防食電流の増加を示した。

2) 自動防食における基準電極の設定位置は船体に塗装した塗膜保護の見地から陽極のすぐ側が望ましく、塗膜の最高許容電位以下に ($-0.9 \sim -1.0$ vs. SCE) 保つのが望ましい。

3) 船体の塗装方法、塗料の種類、海水の状態によって変動があると思われるが、陽極の間隔は 4 m 程度にしておけば良い。

討

花田政明(日本防蝕) 陽極の近くに照合電極を置いた場合、適当と思う設定電位は？

植田 ビニル系塗料の場合 -1.00 V, 油性塗料の場合 -0.90 V くらいと考える (いずれもカロメル基準)。

花田 航走中はプロペラ軸が船体と絶縁されるので、防食電流はあまり増さないのではないかな？

植田 われわれの計測によると 2 倍程度の防食電流を必要とした。プロペラ軸と船体とをカーボンブラシなどで短絡すると所要防食電流は更に増大する。

福谷英二(中川防蝕) 船の浸水面積はいくらか？

植田 100 m^2 である。

日根文男(京大工) 防食しないで放置した試験片というものは電場中に置かれているのかな？

植田 そうである。したがっていくらかの迷走電流による腐食があると考えられる。

日根 全電圧はどのくらいかな？ かなり高い電位差がかかっているとすれば、その voltage balance はいかな？

植田 約 25 V の電源を用い、実際には数 V がわか

4) 陽極の周囲を高抵抗塗膜で被覆することは電位分布を平坦化するのに有効であるが、塗膜の種類、被覆面積と電位分布の関係については更に検討を必要とする。

最後に、本研究の実施に当り長崎造船所船渠課、修繕課、ひよどり丸乗組員の方々に多大の援助をいただいた。ここに感謝の意を表する次第である。

(昭和 39 年 4 月 10 日受理)

論

っている。Voltage balance は不明だが、船体と鋼板陽極との間の電解質側の電位差は小さいもので、大部分は電気回路内で drop している。

寛達彦(中川防蝕) 電位測定用の基準電極は？

植田 すべての基準電極は塩化銀電極を使用した。

重野隼太(東工試) 航走中の基準電極に対する保護方法はどのようにしたかな？ また、海水が出入する構造となっているのかな？

植田 図のような構造のもので、これを水平に取りつけている。

森稔(川崎重工技研) 船の浸水部の塗装系 (塗料の種類と塗装回数) は？ また、塗膜が浸水後どのくらい経過したもので測定されたのかな？

植田 塗装は油性塗料を WP 1 回 + AC 3 回 + AF 2 回。また、浸水後 30 日経ってから測定した。

船 体 電 気 防 食 に 関 す る 研 究

(I) 平板陰極に対する理論的検討*

吉 井 徹** 植 田 健 二**

Studies on Cathodic Protection for Ship Hull

(I) Introduction of a Theoretical Formula for the Potential Distribution

Tôru Yoshii and Kenji Ueda

There have been published few formulae for theoretically calculating the potential distribution on infinite steel plate such as required for designing the anode pitch in the cathodic protection.

This report introduces a theoretical formula for the potential distribution in which the authors assumed the current path from the anode to the cathode taking into consideration the polarization resistance and the paint film resistance.

* 昭和 38 年 10 月 17 日 第 10 回腐食防食討論会(宝塚)において発表

** 三菱重工業(株)長崎研究所(長崎市飽ノ浦 1 丁目)

1. 緒 言

前報*において、船体外板の電気防食施工の際の陽極の間隔、基準電極位置、電位設定用電極の位置等の関係について報告した。しかし、電気防食施工の際、設計するための手がかりがほとんどなく、等角写像法による解法があるに過ぎず、しかもこれには陰極板上の分極抵抗および塗膜抵抗に対する考慮がされていないので、その解も単に電流分布の状況を知る程度で、応用にはほど遠いものである。以上のような現状に対し筆者らは別の角度から考察を加えて計算式を導いたのであるが、関係各位のご意見、ご批判をいただきたく、ここに発表する次第である。

2. 計算にあたっての考え方

船体外板のように有限で複雑な形状のものの電位・電

図1 陽極に対して無限平板とみなされる船体

図2 船体断面の二次元的取り扱い

r : 陽極半径
 X : 船体面に沿う横軸
 Y : 船体面に垂直の縦軸

図3 仮想円柱内の電流の流れ

ように、半径 r の陽極を底とした仮想的な円柱を考え、その円柱の側面には特定の界面抵抗が存在するとする。そ

して陽極から流出した電流 i_v はこのような仮想円柱軸に沿って流れ、そして Y 軸方向における電位降下に相当

図4 円柱側面からの電流の流れ

する電流は逐次仮想円柱側面より円柱外に流出するものとする。すなわち Δy 間の電流の減少 Δi_v は Δy 間において、仮想円柱側面より流出した電流 i_x に等しい。以上は陽極より流出した電流についての仮定で、次に陰極に流入する電流について述べる。これは図4に示したように、半径 r 、高さ H の側面のみが露出した円柱を考え、円柱側面から流出した電流 i_x は前記と同じく取り扱う。ただし電流はまず X 軸に平行に流れ、その後逐次 X 軸に流入するものとする。以上の仮定により、図3、図4のモデルについてそれぞれ、電流、電位分布の式を求めたのちに仮想円柱の実効高さ H を求め、陽極から陰極への電流の流通経路を一般式として表現することを試みたのである。

3. 計 算

3.1 仮想円柱側面の流出電流の式

図3において微小部分 Δy を横切る電流 i_v と電圧 V_v の変化を得るためにオームの法則を適用すると

$$\Delta i_v = -(2\pi r^2 V_v / r_h) \cdot \Delta y \quad (1)$$

$$\Delta V_v = -(\rho i_v / \pi r^2) \cdot \Delta y \quad (2)$$

(1) 式の負号は円柱側面への流出による電流の減少を示し、(2) 式の負号は抵抗により Δy 部分を横切る電圧降下を示す。ここに符号は次のように定める。

i_v (A) : 仮想円柱内の任意の点における電流

ρ (Ω -cm) : 海水の比抵抗

r_h (Ω -cm²): 半径 r の陽極を底とする仮想円柱側面に存在すると考えた単位抵抗

V_v (V) : 仮想円柱内の任意の点における電圧

r (cm) : 陽極の半径

i_x (A/cm) : 仮想円柱側面より流出する電流

(1), (2) 式の両辺を Δy で割り Δy を 0 に近づけて極限をとれば

$$di_v/dy = -2\pi r V_v / r_h \quad (3)$$

$$dV_v/dy = -\rho i_v / \pi r^2 \quad (4)$$

この両式の一般解は次の通りである。

$$V_v = C_1 e^{k_v y} + C_2 e^{-k_v y} \quad (5)$$

$$i_v = C_1 e^{k_v y} + C_2 e^{-k_v y} \quad (6)$$

ここで $y=0$: $V_v = V_{y=0}$, $y \rightarrow \infty$: $V_v = 0$ とすれば

* 吉井, 植田, 柳: 本誌本号前掲報文

$V_{y=0} = C_1 + C_2$, $C_1 = 0$ であるから $C_2 = V_0$ ゆえに

$$V_y = V_{y=0} e^{-ky} \quad (7)$$

$$\text{ただし } k = \sqrt{2\rho/r_h \cdot r}$$

また同様にして

$$i_y = I_0 e^{-ky} \quad (8)$$

仮想円柱内の電圧, 電流は (7), (8) 式で計算される。

(3), (7) 式から

$$\begin{aligned} i_x &= di_y/dy = -(2\pi r/r_h) \cdot V_y \\ &= -(2\pi r/r_h) \cdot V_{y=0} \cdot e^{-ky} \end{aligned} \quad (9)$$

i_x は仮想円柱側面の任意の点から流出する電流を示し, 図 5 に示したごとく, e^{-ky} に従い急激に減少する。

図 5 仮想円柱から流出する電流と実効高 H

3.2 高さ H , 半径 r の円柱状陽極の側面が露出した場合の, 陰極上の電位および陽極の界面抵抗の式

図 6 に示したごとく半径 r , 高さ H の円柱状陽極の側面から電流はまず無限に大きい陰極平面に平行に流れ, 次に陰極平面に垂直に電流は流入しつつ減衰すると仮定する。図 6 において微小部分 dx を通過する電流 i と電圧 V_x の変化を 3.1 で求めたと同様の方法で求めると, 次の一組の微分方程式を得る。

図 6 円柱陽極側面から電流流出

$$di/dx = -(2\pi x/r_0) \cdot V_x \quad (10)$$

$$dV_x/dx = -(\rho/2\pi Hx) \cdot i_x \quad (11)$$

ただし, $r_0 (\Omega\text{-cm}^2)$: 陰極面上の単位面積についての抵抗(分極抵抗と塗膜抵抗の合成したもの)

$\rho (\Omega\text{-cm})$: 海水の比抵抗

$i_x (A)$: P 点における電流

$V_x (V)$: P 点における電圧

$r (cm)$: 陽極の半径

$H (cm)$: 陽極の高さ

(11) 式を x について微分した結果に (10) 式を代入すれば次の微分方程式が得られる。

$$d^2 V_x/dx^2 + (1/x) \cdot (dV_x/dx) - \alpha^2 V_x = 0 \quad (12)$$

$$\text{ただし } \alpha = \sqrt{\rho/r_0 H}$$

α が一定とすれば, (12) 式の一般解は

$$V_x = aK_0(\alpha x) + bI_0(\alpha x) \quad (13)$$

(11) 式より

$$\begin{aligned} i &= -(2\pi Hx/\rho) \cdot (dV_x/dx) \\ &= -(2\pi Hx\alpha/\rho) [aK_1(\alpha x) + bI_1(\alpha x)] \end{aligned} \quad (14)$$

ただしここに示した K_0, I_0, K_1, I_1 等は円錐関数であり数表²⁾により計算することができる。

3.3 半径 r の陽極端を一定電位 V_r に設定したときの X 軸上の各部の電位 V_x および陽極流出電流について

$x=r$ のとき $V_x = V_r$ また $x=\infty$ のとき $i=0$ とすれば, (13), (14) 式から $b=0$ を得る。ゆえに

$$V_x = V_r K_0(\alpha x)/K_0(\alpha r) \quad \text{ただし } x \geq r \quad (15)$$

$$i = -(2\pi Hx\alpha/\rho) \cdot [K_1(\alpha r)/K_0(\alpha r)] \cdot V_r \quad (16)$$

(16) 式で $x=r$ とすれば

$$I = -(2\pi Hra/\rho) \cdot [K_1(\alpha r)/K_0(\alpha r)] \cdot V_r \quad (17)$$

上式の I は半径 r の陽極から流出する全電流を示す。

(17) 式から $|V_r|/|I|$ を求め, これを R_r とすれば

$$\begin{aligned} R_r &= |V_r|/|I| \\ &= (\rho/2\pi Hra) \cdot [K_0(\alpha r)/K_1(\alpha r)] \end{aligned} \quad (18)$$

この R_r は $2\pi rH$ の表面積をもつ円柱陽極と海水の界面に存在する抵抗を意味し, 3.1 で想定した r_h と次の関係があることがわかる。

$$r_h = 2\pi rHR_r = (\rho/\alpha) \cdot [K_0(\alpha r)/K_1(\alpha r)] \quad (19)$$

3.4 半径 r の陽極の中心から距離 m の点における電位を V_m に設定したときの各点における電位と陽極からの流出電流

$x=m$, $V = V_m$ また $x \rightarrow 0$, $i=0$ とすれば

$$V = V_m \cdot K_0(\alpha x)/K_0(\alpha m) \quad (20)$$

$$i = -(2\pi Hx\alpha/\rho) \cdot [K_1(\alpha x)/K_0(\alpha m)] \cdot V_m \quad (21)$$

(20) 式で $x=r$ とおけば, そのときの値は陽極端の電位 V_r を示し陰極面上の最高電位を示す。また (21) 式に $x=r$ において (22) に代入すれば

$$\begin{aligned} I &= -(2\pi Hra/\rho) \cdot [K_1(\alpha r)/K_0(\alpha m)] \cdot V_m \\ &= -(2\pi Hra/\rho) \cdot [K_1(\alpha r)/K_0(\alpha r)] \cdot V_r \end{aligned} \quad (22)$$

(22) 式は (17) 式と等しい。

3.5 仮想円柱の実効高さ H

半径 r , 高さ H の円柱側面の抵抗は 3.2 において検討したごとく (19) 式で求められることが明らかとなった。すなわち

$$r_h = 2\pi rHR_r = (\rho/\alpha) \cdot [K_0(\alpha r)/K_1(\alpha r)]$$

さて, 前述のように円柱側面から X 軸に平行に流出する電流 (i_x) は図 5 に示したごとく Y 軸の各点で異なる

るが、これらの合計したものは陽極よりの流出電流 I と等しいから次式で示される。

$$I = \int_0^{\infty} i_x dy = \int_0^{\infty} (2\pi r/r_h) \cdot V_{y=0} \cdot e^{-ky} \cdot dy \\ = (2\pi r/r_h k) \cdot V_{y=0} \quad (23)$$

(9) 式において $y=0$ としたときの i_x の値を i_0 とおくと

$$i_0 = -(2\pi r/r_h) \cdot V_{y=0} \quad (24)$$

図 5 に示したように上式の i_0 を一辺とする矩形 AB CD を考え、この矩形の面積が $X \cdot Y$ 両軸と (9) 式の曲線で囲まれる面積と等しいときの AD の高さ H を求めこれを陽極の実効高さと呼ぶこととする。これは (23), (24) 式から

$$H = I/i_0 = 1/k = \sqrt{r_h r / 2\rho} \quad (25)$$

このような H を考えれば図 7 に示すごとく陰極平面内の半径 r なる陽極を高さ H の円柱陽極に置換え、今まで述べた諸式を利用して電位、電流の計算が可能となる。

図 7 半径 r の平板陽極から高さ H の陽極への置換

$$H = \sqrt{r_h r} = \sqrt{\frac{r K_0(\alpha r)}{2\alpha K_1(\alpha r)}}$$

また (19), (25) 式から

$$H = \sqrt{r K_0(\alpha r) / 2\alpha K_1(\alpha r)}$$

$$\text{ただし } \alpha = \sqrt{\rho / r_0 H} \quad (26)$$

(26) 式は簡単にとけないが ρ, r_0 をパラメーターとして $r-H$ 図表を作製しておけば実際の計算のとき便利である。

4. 陽極が2個のときの電位分布計算式

図 8 のごとく陽極 A の中心 O を原点とし陽極 B の

図 8 陽極 2 個の場合の電位

中心までの距離を L とする。陽極 A の半径を r_1 , B の半径を r_2 とし、それぞれの陽極端電位 ($x=r_1, x=L$

$-r_2$) を V_{r_1}, V_{r_2} とすれば x 点の電位は電流の重畳となりたつとして、

$$V_x = [K_0(\alpha x) / K_0(\alpha r_1)] \cdot V_{r_1} \\ + \{K_0[\alpha(L-x)] / K_0(\alpha r_2)\} \cdot V_{r_2} \quad (27)$$

ただし $r_1 \leq x \leq (L-r_2)$

同一形状の陽極を使用したとき、 $r_1=r_2=r, V_{r_1}=V_{r_2}=V_0$ とおけば (27) 式は次式のごとくなる。

$$V_x = [V_0 / K_0(\alpha r)] \cdot \{K_0(\alpha x) + K_0[\alpha(L-x)]\} \quad (28)$$

いま $x=r$ の点の電位を V_{00} に設定したとき上式より

$$V_{00} = [V_0 / K_0(\alpha r)] \cdot \{K_0(\alpha r) + K_0[\alpha(L-r)]\}$$

ゆえに

$$V_0 = V_{00} \cdot K_0(\alpha r) / \{K_0(\alpha r) + K_0[\alpha(L-r)]\} \quad (29)$$

(29) を (28) に代入すれば 2 個の陽極の中心線上の電位は

$$V_x = \{K_0(\alpha x) + K_0[\alpha(L-x)]\} \\ / \{K_0(\alpha r) + K_0[\alpha(L-r)]\} \cdot V_{00} \quad (30)$$

各部の電流変化は

$$i = -2\pi x H / \rho \cdot dV_x / dx = - (2\pi x H \alpha / \rho) [K_1(\alpha x) \\ + K_1[\alpha(L-x)] / K_0(\alpha r) + K_0[\alpha(L-r)]]$$

$x=r, x=L-r$ の点の電流の合計を全電流とすれば

$$I = - (2\pi r H \alpha / \rho) \{ [K_1(\alpha r) + K_1[\alpha(L-r)]] \\ / \{K_0(\alpha r) + K_0[\alpha(L-r)]\} \} \times 2 \quad (31)$$

(31) 式は 2 個の陽極の場合の所要電流を示す。

一般に陽極間距離 L の 2 個の陽極 (半径 r) A および B から m, n の距離の点 P における電位 V_p は

$$V_p = \{ [K_0(\alpha m) + K_0(\alpha n)] / [K_0(\alpha r) \\ + K_0[\alpha(L-r)]] \} \cdot V_{00} \quad (32)$$

陽極 A の中心を XY 座標の原点に選べば (図 9)

図 9 陽極 2 個の場合の電位

$$\left. \begin{aligned} m &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ n &= \sqrt{(x-L)^2 + y^2} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

(33) 式の関係を (32) 式に入れて

$$V_p = \{ [K_0(\alpha \cdot \sqrt{x^2 + y^2}) \\ + K_0(\alpha \cdot \sqrt{(x-L)^2 + y^2})] / [K_0(\alpha r) \\ + K_0[\alpha(L-r)]] \} \cdot V_{00} \quad (34)$$

上式は $X \cdot Y$ 平面上の任意の点の電位を示す。 $y=0$ のとき (34) 式は (30) 式と等しくなる。(30) 式において $x=L/2$ の点の電位を防食に必要な最低の分極電位にお

けば,

$$\begin{aligned} V_x &= V_{\min} \\ V_{\min} &= \{ [K_0(\alpha L/2) + K_0(\alpha L/2)] / [K_0(\alpha r) \\ &\quad + K_0(\alpha(L-r))] \} \cdot V_{00} \\ &= 2K_0(\alpha L/2) \cdot V_{00} / [K_0(\alpha r) + K_0(\alpha(L-r))] \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} L \gg r \text{ とすれば } K_0(\alpha r) &\gg K_0(\alpha(L-r)) \\ V_{\min} &\doteq 2K_0(\alpha L/2) \cdot V_{00} / K_0(\alpha r) \\ K_0(\alpha L/2) &= (V_{\min} / 2V_{00}) \cdot K_0(\alpha r) \\ \text{ゆえに } \alpha L/2 &= \beta \text{ とおけば} \\ L &= 2\beta/\alpha \end{aligned} \quad (36)$$

討

日根文男(京大工) 船体に比べて陽極は小さいので点電極と考えてもよいと思うが。いかが？

植田 点電極と考える解き方では船体上の分極を無視することが不可なので不十分と思う。

(36) 式から完全防食の可能な最大陽極間隔を決定できる。

5. ま と め

無限平板上に半径 r の陽極があった場合の陰極板上の電位分布, 電流分布について, いろいろな仮定をおいて計算し, 理論式を誘導した。これらの応用ならびに実測との比較については次報で述べることにする。

(昭和39年8月5日受理)

文 献

- 1) 泉, 近藤, ほか: 共立数学公式
- 2) 安宅, 門司: 円周関数表

論

花田政明(日本防蝕) 船体の場合, 鉛合金電極を水流方向に合わせて設置し, その周辺に帯状の絶縁材料を取りつけるのがおもしろいと思う。このような場合について理論計算してもらいたい。

船 体 電 気 防 食 に 関 す る 研 究

(II) 電位分布計算式の実際への適用*

吉 井 徹** 植 田 健 二**

Studies on Cathodic Protection for Ship Hull

(II) Exemplification of the Theoretical Formulae for the Potential Distribution

Tôru Yoshii and Kenji Ueda

In the previous report, the authors introduced a theoretical formula for the potential distribution in the cathodic protection.

This report describes comparison of the calculated values through the formula with the measured values in some actual cases, that is, exemplification of the formula.

In order to make this comparison, the authors experimentally obtained the composite values of

the paint film resistance and the polarization resistance as follows:

$10^3 \sim 10^4 \Omega\text{-cm}^2$ for non-painted steel plate

$10^6 \sim 10^7 \Omega\text{-cm}^2$ for painted steel plate

Then, the authors made calculation in several cases of cathodic protection by substituting the above values in the theoretical formula, and as the result the calculated values were found in good agreement with the measured ones.

1. 緒 言

第1報¹⁾において無限平板に対する陽極からの電流経路を仮定して電位分布および防食電流を求める計算式を導き出した。本報はその式と実際との比較について説明をする。

2. 塗膜抵抗ならびに分極抵抗について

前報における式に基づいて計算する場合, 次式の実効高さ H を求める必要がある。

$$H = \sqrt{\frac{rK_0(\alpha r)}{2\alpha K_1(\alpha r)}} \quad \alpha = \sqrt{\frac{\rho}{r_0 H}}$$

r (cm) : 陽極の半径

ρ ($\Omega\text{-cm}$) : 海水の比抵抗

* 昭和38年10月17日 第10回腐食防食討論会(宝塚)において発表

** 三菱重工業(株)長崎研究所 (長崎市飽ノ浦1丁目)