2 \cdot d) = \Sigma / 4 \cdot \{ \Sigma + V_f / (1 - V_f) \} \quad (4)$$

ただし、 $\Sigma = E_m/E_f$ はヤング率比である。

解析解(4)式では界面制御材料である BN コーティングを考慮していないとともに、マトリックスと繊維のポアソン比が等しいと仮定しているものの、有限要素法による解析結果と比較的良好一致を示していることが分かる。繊維含有率が高くなると、有限要素法解析結果と差が認められるようになるのは、BN コーティングの影響が無視できなくなるためと考えられる。

(a)

(b)

Fig. 5. Effect of debonding length and fiber volume fraction on strain energy release rate.

(a) Young's modulus ratio: $E_m/E_f = 370/270$,

(b) Young's modulus ratio: $E_m/E_f = 370/420$.

4. 応力-ひずみ関係の推定に関する考察

図4からは、単繊維モデルのマトリックス/界面制御材料の界面における、はく離長さ l と剛性率 E の関係が明らかとなった。また、図5からは、界面のはく離長さ l とひずみエネルギー解放率 G_c の関係が明らかとなった。したがって、図4により界面はく離長さ l に対応する単繊維モデルの剛性率 E^* が規定され、図5からは界面はく離が進展するためのひずみエネルギー解放率が明らかになると、界面のはく離長さ l と実断面応力 σ_n の関係が得られる。単繊維モデルの剛性率は既知であるから、対応するひずみが算定でき、界面はく離長さを媒介に応力-ひずみ関係を推定することができる。

図7にはマトリックスに比べて繊維のヤング率が低い場合 ($E_m/E_f=370/270$) について、それぞれ繊維含有率が(a) 20%, (b) 30%, (c) 40%, (d) 50%の場合の、単繊維モデルの応力-ひずみ関係を推定した結果を示す。ただし、はく離が進展する限界ひずみエネルギー解放率として $G_c=1.0, 5.0, 10.0, 20.0 \text{ J/m}^2$ と仮定した場合の結果である。例えば(a) 20%に注目すると、マトリックスにき裂が発生するまでは線形複合則に従い、単繊維モデルの剛性率331.7 GPaによって応力-ひずみ関係は表される。一方、マトリックス/界面制御材料との界面におけるはく離が十分に進むと、応力-ひずみ関係は(3)式で示されるBNコーティングを施したSiC繊維の剛性率 E_f^* によって規定される。ただし、図7には実断面応力ではなく、公称断面応力で算定した剛性率42.38 GPaを示す。本報告で

は、これらの中間状態であるマトリックス/界面制御材料との界面における、はく離の進展過程における応力-ひずみ関係を示す。図から明らかなように、限界ひずみエネルギー解放率が一定で界面はく離が進展すると仮定すると、炭素鋼で見られる降伏現象のように、応力-ひずみ関係は、ほぼ応力一定でひずみが増大する傾向が認められる。また、限界ひずみエネルギー解放率が高いほど、この疑似降伏応力レベルは高くなる傾向を示し、疑似降伏応力レベルは繊維含有率の高い場合ほど高くなる傾向を示すことが分かる。同様に、図8にはマトリックスに比べて繊維のヤング率が高い場合 ($E_m/E_f=370/420$) について、それぞれ繊維含有率が(a) 20%, (b) 30%, (c) 40%, (d) 50%の場合の、単繊維モデルの応力-ひずみ関係を推定した結果を示す。図7の場合と比較して傾向は良く一致しているが、疑似降伏応力レベルは高くなる傾向を示すことが分かる。これはBNコーティングSiC繊維の剛性率 E_f^* が高いためと考えられる。すなわち、反応焼結SiC基長繊維複合材料の高強度化設計においては、限界ひずみエネルギー解放率が高いほど、繊維含有率の高いほど、またマトリックスに比べて繊維のヤング率が高いほど有効であることが分かる。

以上で推定した応力-ひずみ関係について理解を深めるために、過渡的な状態において生じていると考えられる現象を図9に図示する。すなわち、線形複合則で得られる剛性率の増加に従って応力上昇が生じる。その後、マトリックスにき裂が生じ、界面はく離の進展過程で疑似降伏応力現象が生じる。この

Fig. 7. Estimated stress-strain curves in yield state in case of $E_m=270 \text{ GPa}$.

(a) Fiber volume fraction: $V_f=20\%$, (b) fiber volume fraction: $V_f=30\%$, (c) fiber volume fraction: $V_f=40\%$ and (d) fiber volume fraction: $V_f=50\%$.

Fig. 8. Estimated stress-strain curves in yield state in case of $E_m=420$ GPa.

(a) Fiber volume fraction: $V_f=20\%$, (b) fiber volume fraction: $V_f=30\%$, (c) fiber volume fraction: $V_f=40\%$ and (d) fiber volume fraction: $V_f=50\%$.

ような過渡的な状態において図7と図8に示すように、計算上では応力低下が生じる。しかし、実際にはマトリックス中のき裂進展過程で、マトリックス/強化繊維界面において既にはく離が生じており⁸⁾、応力-ひずみ関係は図中に実線で示されるように連続的に上昇するものと考えられる。また、界面はく離の進展過程での疑似降伏現象の後、強化繊維のみで規定される応力-ひずみ関係に移る過渡的な状態においては、実際のCMCにおいては図中に示すように連続的に遷移するものと考えられる。これは、単繊維モデルで示した界面はく離の進展現象が、実際には複数の繊維において材料的なばらつきをもって生じると考えられるからである。

図10には、著者らが反応焼結プロセス^{8),17)}により作製した炭化ケイ素 (SiC) 長繊維強化 SiC 基複合材料の、常温における引張試験結果の一例を示す。図11(a)には疑似降伏現象を示した図中“**A**”点付近で、引張試験片表面に観察された多数のき裂発生状況を示す。(b)には最終破断後に引張試験片の破面に

観察された、繊維の引き抜け状態を示す。図中に示すようにハイニカロン繊維 (日本カーボン製、 $E_f=270$ GPa) を一方向に30%含有するSiC基複合材料が、強化繊維方向に引張応力を受けた場合の応力-ひずみ関係である。反応焼結プロセスではマトリックスの残留Si量を制御することで熱膨張係数の調整が可能であり、マトリックスの熱膨張係数をハイニカロン繊維と同等の $3.5 \times 10^{-6} (/^{\circ}\text{C})$ に調整し複合化した。図中には図9で示したように限界ひずみエネルギー解放率を $G_c=12.0$ J/m²と仮定して、単繊維モデルで推定される応力-ひずみ関係を一点鎖線で示す。負荷応力レベルが170 MPa以上でマトリックスにき裂が生じ、負荷応力の増大に伴いマトリックス中のき裂は多発する傾向を示した。負荷応力が約400 MPaに達すると、推定したと同様の疑似降伏現象が認められる。実験結果では556 MPaで最高荷重点を示した後に、若干の荷重低下を示して急速破断に至った。単繊維モデルでの簡便な推定にもかかわらず、実験結果とは比較的良好な傾向の一致を示すようであ

Fig. 9. Schematic explanation of stress-strain curve at quasi-yield state.

Fig. 10. Stress-strain curve for reaction-sintered SiC_t/SiC composite due to uniform tension.

る。使用した限界ひずみエネルギー解放率の値の妥当性に関しては、今後の検討課題としたい。

5. 結 論

強化繊維とマトリックス界面のはく離挙動について、単繊維モデルを対象に有限要素法解析を行った。得られた結果を以下に示す。

(1) 強化繊維の軸方向応力 σ_a は最も高い値を示し、はく離が生じた繊維断面は $\sigma_a/\sigma_n=1.0$ で、はく離が生じていない断面では応力は低下する。しかし、はく離き裂の先端での σ_a の応力集中は認められない。しかし、せん断応力 τ_{ra} 、半径方向応力 σ_r 、円周方向応力 σ_t は界面はく離き裂先端で応力集中を示す。

(2) 単繊維モデルの剛性率は、界面はく離が長くなるほど顕著に低下する傾向を示す。また、界面はく離による剛性率の低下傾向は、繊維含有率が少ないほど顕著である。

(3) 単繊維モデルのひずみエネルギー解放率は、界面はく離の長さによる影響は顕著ではなく、ほぼ一定の値を示す。ただし、はく離が比較的短い場合と、長い場合には端部効果によ

(a)

(b)

Fig. 11. SEM observation of fractured reaction-sintered SiC_t/SiC composite. (a) Multiple cracking at quasi-yield state "A" and (b) fiber pullout after final failure.

り低下する傾向を示す。また、繊維含有率が少ないほど、ひずみエネルギー解放率は高くなる傾向を示す。

(4) 限界ひずみエネルギー解放率が一定で界面はく離が進展すると仮定することで、疑似降伏現象が応力-ひずみ関係において認められる。また、限界ひずみエネルギー解放率が高いほど、繊維含有率の高いほど、この疑似降伏応力レベルは高くなる傾向を示す。

文 献

- 1) G. S. Corman, J. T. Heinen and R. H. Goetze, *ASME Paper*, 95-GT-387 (1995).
- 2) M. R. Nedele, *Ceramic Eng. Sci. Proc.*, I-4 (1996) pp. 3-20.
- 3) J. Garnier, M. Headinger, K. Ueda and K. Hatton, *Int. Gas Turbine Congr.*, Yokohama (1995) pp. 173-80.
- 4) K. Okamura, *J. Comp. Soc. Japan*, 20, 34-41 (1994) [in Japanese].
- 5) Y. Kagawa, *Ceramics Japan*, 31, 656-61 (1996) [in Japanese].
- 6) Y. Itoh, T. Kameda, I. Ikeda and S. Suyama, *J. Soc. Mater. Sci. Japan, Strength at High-Temp. Sec. Com.*, 46-3, 1-7 (1997) [in Japanese].
- 7) Y. Itoh, T. Kameda, K. Nishida, M. Umezawa, Y. Imai and H. Ichikawa, *J. Ceram. Soc. Japan*, 106, 830-34 (1998) [in Japanese].
- 8) Y. Itoh, T. Kameda, S. Suyama and K. Nagata, *J. Ceram. Soc. Japan*, 106, 1190-95 (1998) [in Japanese].
- 9) R. Nahta and B. Moran, *Int. J. Fract.*, 79, 351-72 (1996).
- 10) B. N. Cox, D. B. Marshall and A. G. Evans, *Acta Metall. Mater.*, 33, 2013-19 (1985).

- 11) Y.-C. Gao, Y.-W. Mai and B. Cotterell, *J. Appl. Math. Phys.*, **39**, 550-58 (1988).
- 12) Y. Kagawa and H. Hatta, "Tailoring Ceramic Composites," Agune Shofusha, Tokyo (1990) pp. 69-89 [in Japanese].
- 13) P. G. Charalambides and A. G. Evans, *J. Am. Ceram. Soc.*, **72**, 746-53 (1989).
- 14) J. W. Hutchinson and H. Jensen, *Mech. Mater.*, **9**, 139-63 (1990).
- 15) G. L. Povirk and A. Needleman, *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Tech.*, **115**, 286-91 (1993).
- 16) Y. Liu and Y. Kagawa, *Mater. Sci. Eng.*, **A212**, 75-86 (1996).
- 17) T. Kameda, S. Suyama, Y. Hayakawa, N. Amiji, M. Umezawa and H. Ichikawa, *Proc. 4th Japan Int. SAMPE Symposium (1995)* pp. 252-57.
- 18) J. Aveston and A. Kelly, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A294**, 519-25 (1980).