遺伝的アルゴリズムと境界要素法を用いた 多段階鉄筋腐食逆解析

皆川浩一*, 早房敬祐**, 須賀一博***, M. リダ***, 天谷賢治†, 青木 繁††

* 東洋大学 大学院 機能システム専攻

** 荏原総合研究所

*** 東洋大学 計算力学研究センター

† 東京工業大学 大学院 情報環境学専攻

†† 東洋大学 コンピュータショナル工学科

Multi-step Inverse Analysis for Rebar Corrosion using Genetic Algorithm and Boundary Element Method

Koichi Minagawa*, Keisuke Hayabusa**, Kazuhiro Suga***, M. Ridha***,
Kenji Amaya† and Shigeru Aoki††

* *Intelligent Material and Mechanics System, Toyo University*

** *Ebara Research. Co., LTD.*

*** *CCMR, Toyo University*

† *Department of Mechanical and Environmental Informatics, Tokyo Institute of Technology*

†† *Department of Computational Engineering and Science, Toyo University*

This research proposes an effective inverse analysis technique for solving an inverse problem to detect corrosion in reinforced concrete non-destructively from potentials on a concrete surface. The technique can detect the number, the shape and the location of corrosion without particular assumption with GA (genetic algorithm), and increases accuracy of solution gradually if necessary. The following three strategies achieve the proposed technique: (1) Control of analysis precision, i.e. coarseness of BEM (boundary element method) meshes, depending on required precision of solution. (2) Use of the net elements for BEM for decreasing the number of elements for steels. (3) Analysis with higher precision only within detected corrosion area on lower precise analysis. We performed a numerical simulation to solve an inverse problem for detecting steel corrosion in concrete with the proposed technique. The result showed that the proposed method could detect corrosion with high accuracy. The calculation time of the proposed method was about 1/100 in comparison with that of the previously proposed method.

Key words : corrosion, non-destructive inspection, inverse analysis, boundary element method, genetic algorithm, net element.

1. 緒 言

鉄筋コンクリートは、道路、橋脚、高層ビルなど、社会インフラの構成材料として広く利用されている。鉄筋コンクリート構造物の破壊事故の防止と保守コストの低減を図るためには、鉄筋腐食を非破壊で検出することが重要である。

コンクリート構造物内の鉄筋が腐食している場合、腐食した鉄筋表面近傍の電位は健全な鉄筋の表面近傍に比べて高くなる（本文では鉄筋内部の電位に対するコンクリート内の電位を用いるため、電気化学でよく用いられる電位と符号が逆になっている¹⁾）。そのため、腐食部分からコンクリートを通じて健全な部分に電流が流れる。

したがって、腐食している鉄筋付近のコンクリート表面の電位は高くなる。このため、コンクリート表面で測定される電位分布から、実験的方法²⁾⁻⁴⁾ばかりでなく有限要素法 (FEM) や境界要素法 (BEM)¹⁾などの数値解析的方法⁵⁾⁻⁸⁾により、鉄筋の腐食状態を予測・評価するための研究が活発に行われている。

前報において、鉄筋コンクリート構造物表面の少ない測定点における電位からコンクリート内の鉄筋腐食を同定する逆問題を解くことで、鉄筋腐食を非破壊で検出する方法を提案⁹⁾した（以下、従来法と呼ぶ）。従来法は、境界要素法 (BEM)¹⁾とマルチステップ遺伝的アルゴリズム (MGA)⁹⁾を用いて同定精度を徐々に向上させながら、任意の個数、形状、位置の腐食を同定する。

しかし、従来法では同定精度が粗い解を見つかる場合にも、詳細な解析メッシュを用いた境界要素解析を行っていた。そのため、解を得るために多大の計算コストを要するという問題があった。

本研究では、コンクリート内の鉄筋腐食を同定する逆問題において、網目要素¹⁰⁾と遺伝的アルゴリズム (GA)¹¹⁾を段階的に用いた効率的な逆解析手法を提案する。

具体的には、(1)求めたい解 (腐食) の精度に応じて解析精度、すなわち BEM に用いる要素分割の粗さを調節することで計算コストを低減する。(2)多くの構造物で鉄

* 〒350-8585 川越市鯨井 2100 (2100, Kujirai, Kawagoe, 350-8585 Japan)

** 〒251-0875 藤沢市本藤沢 4-2-1 (4-2-1, HonfuJisawa, Fujisawa, 251-0875 Japan)

*** 〒112-0001 東京都文京区白山 2-36-5 (2-36-5, Hakusan, Bunkyo-ku, Tokyo, 112-0001 Japan)

† 〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1 (2-12-1, O-okayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan)

†† 〒350-8585 川越市鯨井 2100 (2100, Kujirai, Kawagoe, 350-8585 Japan)

筋が網目状に配置されていることに注目し、鉄筋部分の要素分割に、網目要素を用いて要素数を減らす。網目要素は、網目構造に特有の電位および電流密度を表すことの出来る特殊な要素である。(3)解の精度を上げるには、腐食が存在すると判断された領域のみ取り出してGAにより詳細な逆解析を行う。すなわち、詳細な逆解析では、探索する解の自由度を限定し、短時間で解を収束させることができる。本手法の有効性を検証するために、腐食を同定する数値シミュレーションを行う。

2. 基礎理論

2.1 腐食モデル

コンクリート、土壌、海水などの電解質で満たされた領域を Ω とする。領域におけるイオンの蓄積または損失が無視できると仮定し、領域内の電気伝導度 κ を一定とすると、領域 Ω 内の電位 ϕ は次のラプラス方程式を満足する。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

領域 Ω の境界 Γ は、電位の指定された境界 Γ_d 、電流密度の指定された境界 Γ_n および金属構造物との境界 Γ_m からなる。各境界での境界条件は次式で与えられる。

$$\phi = \phi_0 \quad \text{on } \Gamma_d \quad (2)$$

$$i \left(\equiv -\kappa \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) = i_0 \quad \text{on } \Gamma_n \quad (3)$$

$$-\phi = f_m(i) \quad \text{on } \Gamma_m \quad (4)$$

ここで、腐食速度は Γ_m 上の i に比例する。 ϕ_0 は既知の電位 ϕ である。 i_0 は既知の電流密度 i である。 $\partial/\partial n$ は外向き法線方向の微分である。また、 $f_m(i)$ は分極曲線と呼ばれ、実験で求まる既知の非線形関数である。(1)式を境界条件(2)~(4)式の下に解くと、任意の位置での ϕ と i が求まる。

2.2 遺伝的アルゴリズム (GA)¹¹⁾

逆問題を解くためには、さまざまな方法が考えられるが、多くの場合いくつかの仮定の下で求めるべき量をパラメータ化(例えば、き裂同定逆問題では、き裂を楕円とし、その個数も仮定して、各楕円の中心、短半径、長半径、傾きなどのパラメータで求めるべきき裂を表す)するのが一般的である。鉄筋腐食は、形状がL字形やコの字形などであったり、その個数も様々であるので、このような仮定が有効でない。また、多くの局所解の存在が予想される。これらの困難に対処するために本論文および前報では、GAを採用した。GAは、自然淘汰のメカニズムに基づく確率的最適化手法の一つである。GAは一般に有限時間内で解けないと予測される問題(NP困難)や複数の局所解を持つ多峰性問題に有効である^{11)~13)}。GAでは、最適化すべきパラメータをコード化した遺伝子を持つ染色体とする。コード化には、例えば2進数のビット列を用いる。異なる遺伝子を持つ染色体を複数生成する。生成した染色体に遺伝的操作(選択、交差、突然変異)を繰り返し行い、適応度の高い染色体を探索する。

2.3 網目要素

網目状構造物にBEMを適用しようとする、膨大な要素数が必要となるため、多大な計算時間を要する。こ

Fig. 1 Net element.

の問題点を克服するため、網目状構造の特徴を考慮して、網目要素が開発された¹⁰⁾。網目要素は網目特有の電位および電流密度分布を少ない変数で表すことができる。要素内の縦および横方向の鉄筋本数をそれぞれ指定できる。Fig. 1では縦4本×横4本の場合を示している。

鉄筋表面から出入りする電流の密度分布を鉄筋の軸方向の直線の変化と周期的変化、周方向の周期的変化などの和とし、いくつかの変数で表現する。要求する解析精度に応じて、変数の数を変化させることができる。最も少ない変数を選んだ場合(変数の数=1)は鉄筋上の電位と電流密度は一定となる。これを一定網目要素と呼ぶことにする。このように変数を減少させることにより、解析時間を短縮することができる。

3. 鉄筋腐食同定逆問題の設定と解法の概要

コンクリート構造物内の鉄筋腐食の同定逆問題では、観測方程式を

$$\phi = g(C) \quad (5)$$

とする。 ϕ はコンクリート構造物表面の電位であり、 C は同定すべき腐食の個数、形状、位置などを表しており、本研究では腐食状態量と呼ぶことにする。

鉄筋腐食逆問題では(5)式の ϕ を測定して C を同定する。本研究では同定のためにGAを利用する。4章でその詳細を説明する。(5)式の g は C と ϕ の関係を表す既知の行列であり、(1)~(4)式から導かれる。本研究では g の導出にBEMを用いる。その詳細を5章で説明する。

4. GAを用いた多段階逆解析

4.1 GAの適用

(6)式で与えられる最適化問題をGAにより解くことで、逆問題の解を得る。

$$q(C) = \sum_{i=1}^N \{ \phi(x_i, y_i)(C) - \bar{\phi}(x_i, y_i) \}^2 \rightarrow \min \quad (6)$$

(6)式の C は腐食状態量である。 (x_i, y_i) は測定位置、 N は測定点の総数である。 $\bar{\phi}$ は測定値(電位)である。 ϕ は C を基に(5)式によって解析を行って得られる電位である。

GAに用いる評価関数 $F(C)$ を(7)式で定義する。

$$F(C) = \frac{1}{q(C)} \quad (7)$$

染色体の作り方について述べる。腐食探索範囲をFig. 2のようにいくつかの小領域に分割する。この小領域を

Fig. 2 Cell discretization. (Case where domain is discretized with 9 cells.)

Fig. 3 Cells including corroded and non-corroded rebar.

セルと呼ぶことにする。Fig. 2 では、腐食探索領域を 9 個のセルに分割している。腐食の探索はセル単位で行う。次に、Fig. 3 のように、腐食を含むセルを 1 とし、腐食を含まないセルを 0 として作成されるビット列を染色体とする。腐食状態量 C をこの染色体で表す。Fig. 3 では、腐食探索領域は 20 個のセルに分割されるので、腐食状態量 C を表す染色体は 20 個の 0 または 1 から成るビット列で表される。

4.2 多段階逆解析

Fig. 4 に多段階逆解析の手順を示す。(1)探索領域を定める。(2)鉄筋部分をセルで区切る。(3)セル分割に応じた染色体を作成する。(4)GA で腐食を同定する。(5)同定精度が十分でない場合は(1)に戻り腐食があるとされた領域をより詳細に解析する。同定精度が十分な場合は終了する。

多くのセルを用いて腐食探索を行う場合、GA では長い染色体を必要とする。このため、探索時間が膨大になるという問題が発生する。この問題を解決するため、逆解析を多段階に分けて行う。すなわち、最初の段階では探索領域を粗くセル分割し、腐食探索を行う。次の段階では、前の段階で腐食ありと同定されたセル（「腐食あり」セルと呼ぶ）を取り出し、このセルを腐食探索領域としてより小さなセルに分割する。こうすることによって各段階の GA で用いる染色体の長さを短くすることができる。

5. BEM による腐食解析

5.1 要素分割

コンクリート構造物表面の電位を評価するために BEM を用いる。要素は、コンクリート部分では、四角形一定要素を用いる。鉄筋部分では、一定網目要素を用いる。

腐食が無いセルでは、一つのセルに対して一つの一定

Fig. 4 Flow chart of multi-step inverse analysis.

Fig. 5 Discretization near corroded part of rebar with minimum net element.

網目要素を用いる。「腐食あり」セルでは、腐食付近は Fig. 5 のように、同定したい最小の腐食を表現できる一定網目要素（最小網目要素と呼ぶ）で要素分割を行う。

5.2 測定位置と腐食位置の設定

測定点は各セルの中心に置く。「腐食あり」セルでは、測定点から最も離れた位置にある一つの最小網目要素のみに腐食があるものと仮定する。仮定する腐食位置はすべてのセルで同じ位置にあるとする。

例えば Fig. 6 のように、腐食条件を与えた最小網目要素を左下隅に置く。腐食条件を加えた最小網目要素を強調するため、最小網目要素内に十字のシンボルを加える。以上のように腐食位置を仮定することで、セル内にある任意の個数、形状、位置の腐食を見落とすことを防ぐことができる。なぜならば、Fig. 6 の測定点で測定される電位 ϕ が、Fig. 6 で示す位置に腐食がある場合の測定電位 ϕ_m 以上ならば、「腐食あり」セルと判断されるため

Fig. 6 Location of measurement point and minimum net element for "cell with corroded rebar".

ある。なお、注目しているセル以外に腐食がある場合にも、このセルを「腐食あり」セルと判断する可能性があるが、その判定は安全側となる。

5.3 境界条件の設定

Fig. 7 のように j 段階目の逆解析において斜線部が「腐食あり」セルと同定された場合を考える。 $(j+1)$ 段階目では、この斜線部を腐食探索範囲とする。

$(j+1)$ 段階目の解析は、腐食探索範囲を中心とする 9 個のセルの範囲を取り出しに行く。境界条件は次のように定める。境界に接する前段階の要素で得られた電位の平均値を境界に与える。例えば Fig. 7 の $(j+1)$ 段階目の境界 Γ_a では、接する要素の j 段階目で得られた電位 $\phi_a, \phi_b, \phi_c, \phi_d$ の平均値とする。

この境界条件の与え方では、もし探索領域の隣のセル内で探索領域の近傍に腐食がある場合には、探索領域の電位の計算値 ((6) 式の ϕ) は本来の値よりも小さめに評価される。測定位 $\bar{\phi}$ は腐食が探索領域の近傍にあるので高いために、探索領域内に腐食があるとした方が GA の適応度は高くなる。したがって、腐食同定は安全側となる。

6. 逆解析の効率化

6.1 分極曲線の線形化

Wheat ら¹⁴⁾ は 10%NaCl の溶液中に鉄筋コンクリートを浸漬し分極を測定している。本研究では Fig. 8 のように、浸漬時間が短い場合 (45 日) を腐食なしの分極曲線、長い場合 (90 日) を腐食ありの分極曲線と見なした。これらの分極曲線を図中の実線のように、線形に近似した。腐食解析では、健全な鉄筋の分極曲線のカソード部分 (Fig. 8 の A) と腐食している鉄筋のアノード部分 (Fig. 8 の B) が重要なので、線形近似は精度の良い近似である。これにより、前処理として各セル一つだけが腐食している (5.2 で述べたようにセルの左下隅の十字部分が腐食している) 場合の表面電位を解析し、表として保存しておけば、GA の任意の染色体が表す腐食によるコンクリート表面電位は、前処理で求めた電位をその染色体の遺伝子の並びに応じて加算するだけで求めることができる。

6.2 網目要素の重ね合わせ

上述の前処理において、Fig. 9(a) に示すように、 p 番目のセルを「腐食あり」セルとする。「腐食なし」セルの解析には、セルの大きさの網目要素を用いる。「腐食あり」セルは複数の最小網目要素で要素分割し、左下隅の最小網目要素に腐食した鉄筋の分極曲線を与える。同

Fig. 7 Boundary condition for new analytical region.

Fig. 8 Linearization of polarization curve¹⁴⁾ for corroded and non-corroded parts.

Fig. 9 Discretization of each cell with net elements. (a) Cells with or without corrosion. (b) Superposition of minimum net element on net element for p -th cell.

様に、別のセルが腐食している場合も解析できるが、腐食位置が変わるたびに境界要素法の係数行列 $[H]$ と $[G]$ ¹⁾ の全成分を作り直さなければならない。この作り直し作業を最小にするために $[H]$ と $[G]$ の作成方法を次のようにする。

Fig. 10 Generation of coefficient matrices.

Fig. 11 Model of reinforced concrete specimen and detail of steel rebars.

「腐食あり」セルでは、Fig. 9(b)のように複数の最小網目要素をセルの大きさの網目要素に重ね合わせる。このとき[H]と[G]はFig. 10のようになる。Fig. 10で重ねられた網目要素(p 番目)に対応する網目要素の電流密度と電位を0と指定する。最小網目要素に対応する行列成分をFig. 10の斜線部に作成する。 $p+1$ 番目のセルに腐食がある場合は、 p 番目の網目要素の電位を ϕ_p 、電流密度を i_p とし、 $p+1$ 番目の網目要素の電位 ϕ_{p+1} と電流密度 i_{p+1} をそれぞれ0として、L字斜線部のみ作りかえる。こうすることにより、[H]と[G]の大半の成分(腐食なしの網目要素とコンクリート表面の要素に対応する行列成分)は作り直す必要がなくなる。

6.3 BEM メッシュの調整

コンクリート表面に用いた四角形一定要素によるメッシュ分割は次のようにした。計算時間を短縮するために最初の段階では、粗いメッシュを用い、段階が進むに従ってメッシュを細かくした。すなわち、同定精度に応じた解析精度が得られるようにメッシュ分割した。

6.4 逆解析の並列化

ある段階の逆解析において複数のセルが「腐食あり」と判断された場合、次の段階の各々の逆解析は独立し行うことが出来る。ゆえに、段階ごとに複数ある逆解析を並列に行うことにより、全体の解析時間を短縮することが可能である。

Fig. 12 Assumed and estimated profile of corrosion areas. (a) Assumed profile of corrosion areas. (b) Estimated profile of corrosion areas at 1-st step. (c) Estimated profile of corrosion areas at 2-nd step. (d) Estimated profile of corrosion areas at 3-rd step.

7. 解析例

Fig. 11に示すような、コンクリート構造物内に網目状に組まれた鉄筋が入っているモデルを考える。Fig. 12(a)に示すように3カ所に腐食があるとした。コンクリート表面は絶縁とし、Fig. 8の分極曲線を用いた。

逆解析に用いる測定値は、実際の値の代わりに順解析して得られた電位の値を、測定誤差を考慮して有効数字を3桁に丸めて模擬した。この結果をFig. 13に示す。測定点は各セルの中央真上のコンクリート表面に置いた。GAにおける交差は1点交差とし、終了条件としては世代が100に達したとき、または(7)式の適応度が 10^5 に達したときとした。

1段階目では、鉄筋部分を $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ の大きさのセルで 6×5 のセルに分割し、測定点はモデル上面の30点とした。1段階目の結果はFig. 12(b)に示すように、「腐食あり」セルが3グループに分かれた。

2段階目では、1段階目の「腐食あり」セルごとに逆解析を行った。それらのセルを $0.2 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$ の大きさのセルで 5×5 のセルに再分割し、25点の測定点を用いた。2段階目で最小網目要素を用いた腐食同定を行った。その結果をFig. 12(c)に示す。

Fig. 12(c)のAの腐食は1段階目の複数の「腐食あり」セルにまたがる位置に存在するため、5.3で述べたように腐食同定範囲を安全側に見積もり過ぎている可能性がある。よって、Aの腐食を含む4個のセルをまとめて解析領域とし、Aを腐食探索範囲として3段階目の探索を

Fig. 13 Simulation data of potential distribution on concrete surface.

行った。その結果は Fig. 12(d) のようになり、同定された腐食が、仮定した腐食と一致し、正しく腐食が同定された。

計算時間の比較を示す。Intel(R) Pentium(R) D 3.00 GHz の CPU (1 コアだけ使用)、4 GB のメモリを用いた場合、計算時間は従来法¹⁾ が 12551.596 s であったのに対して、本法では 125.698 s であった。計算時間は従来法¹⁾ の約 1/100 に短縮できた。本研究では並列計算を行わなかったが、もし並列計算を行えば更に計算時間を短縮できる。

8. 結 言

本研究では、コンクリート内の鉄筋腐食を同定する逆問題において、網目要素と遺伝的アルゴリズムを用いる効率的な手法を提案した。具体的には、(1) 段階が進むにつれて、同定精度に応じて境界要素分割を細かくした、(2) 網目要素の適用およびその重ね合わせを行った、(3) 各段階における解析領域を限定した。

簡単な例題により、本手法の有効性を示した。計算時間を従来法の 1/100 程度に短縮することが出来た。並列

計算を行えばさらに短縮できると考えられる。実験との比較を今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) S. Aoki, K. Amaya and M. Miyasaka, "Corrosion and Protection Analysis with the Boundary Element Method" (境界要素法による腐食防食問題の解析), Syokabo (1998).
- 2) ASTM, C, 876-91, 459 (1999).
- 3) H. Edahiro, T. Soshiroda, M. Takeuchi and Y. Yamamoto, *Proceedings of the Japan Concrete Institute*, **20** [1] 311 (1998).
- 4) S. Yamamoto, *Bousei Kanri (Rust Prev. Control)* **142**, 157 (1998).
- 5) M. Otomaru, M. Ohtsu, Y. Murakami and Y. Yamamoto, *Proceedings of the Japan Concrete Institute*, **12** [1] 539 (1990).
- 6) R. Oyama, T. Yajima and T. Uomoto, *Proceedings of the Japan Concrete Institute*, **17** [1] 865 (1995).
- 7) T. Yamamoto and M. Ohtsu, "Kouzoubutsu no shindan ni kansuru sinpojiumu ronbunshu" (構造物の診断に関するシンポジウム論文集), p.229 (1998).
- 8) K. Matsuoka, H. Okada, H. Ohnishi and S. Matsui, *Proc. 52nd Japan Conf. Materials and Environments, JSCE*, p.413 (2005).
- 9) M. Ridha, K. Amaya and S. Aoki, *Corrosion*, **57** [9] 794 (2001).
- 10) S. Aoki, K. Amaya and S. Imamori, *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, **72** [718] 830 (2006).
- 11) L. Davis, Y. Kakazu, S. Mikami, M. Minagawa, T. Kawakami, N. Takatori and K. Suzuki, "Genetic Algorithm Handbook" (遺伝的アルゴリズムハンドブック), Morikita-shyuppan (1994).
- 12) H. Kitano, "Genetic Algorithm 4" (遺伝的アルゴリズム 4), Sangyotoso (2000).
- 13) M. Iri, H. Konno and K. Tone, "Optimization Handbook" (最適化ハンドブック), Asakurasyoten (2004).
- 14) H. G. Wheat and Z. Eliezer, *Corrosion*, **41** [11] 640 (1985).

(Manuscript received January 22, 2008;
in final form April 30, 2008)

要 旨

本研究では、コンクリート表面で得られる電位からコンクリート内の鉄筋腐食を同定する逆問題において、網目要素と GA を段階的に用いて効率的な逆解析を行う手法を提案した。提案する手法は、GA を用いて特別な仮定を設けなくとも任意の個数、形状、位置の腐食を見つけることができる。また、必要に応じて同定精度を向上できる。次のような方法で、提案する方法を実現している：(1) 必要とする解の精度に応じて解析精度、すなわち BEM に用いる要素分割の粗さを調節する。(2) 鉄筋の要素分割に、網目要素を用いて要素数を減らす。(3) 腐食が存在すると判断された領域のみを取り出して詳細な逆解析を行う。数値シミュレーションを行った。その結果、提案する方法で精度良く腐食を見つけることができることが分かった。従来の方法にくらべ計算時間は約 1/100 になった。

キーワード 腐食、非破壊検査、逆解析、境界要素法、遺伝的アルゴリズム、網目要素