単純熱伝導分岐と熱音響自励振動分岐

富永 昭

Simple Heat-Conduction and Thermoacoustic Self-Sustained Oscillation Branches

Akira TOMINAGA

Synopsis: Simple heat-conduction and thermoacoustic self-sustained oscillation branches are discussed employing current thermodynamics and thermoacoustic theory. Supposing a short regenerator where the local entropy production rate is homogeneous, thermodynamic stability is discussed analytically. Minimizing the entropy production rate of the short regenerator gives both simple heat conduction and the thermoacoustic self-sustained branches for a given oscillation mode. Necessary conditions for maintaining the thermoacoustic self-sustained branch restrict the oscillation mode. The conditions required for attaining stable oscillation in the short regenerator are also discussed.

Keywords: thermoacoustics, thermoacoustic self-sustained oscillation, law of minimum entropy production rate, dissipative structure

1. はじめに

熱音響自励振動現象は釜鳴り、レイケ管などを通して文献上では18世紀から知られている興味深い現象¹⁾であり、固体のピストンやディスプレイサーの無いスターリングエンジンとしての開発研究²⁾も20世紀末から進められている。

熱音響現象を理解するための研究は熱音響自励振動現象の研究から始まった。蓄熱器の温度勾配は熱音響自励振動が生じていない場合に比べると熱音響自励振動が生じている場合のほうが大きい。熱音響自励振動が生じる限界の温度勾配をN. Rott³⁾は安定限界と命名した。安定限界を線形近似で流体力学的に議論したH. A. Kramers⁴⁾はその結果が実験と合わないために線形近似では無理と結論した。かなり特殊な蓄熱器を想定して線形近似で流体力学的に安定限界を調べたRott³⁾の議論はT. Yazakiら⁵⁾の実験により支持された。初期のRott理論は定在波のみ扱ったが、後に進行波も含むように拡張されて⁶⁻⁷⁾、現代の熱音響理論⁸⁾まで進歩した。この熱音響理論は、強制振動の場合に適用されて熱音響冷凍機の理解と開発に欠かせないものとなった。

熱音響現象は熱力学的には非平衡系なので、熱音響現象を熱力学的に理解するためには、まず、非平衡系の熱力学を理解する必要がある。熱力学の第一法則と第二法則とは熱機関という非平衡系の熱力学研究で見いだされた経験則であり、いずれも局所的生成量に関わる経験則である⁹⁾。その後に馴染みの平衡系の熱力学が進歩した。熱力学の基本法則には熱力学の第一法則と第二法則だけでなくエント

ロピー生成最小の法則がある。エントロピー生成最小の法則は熱力学系の安定性と密接な関わりがあり、エントロピー生成が最小の状態が熱力学に安定な状態であるという経験則である。ルシャトリエ・ブラウンの法則や一様温度での発熱量最小の法則はエントロピー生成最小の法則の現れである。

安定な熱音響現象は周期的定常状態なので、熱音響現象の理解は二つの階層構造をとり、非平衡系の熱力学としての理解は上位の階層であり、流体力学的理解は下位の階層である。この二つの階層をつなぐための一つの提案が現代の熱音響理論である。

熱音響現象の熱力学的理解を目指す研究が本格的に始まったのは21世紀に入ってからのことである。熱音響理論と熱力学の第一法則と第二法則とを使って熱音響現象がドリムパイプとヒートポンプと原動機とに分類され、熱音響熱機関の必要条件が議論された。熱音響熱機関の必要条件は蓄熱器が熱音響熱機関として動作するために可能な温度勾配や位相差の範囲を制限した¹⁰⁾。局所的エントロピー生成が蓄熱器中で一様とみなせるように非常に短い蓄熱器を想定すると、振動モード（周波数と位相差とインピーダンス）と振幅とを束縛条件としてエントロピー生成最小の法則を使うことで、強制振動では熱力学的に安定な温度勾配が一意的に決まることが判明した¹¹⁾。熱力学的に安定な温度勾配の値は強制振動の束縛条件で決まり、安定な温度勾配が存在するためには強制振動の振動モードと振幅とが制限される。

熱音響自励振動の場合には振幅を束縛条件とすることができない。熱音響自励振動の実験によれば、振動モードは主に共鳴管などで決まるが、安定な温度勾配だけでなく振幅も独りで決まるからである。従って、熱音響自励振動では振幅の代わりに何を束縛条件とするかが問題となる。

Received October 29, 2004

筑波大学大学院数理物質科学研究科

〒305-8571 つくば市天王台1-1-1

Graduate School of Pure and Applied Science, University of Tsukuba,
1-1-1 Tennohdai, Tsukuba 305-8571, Japan

E-mail: tominaga@sakura.cc.tsukuba.ac.jp

熱力学的議論で重要なものにプリゴジン (I. Prigogine) の視点がある。熱力学系は平衡状態から遠く離れるとある種の秩序状態を自発的に作り出すことがあることに着目したプリゴジンは、平衡状態から遠く離れたときに出現する秩序状態を散逸構造 (dissipative structure) と命名し、散逸構造を研究した。その成果の一部分は著書¹²⁾ にまとめられている。しかしプリゴジンは平衡状態からの距離を何で測るかを明確にしていない。平衡状態からの距離の尺度は現象に依存する。

プリゴジンの視点に立つと、熱音響自励振動は平衡状態から遠く離れたときに出現する散逸構造の一つである。熱音響自励振動の実験状況から判断すると、エントロピー流 $\dot{S}$ を与えることで安定な振幅と温度勾配とが独りでに決まっているように見える。すなわち、 $\dot{S}$ の大きさが小さいと安定な振幅が零の単純熱伝導分岐が実現され、 $\dot{S}$ の大きさが大きくなってある臨界値を越すと安定で有限振幅の熱音響自励振動分岐が実現される。こういうわけで、 $\dot{S}$ の大きさを平衡状態からの距離の尺度と考えることができる。

本論文では、局所的エントロピー生成が蓄熱器中で一様とみなせるような非常に短い蓄熱器を想定し、振動モードと平衡状態からの距離とを束縛条件としてエントロピー生成最小の法則を採用することで、熱音響自励振動の単純熱伝導分岐と熱音響自励振動分岐を議論する。

2. 熱音響理論のまとめ

熱力学に依れば、定常状態と周期的定常状態では、局所的エントロピー生成 Σ と仕事源 $W \equiv \text{div } \vec{l}$ とエントロピー流 $\dot{S}$ との間には

$$\Sigma = -\frac{W}{T_m} - \frac{\dot{S} \nabla T_m}{T_m} \quad (1)$$

の関係がある⁹⁾。これは熱力学第一法則の結果である。安定な熱音響現象は周期的定常状態なので、この関係を使うことができる。

熱音響理論⁸⁾ に依れば、仕事流 $\vec{l}$ 、エントロピー流 $\dot{S}$ 、仕事源 $W \equiv \text{div } \vec{l}$ は

$$\vec{l} = \sin \theta a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2$$

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{S}_\theta + \dot{S}_D + \dot{S}_K \\ &= \left(a_\theta - \frac{\nabla T_m}{\Theta_D} \right) \frac{1}{T_m} a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 + \dot{S}_K \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} W &= W_\theta + W_v + W_p \\ &= \left(b_\theta \beta \nabla T_m - \Gamma \frac{\omega}{a_s} \right) a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 \\ &= (\nabla T_m - \Theta_W) b_\theta \beta a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

である。ここで

$$\begin{cases} \hat{A} \equiv \sqrt{\frac{\hat{p}}{p_m} \frac{\langle \hat{u} \rangle_r}{a_s}} \geq 0 \\ Z \equiv \frac{1}{p_m a_s} \frac{\hat{p}}{\langle \hat{u} \rangle_r} \geq 0 \end{cases}$$

はそれぞれ振幅とインピーダンスを規格化したものであり無次元量である。以下では規格化された振幅 $\hat{A}$ を振幅と呼び、規格化されたインピーダンス Z をインピーダンスと呼ぶことにする。インピーダンスは振幅に依らない。

$$\Theta_D \equiv \frac{\omega Z a_s}{a_D C_p} > 0 \quad (4)$$

$$\Theta_W \equiv \frac{\Gamma}{b_\theta \beta} \frac{\omega}{a_s} \quad (5)$$

は、温度勾配の次元をもつパラメーターであり、振幅に依らない。 Θ_D の符号は正である。

$$\Gamma \equiv \frac{b_v}{Z} + b_p Z (\gamma - 1) > 0 \quad (6)$$

は振幅に依らない正の無次元量である。 Θ_D と Θ_W とは振動モード (角周波数 ω と位相差 θ とインピーダンス Z) に依存する。 Θ_W の符号は $b_\theta \beta$ の符号と同じである。

$$\begin{cases} a_\theta \equiv -\text{Re} \{ F_S g \} \sin \theta - \text{Im} \{ F_S g \} \cos \theta \\ \quad = -|F_S g| \sin(\theta + \arg \{ F_S g \}) \\ a_D \equiv -\text{Im} \{ g_D \} \text{Re} \left\{ \frac{1}{1 - \chi_v} \right\} > 0 \end{cases}$$

と

$$\begin{cases} b_\theta \equiv \text{Re} \{ F_S h \} \sin \theta - \text{Im} \{ F_S h \} \cos \theta \\ \quad = |F_S h| \sin(\theta - \arg \{ F_S h \}) \\ b_v \equiv -\text{Im} \left\{ \frac{1}{1 - \chi_v} \right\} > 0 \\ b_p \equiv -\text{Im} \{ F_S \chi_\alpha \} > 0 \end{cases}$$

とは式を短くするために導入した無次元パラメーターであり、 a_θ と b_θ とは位相差 θ に依存する。単純熱伝導によるエントロピー流

$$\dot{S}_K \equiv -\frac{\kappa}{T_m} \nabla T_m$$

は振幅に依存しない。

局所的エントロピー生成 Σ は(1)に(2)と(3)を代入すると

$$\Sigma = \Sigma_\theta + \Sigma_v + \Sigma_p + \Sigma_D + \Sigma_K$$

$$\begin{aligned} \Sigma_\theta &\equiv -\frac{\dot{S}_\theta \nabla T_m + W_\theta}{T_m} \\ &= -(a_\theta + b_\theta \beta \nabla T_m) \frac{\nabla T_m}{T_m^2} a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Sigma_v + \Sigma_p \equiv -\frac{W_v + W_p}{T_m} = \Gamma \frac{\omega}{T_m} \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 \geq 0$$

$$\Sigma_D \equiv -\frac{\tilde{S}_D \nabla T_m}{T_m} = \frac{1}{\Theta_D} \left(\frac{\nabla T_m}{T_m} \right)^2 a_S \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 \geq 0$$

$$\Sigma_\kappa \equiv -\frac{\tilde{S}_\kappa \nabla T_m}{T_m} = \kappa \left(\frac{\nabla T_m}{T_m} \right)^2 \geq 0$$

となる⁸⁾。 Σ_θ だけは符号が定まらない。熱力学の第二法則は $\Sigma \geq 0$ である。

熱音響理論と熱力学の第一法則と第二法則とを使った議論¹⁰⁾によれば、熱音響現象では $\tilde{S} < 0$ であり、熱音響現象はヒートポンプ ($\nabla T_m < 0$) と原動機 ($W > 0$) とドリムパイプ ($W \leq 0$ かつ $\nabla T_m \geq 0$) とに分類された。この分類を使うと、熱音響熱機関 (原動機とヒートポンプの総称) では

$$b_\theta \beta T_m > 0 \quad (8)$$

が必要であり、さらに、ヒートポンプ ($\nabla T_m < 0$) では

$$a_\theta < 0$$

が必要である。いずれも熱音響熱機関で可能な位相差の範囲を制限する。 ∇T_m の可能な範囲については、ドリムパイプでは $\nabla T_m \geq 0$ であり、ヒートポンプでは

$$a_\theta \Theta_A < \nabla T_m < 0$$

であり、原動機 ($W > 0$) では

$$\max \{ \Theta_W, a_\theta \Theta_D \} < \nabla T_m < \Theta_\kappa \quad (9)$$

である。ここで

$$\Theta_A \equiv \frac{a_S \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2}{\kappa + \frac{1}{\Theta_D} a_S \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2}$$

は、温度勾配の次元をもつ正のパラメーターであり、振幅に依存する。 Θ_A は振幅の単調増加関数であるが振幅がどんなに大きくても Θ_A は Θ_D よりも小さい。

$$\Theta_\kappa \equiv -\frac{T_m \tilde{S}}{\kappa} > 0 \quad (10)$$

は振動モードに依らない。 $\tilde{S} < 0$ なので、 $\Theta_\kappa > 0$ である。

3. 熱音響自励振動の安定な温度勾配

熱音響理論の結果(2)を使うと

$$a_S \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 = \Theta_D \frac{T_m \tilde{S} + \kappa \nabla T_m}{a_\theta \Theta_D - \nabla T_m}$$

である。これは(10)を使うと

$$a_S \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 = \kappa \Theta_D \frac{\Theta_\kappa - \nabla T_m}{\nabla T_m - a_\theta \Theta_D} \quad (11)$$

となる。つまり、振動モードと温度勾配 ∇T_m と Θ_κ が決まれば(11)により振幅 $\hat{A}$ が決まる。(11)の左辺は負になることがないので、右辺も負になることがない。このために、熱音響現象では ∇T_m の可能な範囲は

$$a_\theta \Theta_D < \nabla T_m \leq \Theta_\kappa \quad (12)$$

に制限される。等号が成り立つのは $\hat{A} = 0$ の場合に限られる。 ∇T_m の下限 $a_\theta \Theta_D$ は振動モードで決まり、 Θ_κ に依らない。ヒートポンプ ($\nabla T_m < 0$) では $a_\theta < 0$ が必要なことが(12)からも判る。

仕事源(3)は(11)を使って振幅 $\hat{A}$ を消去すると、

$$W = b_\theta \beta \kappa \Theta_D \frac{(\nabla T_m - \Theta_W)(\Theta_\kappa - \nabla T_m)}{\nabla T_m - a_\theta \Theta_D} \quad (13)$$

となり、仕事源 W も、振幅 $\hat{A}$ と同様に、 ∇T_m と Θ_κ に依存する。原動機では $W > 0$ なので、この右辺も正でなければならないが、原動機の必要条件(8)と(12)を考慮すると、原動機では ∇T_m の可能な範囲は(9)となる。

3.1 局所的エントロピー生成

局所的エントロピー生成を議論するにあたり

$$\Sigma = -\frac{W}{T_m} - \frac{\tilde{S} \nabla T_m}{T_m} \quad (1)$$

に戻ろう。(10)を使うと

$$-\frac{\tilde{S} \nabla T_m}{T_m} = \kappa \frac{\Theta_\kappa \nabla T_m}{T_m^2} = \frac{\nabla T_m}{\Theta_\kappa} \Sigma_S \quad (14)$$

である。ここで

$$\Sigma_S \equiv \frac{1}{\kappa} \left(\frac{\tilde{S}}{T_m} \right)^2 = \kappa \left(\frac{\Theta_\kappa}{T_m} \right)^2 > 0$$

は局所的エントロピー生成の次元をもち、 $\tilde{S}$ あるいは Θ_κ に依存する正の量である。熱音響現象では、 $\tilde{S} < 0$ なので Θ_κ は有限であり、(14)の分母に Θ_κ があっても発散することはない。(14)を(1)に代入すると

$$\Sigma = \frac{\nabla T_m}{\Theta_\kappa} \Sigma_S - \frac{W}{T_m} \quad (15)$$

となる。 $\Sigma_S > 0$ なので、(15)の右辺第1項は、ヒートポンプ ($\nabla T_m < 0$) では負だが、ヒートポンプ以外 ($\nabla T_m \geq 0$) では負になることがない。局所的エントロピー生成 Σ も ∇T_m と Θ_κ に依存する。(15)に(13)を代入すると

$$\frac{\Sigma}{\Sigma_S} = \left[1 - b_\theta \beta T_m \frac{\left(1 - \frac{\Theta_W}{\nabla T_m} \right) \left(1 - \frac{\nabla T_m}{\Theta_\kappa} \right)}{\frac{\nabla T_m}{\Theta_D} - a_\theta} \right] \frac{\nabla T_m}{\Theta_\kappa} \quad (16)$$

となるからである。

原動機では、局所的エントロピー生成 Σ は Σ_S よりも小さい。原動機では、 $W > 0$ なので、(15)と(9)から、

$$\Sigma < \frac{\nabla T_m}{\Theta_\kappa} \Sigma_S < \Sigma_S \quad (17)$$

だからである。左の不等号は $W > 0$ のあらわれであり、右の不等号は(9)の現れである。

以下では局所的エントロピー生成 Σ が一様となるように非常に短い蓄熱器を想定して議論を進める。 Σ が一様で

あっても、振動モード、振幅 $\hat{A}$ 、温度勾配 ∇T_m 、エントロピー流 $\dot{S}$ などは一様ではないので、これらの量は非常に短い蓄熱器中での代表値である。

3.2 単純熱伝導分岐

単純熱伝導分岐上では、 $\hat{A} = 0$ なので(11)から

$$\nabla T_m = \Theta_K$$

である。これを使うと、単純熱伝導分岐上では(13)と(16)から

$$\begin{cases} W = 0 \\ \Sigma = \Sigma_S \end{cases}$$

である。すなわち、単純熱伝導分岐上では ∇T_m と Σ とは Θ_K が決まると一意的に決まり、局所的エントロピー生成は Σ_S に等しい。

3.3 熱音響自励振動分岐

熱音響自励振動を散逸構造とみなし、エントロピー流 $\dot{S}$ の大きさの代わりに、(10)で定義された Θ_K を平衡状態からの距離と呼ぶことにする。エントロピー流 $\dot{S}$ が同じでも熱伝導度 κ が大きいと平衡状態からの距離 Θ_K が小さい。

熱音響自励振動は原動機なので、(17)により、局所的エントロピー生成 Σ は単純熱伝導分岐上の値 Σ_S よりも小さい。言い換えると、局所的エントロピー生成が単純熱伝導分岐よりも小さくなるように熱音響自励振動という散逸構造が生じる。ここにもエントロピー生成最小の法則が見て取れる。

しかし、熱音響自励振動が安定か不安定かはまだ判らない。実験によれば熱音響自励振動分岐上では安定な熱音響自励振動が生じるので、熱音響自励振動の安定性を議論する必要がある。

熱音響自励振動が熱力学的に安定であるためには、局所的エントロピー生成 Σ が最小となるような ∇T_m が(9)の範囲内に存在する必要がある。 Σ が最小となるような ∇T_m が(9)の範囲内に存在するなら、熱音響自励振動分岐の温度勾配は Σ が最小となるような ∇T_m に等しく、振幅は(11)で決まる。

熱音響自励振動が生じている時の局所的エントロピー生成 Σ の ∇T_m 依存性を調べよう。(16)を ∇T_m で偏微分すると

$$\frac{T_m^2}{\kappa \Theta_D} \frac{\partial \Sigma}{\partial \nabla T_m} = \left(\frac{\Theta_K}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m \right) \left[1 - \frac{b_\theta \beta T_m Y}{\left(\frac{\nabla T_m}{\Theta_D} - a_\theta \right)^2} \right] \quad (18)$$

となる。偏微分は振動モードと平衡状態からの距離 Θ_K を一定に保つことを意味する。ここで

$$Y \equiv \frac{\frac{\Theta_K}{\Theta_D} - a_\theta}{\frac{\Theta_K}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m} Y_0 \quad (19)$$

$$Y_0 \equiv \frac{\Theta_W}{\Theta_D} - a_\theta \quad (20)$$

は式を短くするために導入した無次元パラメーターである。 Y_0 は振動モードで決まる。

熱音響自励振動は原動機なので必要条件(8)と(9)を考慮する必要がある。必要条件(8)と(9)を考慮すると、 Y と Y_0 とは同符号である。必要条件(8)を考慮すると、 $Y \leq 0$ の場合には、(18)の右辺は正なので Σ は ∇T_m の増加関数であり、 Σ が最小となるような ∇T_m は(9)の範囲内には存在しない。 $Y > 0$ の場合には、(18)の右辺は ∇T_m が大きいと正だが、 ∇T_m が $a_\theta \Theta_D$ に近いと負になる。このために $Y > 0$ の場合には、熱音響自励振動では、 Σ が最小となるような ∇T_m が(9)の範囲内に存在する可能性がある。従って、熱音響自励振動で熱力学的に安定な ∇T_m が(9)の範囲内に存在するためには

$$Y > 0$$

すなわち

$$Y_0 > 0 \quad (21)$$

が必要である。熱音響自励振動分岐では ∇T_m の可能な範囲は、(9)に必要条件(21)を考慮すると、

$$\Theta_W < \nabla T_m < \Theta_K \quad (22)$$

となる。

Σ が最小となるような ∇T_m が存在するなら、そのような ∇T_m は

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial \nabla T_m} = 0$$

の解である。実際に $\partial \Sigma / \partial \nabla T_m = 0$ とすると

$$(\nabla T_m - a_\theta \Theta_D)^2 = b_\theta \beta T_m Y \Theta_D^2$$

となる。この数学的解は

$$\nabla T_m = \left(a_\theta \pm \sqrt{b_\theta \beta T_m Y} \right) \Theta_D$$

であるが、(22)のためには

$$\frac{\Theta_W}{\Theta_D} < a_\theta \pm \sqrt{b_\theta \beta T_m Y} < \frac{\Theta_K}{\Theta_D}$$

すなわち

$$Y_0 < \pm \sqrt{b_\theta \beta T_m Y} < \frac{\Theta_K}{\Theta_D} - a_\theta$$

が必要である。必要条件(21)を考慮すると、複号のうちに正号だけが許されるので、

$$Y_0 < \sqrt{b_\theta \beta T_m Y} < \frac{\Theta_K}{\Theta_D} - a_\theta \quad (23)$$

であり、(22)を満足する可能性があるのは

$$\nabla T_m = \Theta$$

ただし

$$\Theta \equiv \left(a_\theta + \sqrt{b_\theta \beta T_m Y} \right) \Theta_D \quad (24)$$

である。(23)と(24)を使うと

$$\Theta_W < \Theta < \Theta_K$$

となるので $\nabla T_m = \Theta$ は(22)を満足している。

こういうわけで、熱音響自励振動の安定な温度勾配が存在するなら、熱音響自励振動分岐の温度勾配は Θ に等しい。振動モードが与えられると、熱音響自励振動分岐の温度勾配 Θ が平衡状態からの距離 Θ_K の関数として一意的に決まる。

4. 単純熱伝導分岐と熱音響自励振動分岐の形状

Y には下限 $Y_{\min}$ が存在する。(23)の左側の不等式から

$$Y > Y_{\min} \equiv \frac{1}{b_\theta \beta T_m} Y_0^2 \quad (25)$$

である。 $Y_{\min}$ も振動モードで決まる。

T. Biwaらの観測事実¹³⁾によれば、熱音響自励振動分岐の温度勾配が Θ_K の増加関数なので、 Θ は Θ_K の増加関数である。必要条件(8)を考慮すると(24)で定義された Θ は Y の増加関数である。従って Y は Θ_K の増加関数でなければならない。 Y の定義式(19)を使うと、 Y が Θ_K の増加関数であるための必要充分条件は

$$(a_\theta + b_\theta \beta T_m) Y_0 > 0$$

である。観測事実を使うことで $(a_\theta + b_\theta \beta T_m) Y_0$ の符号が決まった。さらに、必要条件(21)を使うと

$$a_\theta + b_\theta \beta T_m > 0 \quad (26)$$

である。

熱音響自励振動分岐では $\Sigma_\theta < 0$ である。(7)によれば熱音響自励振動分岐 ($\nabla T_m = \Theta$) では

$$\Sigma_\theta = -(a_\theta + b_\theta \beta T_m) \frac{\Theta}{T_m} a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2$$

であるが、(26)を考慮すると $\Sigma_\theta < 0$ となるからである。このことは、強制振動（ドリムパイプとヒートポンプ）では熱力学的に安定な温度勾配が存在する場合には $\Sigma_\theta \leq 0$ だった¹¹⁾ こととあわせると、熱力学的に安定な熱音響現象では Σ_θ が正になることはないことを示唆している。

(26)と必要条件(21)とを考慮すると、(19)で定義された Y には上限が存在し、上限の値は Y_0 に等しい： $Y < Y_0$ 。

熱音響自励振動分岐では、 Y の可能な範囲は

$$Y_{\min} < Y < Y_0$$

である。これを満足する Y が存在するためには $Y_{\min} < Y_0$ が必要であり、 $Y_{\min} < Y_0$ のためには

$$Y_0 < b_\theta \beta T_m \quad (27)$$

が必要である。

必要条件(27)と(21)とをあわせると

$$0 < Y_0 < b_\theta \beta T_m \quad (28)$$

となる。これは(20)を使うと

$$a_\theta < \frac{\Theta_W}{\Theta_D} < a_\theta + b_\theta \beta T_m \quad (29)$$

となる。これは(26)よりも強い条件である。必要条件(28)あるいは(29)は、必要条件(8)とともに、熱音響自励振動分岐で可能な振動モードを制限する。

Y の範囲が決まったので熱音響自励振動分岐の温度勾配 Θ の範囲も決まる：

$$\Theta_{\min} < \Theta < \Theta_{\max}$$

ここで

$$\begin{cases} \Theta_{\min} \equiv (a_\theta + \sqrt{b_\theta \beta T_m Y_{\min}}) \Theta_D \\ \quad = (a_\theta + Y_0) \Theta_D \\ \quad = \Theta_W \\ \Theta_{\max} \equiv (a_\theta + \sqrt{b_\theta \beta T_m Y_0}) \Theta_D \end{cases} \quad (30)$$

も振動モードで決まる。必要条件(27)を考慮すると、

$$\Theta_{\max} < (a_\theta + b_\theta \beta T_m) \Theta_D$$

である。(30)によれば

$$\Theta_{\max} - \Theta_W = (\sqrt{b_\theta \beta T_m Y_0} - Y_0) \Theta_D$$

なので、(28)を使うと

$$0 < \Theta_{\max} - \Theta_W \leq \frac{1}{4} b_\theta \beta T_m \Theta_D$$

である。 $Y_0 / (b_\theta \beta T_m) = 1/4$ の場合には等号が成り立つ。

熱音響自励振動分岐に対応する平衡状態からの距離 Θ_K には下限が存在する。(19)によれば、

$$\frac{\Theta_K}{\Theta_D} = \frac{a_\theta + b_\theta \beta T_m \frac{Y}{Y_0}}{1 - \frac{Y}{Y_0}}$$

なので、 Θ_K は Y の増加関数である。 Θ_K には、上限は無いが、 $Y_{\min}$ に対応する下限 $\Theta_{K, \min}$ が存在する：

$$\Theta_K > \Theta_{K, \min}$$

ここで

$$\Theta_{K, \min} \equiv \frac{\Theta_W}{1 - \frac{Y_{\min}}{b_\theta \beta T_m}} = \frac{\Theta_W}{1 - \left(\frac{Y_0}{b_\theta \beta T_m} \right)^2} \quad (31)$$

は振動モードで決まる。(28)のために、

$$\Theta_{K, \min} > \Theta_W \quad (32)$$

である。(31)によれば、極限 $Y_0 \rightarrow 0$ では $\Theta_{K, \min} \rightarrow \Theta_W$ となるが、逆の極限 $Y_0 \rightarrow b_\theta \beta T_m$ では $\Theta_{K, \min} \rightarrow \infty$ となるので熱音響自励振動分岐が存在しない。(31)によれば

$$\frac{\Theta_{K, \min} - \Theta_W}{\Theta_W} = \frac{Y_0^2}{(b_\theta \beta T_m)^2 - Y_0^2}$$

なので、 $Y_0 \ll b_\theta \beta T_m$ では Y_0 について2次までの精度で

$$\frac{\Theta_{\kappa, \min} - \Theta_W}{\Theta_W} \cong \left(\frac{Y_0}{b_\theta \beta T_m} \right)^2$$

である。

熱音響自励振動分岐では平衡状態からの距離 Θ_κ に下限 $\Theta_{\kappa, \min}$ が存在することは、平衡状態から遠く離れると熱音響自励振動が生じるという実験事実に対応する。平衡状態からの距離 Θ_κ が $\Theta_{\kappa, \min}$ 以下では、熱力学的に安定な熱音響自励振動が存在しないので、不安定な熱音響自励振動が生じるかあるいは単純熱伝導分岐が実現されるかのどちらかである。

熱音響自励振動分岐の温度勾配 Θ の Θ_κ 依存性を調べよう。このために $\partial\Theta/\partial\Theta_\kappa$ を調べる。偏微分は振動モードを固定していることを意味する。 Θ は Θ_κ の単調増加関数なので $\partial\Theta/\partial\Theta_\kappa$ は熱音響自励振動分岐上では正である。 $\Theta_{\max}$ が存在するので、 $\partial\Theta/\partial\Theta_\kappa$ は、 Θ_κ の単調減少関数であり、 Θ_κ が大きくなると0に近づく。(24)を Θ_κ で偏微分すると、

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\Theta_\kappa} = \frac{1}{2} \frac{(a_\theta + b_\theta \beta T_m) Y_0}{\left(\frac{\Theta_\kappa}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m \right)^2} \quad (33)$$

となる。熱音響自励振動分岐では(32)なので、

$$\frac{\Theta_\kappa}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m > \frac{\Theta_W}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m = Y_0 + a_\theta + b_\theta \beta T_m$$

であることを考慮すると

$$\frac{(a_\theta + b_\theta \beta T_m) Y_0}{\left(\frac{\Theta_\kappa}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m \right)^2} < \frac{(a_\theta + b_\theta \beta T_m) Y_0}{(Y_0 + a_\theta + b_\theta \beta T_m)^2}$$

である。ここで、相加平均と相乗平均との関係

$$\frac{1}{2} (Y_0 + a_\theta + b_\theta \beta T_m) \geq \sqrt{Y_0 (a_\theta + b_\theta \beta T_m)}$$

を使うと

$$\frac{(a_\theta + b_\theta \beta T_m) Y_0}{(Y_0 + a_\theta + b_\theta \beta T_m)^2} < \frac{1}{4} \quad (34)$$

となる。従って、

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\Theta_\kappa} < \frac{1}{8}$$

である。(33)によれば $\partial\Theta/\partial\Theta_\kappa$ は Θ_κ が小さいところで大きいですが、それでも1/8より小さい。熱音響自励振動分岐上では、 $\partial\Theta/\partial\Theta_\kappa$ が小さいので、 Θ は Θ_W に近い。

以上を念頭に置いて、単純熱伝導分岐と熱音響自励振動分岐の Θ_κ 依存性をFig. 1に模式的に図示する。この図の縦軸は ∇T_m であり、横軸は平衡状態からの距離 $\Theta_\kappa \equiv -T_m \tilde{S}/\kappa$ である。

単純熱伝導分岐($\nabla T_m = \Theta_\kappa$)は領域 $\Theta_\kappa < \Theta_W$ で実現される。領域 $\Theta_\kappa < \Theta_W$ では流体力学的にも熱力学的にも安定な

Fig. 1 Schematic drawings of the simple heat-conduction branch ($\nabla T_m = \Theta_\kappa$) and the thermoacoustic self-sustained oscillation branch ($\nabla T_m = \Theta$): the horizontal axis $\Theta_\kappa \equiv -T_m \tilde{S}/\kappa$ is the distance from thermodynamic equilibrium state.

ので揺らぎなどで生じた振動が維持できない。

熱音響自励振動分岐($\nabla T_m = \Theta$)は領域 $\Theta_\kappa > \Theta_{\kappa, \min}$ で実現される。 Θ は $\Theta_{\min} = \Theta_W$ より大きく $\Theta_{\max}$ より小さい。 Θ は Θ_κ が大きくなると $\Theta_{\max}$ に漸近する。領域 $\Theta_\kappa > \Theta_{\kappa, \min}$ では安定な ∇T_m が存在し、振幅 $\hat{A}$ も安定な有限振幅の熱音響自励振動が生じる。熱音響自励振動分岐上で Θ_κ が $\Theta_{\kappa, \min}$ に近づくとき ∇T_m は Θ_W に近づく。 Θ_W は $\Theta_{\kappa, \min}$ よりも小さい。

領域 $\Theta_W \leq \Theta_\kappa \leq \Theta_{\kappa, \min}$ では、流体力学的に不安定なので熱音響自励振動が生じる可能性があるが、 ∇T_m あるいは振幅 $\hat{A}$ が不安定なので、安定な熱音響自励振動は存在しない。Z. B. Yuら¹⁴⁾が観測した不安定な熱音響自励振動はこの領域の可能性もある。

単純熱伝導分岐上($\nabla T_m = \Theta_\kappa$)で平衡状態からの距離 Θ_κ を徐々に大きくしていくと、 $\nabla T_m = \Theta_\kappa$ が Θ_W を越えても安定な熱音響自励振動が生じないが、 Θ_κ が $\Theta_{\kappa, \min}$ を越えると、熱音響自励振動分岐($\nabla T_m = \Theta$)に飛び、安定な熱音響自励振動が生じる。逆に熱音響自励振動分岐上($\nabla T_m = \Theta$)で平衡状態からの距離 Θ_κ を徐々に小さくしていくと振幅が小さくなり、 Θ_κ が $\Theta_{\kappa, \min}$ より小さくなると振幅が0の単純熱伝導分岐に飛ぶ。実際このようなヒステリシスが観測される。

単純熱伝導分岐と熱音響自励振動分岐とは連続的には繋がらない。領域 $\Theta_W \leq \Theta_\kappa \leq \Theta_{\kappa, \min}$ では流体力学的にも熱力学的にも不安定だからである。極限 $Y_0 \rightarrow 0$ では $\Theta_{\kappa, \min} \rightarrow \Theta_W$ となるので連続的に繋がるように見えるが、 $\Theta_{\max} \rightarrow \Theta_W$ となるので、熱音響自励振動分岐は水平線に近づく。

熱音響自励振動分岐は振動モードに依存するので、異なる振動モードの熱音響自励振動分岐が交差することがある。実際にBiwaらの実験¹³⁾では二つの振動モードに対応する二つの熱音響自励振動分岐が交差することを観測している。

安定限界は Θ_W であり、振動モードに依存する。実際Yazakiらの実験¹⁵⁾によれば、二つの振動モードに対応する二つの安定限界がある。

$$\Theta_W \equiv \frac{\Gamma}{b_\theta \beta} \frac{\omega}{a_s} \quad (5)$$

を使うと、 ω と Γ が小さい振動モードでは Θ_W が小さい。フルイダイン（水スターリングエンジン）では小さい温度勾配で安定な熱音響自励振動が生じるのは主に ω が小さいためだろう。

$$\Gamma \equiv \frac{b_v}{Z} + b_p Z (\gamma - 1) > 0 \quad (6)$$

も振動モードに依存する。相加平均は相乗平均よりも大きいので、 Γ は

$$\Gamma_{\min} \equiv 2 \sqrt{(\gamma - 1) b_v b_p}$$

より小さくなることはない。ループ管型熱音響自励振動では Z に自由度があるので、 Γ が $\Gamma_{\min}$ に等しくなる可能性がある。このためにループ管型では、閉管型に比べて Θ_W が小さい。このことは $\omega \tau_v$ が小さいところで著しい。このことはYazakiらの実験¹⁶⁾に明白に示されている。

5. 安定な熱音響自励振動の振幅

$\Theta_k < \Theta_W$ では単純熱伝導分岐 ($\nabla T_m = \Theta_k$) が実現され、安定で振幅が0となる。 $\Theta_W \leq \Theta_k \leq \Theta_{k, \min}$ では熱音響自励振動が観測される可能性があるが、 ∇T_m あるいは振幅 $\hat{A}$ が不安定である。 $\Theta_k > \Theta_{k, \min}$ では ∇T_m と振幅 $\hat{A}$ とが有限で安定な熱音響自励振動が生じる。

熱音響自励振動分岐上 ($\nabla T_m = \Theta$) では(11)により

$$a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 = \kappa \frac{\Theta_k - \Theta}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta} \quad (35)$$

である。安定な熱音響自励振動の振幅は(35)で決まる。熱音響自励振動分岐の温度勾配 Θ が Θ_k の関数として一意的に決まるので、安定な熱音響自励振動の振幅 $\hat{A}$ も Θ_k の関数として一意的に決まる。

安定な熱音響自励振動の振幅 $\hat{A}$ の Θ_k 依存性を調べよう。(35)を Θ_k で偏微分すると

$$\frac{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta}{\kappa} \frac{\partial}{\partial \Theta_k} \left(a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 \right) = 1 - \frac{\frac{\Theta_k}{\Theta_D} - a_\theta}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \Theta_k} \quad (36)$$

となる。ここでも偏微分は振動モードを固定した微分である。(33)を使うと

$$\frac{\frac{\Theta_k}{\Theta_D} - a_\theta}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \Theta_k} = \frac{1}{2} \frac{(a_\theta + b_\theta \beta T_m) \left(\frac{\Theta_k}{\Theta_D} - a_\theta \right)}{\left(\frac{\Theta_k}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m \right)^2} \frac{Y_0}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta}$$

となるが、熱音響自励振動分岐上では

$$Y_0 \equiv \frac{\Theta_W}{\Theta_D} - a_\theta < \frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta$$

なので、

$$\frac{\frac{\Theta_k}{\Theta_D} - a_\theta}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \Theta_k} < \frac{1}{2} \frac{(a_\theta + b_\theta \beta T_m) \left(\frac{\Theta_k}{\Theta_D} - a_\theta \right)}{\left(\frac{\Theta_k}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m \right)^2}$$

である。この右辺は Θ_k の減少関数なので、

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\Theta_k}{\Theta_D} - a_\theta}{\left(\frac{\Theta_k}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m \right)^2} &< \frac{\frac{\Theta_W}{\Theta_D} - a_\theta}{\left(\frac{\Theta_W}{\Theta_D} + b_\theta \beta T_m \right)^2} \\ &= \frac{Y_0}{(Y_0 + a_\theta + b_\theta \beta T_m)^2} \end{aligned}$$

である。従って

$$\frac{\frac{\Theta_k}{\Theta_D} - a_\theta}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \Theta_k} < \frac{1}{2} \frac{(a_\theta + b_\theta \beta T_m) Y_0}{(Y_0 + a_\theta + b_\theta \beta T_m)^2}$$

である。この右辺に(34)を使うと

$$\frac{\frac{\Theta_k}{\Theta_D} - a_\theta}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \Theta_k} < \frac{1}{8}$$

となる。こういうわけで(36)の右辺は熱音響自励振動分岐上では正である。つまり、安定な振幅 $\hat{A}$ は Θ_k の増加関数である。このことは周知の実験事実である。

既に調べたように、熱音響自励振動分岐上では、 $\partial \Theta / \partial \Theta_k$ が小さいので、 Θ は Θ_W に近い。このために(35)の粗い近似は

$$a_s \frac{1}{2} p_m \hat{A}^2 \approx \kappa \frac{\Theta_k - \Theta_W}{\frac{\Theta_W}{\Theta_D} - a_\theta} = \frac{\kappa}{Y_0} (\Theta_k - \Theta_W)$$

となり、 $\hat{A}^2$ が $\Theta_k - \Theta_W$ に比例する。このことも周知の実験事実である。

6. 熱力学第二法則の要請

これまで、エントロピー生成最小の法則を使って安定な温度勾配 Θ を議論し、 Θ に対応する振幅を議論してきた。非常に短い蓄熱器では、熱音響自励の安定な温度勾配 Θ が存在するためには(8)と(29)とが必要なので、熱音響自励振動分岐で可能な振動モードが制限された。

安定な温度勾配 Θ が存在しても、熱力学第二法則が満足されていなければ、安定な温度勾配 Θ が実現されない。これまでの議論では熱力学第二法則をまだ使っていないからである。安定な温度勾配 Θ が実現されるためには熱力学第二法則が満足されていることが必要である。

ここでは熱力学第二法則の要請を調べる。熱音響自励振

動分岐上 ($\nabla T_m = \Theta$) では(16)によれば

$$\frac{\Sigma}{\Sigma_S} = \left[1 - b_\theta \beta T_m \frac{1 - \frac{\Theta_W}{\Theta}}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta} \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_K} \right) \right] \frac{\Theta}{\Theta_K}$$

なので、熱力学第二法則の要請 ($\Sigma \geq 0$) は

$$b_\theta \beta T_m \frac{1 - \frac{\Theta_W}{\Theta}}{\frac{\Theta}{\Theta_D} - a_\theta} \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_K} \right) \leq 1 \quad (37)$$

と同じである。

極限 $\Theta_K \rightarrow \Theta_{K, \min}$ では、 $\Theta \rightarrow \Theta_{\min} = \Theta_W$ だから、(37)の左辺はこの極限で0であり、(37)が成り立っている。

熱音響自励振動分岐上では、 $\partial \Theta / \partial \Theta_K$ が小さいので、 Θ は Θ_W に近い。このために、 Θ_K が $\Theta_{K, \min}$ に近ければ(37)が成り立っている。

しかし $\Theta_{K, \min}$ よりも大きい任意の Θ_K に対して(37)が成り立つとは限らない。極限 $\Theta_K \rightarrow \infty$ では、 $\Theta \rightarrow \Theta_{\max}$ だから、極限 $\Theta_K \rightarrow \infty$ でも(37)が成り立つためには

$$b_\theta \beta T_m \left(1 - \frac{\Theta_W}{\Theta_{\max}} \right) \leq \frac{\Theta_{\max}}{\Theta_D} - a_\theta$$

が必要である。これは(30)の第2式と(20)に注意すると

$$\sqrt{\frac{\Theta_W}{\Theta_D} - a_\theta} \geq \frac{1}{2} \frac{b_\theta \beta T_m - a_\theta}{\sqrt{b_\theta \beta T_m}} \quad (38)$$

と同じである。従って、極限 $\Theta_K \rightarrow \infty$ でも熱力学第二法則の要請を満足する振動モードは、(8)と(29)だけでなく、(38)をも満足する振動モードに限られる。

(8)と(29)を満足しても(38)を満足しない振動モードに対しては、平衡状態からの距離 Θ_K に上限があり、上限に達すると $\Sigma = 0$ となる。

以上の議論は一つの振動モードだけが励起されている場合であるが、実験によれば、 Θ_K がある程度大きくなると、振動モードに転移があり、モード転移の近傍では互いにモード結合している二つの振動モードが同時に励起されている。Yazakiらの実験¹⁵⁾ では二つの異なる振動モードに対応する安定限界の交点の近傍で互いにモード結合している二つの振動モードが同時に励起された。モード転移の際のモード選択則がエントロピー生成最小の法則であることを実験的に主張したBiwaらの実験¹³⁾ でも、モード転移の近傍では、互いにモード結合している二つの振動モードが観測された。

従って、モード転移をきちんと理解するにはモード結合を考慮した議論を行う必要があるに相違ない。しかし、現在の熱音響理論は線形理論なので熱音響理論を使ってモード結合を議論することができない。

8. おわりに

局所的エントロピー生成が蓄熱器中で一様とみなせるよ

うな非常に短い蓄熱器を想定して、熱力学と熱音響理論を使って熱音響自励振動の単純熱伝導分岐と熱音響自励振動分岐とを議論した。振動モードが与えられると単純熱伝導分岐と熱音響自励振動分岐とが一意的に決まることが示された。局所的エントロピー生成は熱音響自励振動分岐のほうが単純熱伝導分岐よりも小さい。熱音響自励振動分岐は振動モードに依存し、熱音響自励振動分岐が存在するためには振動モードが制限される。

熱音響自励振動分岐と単純熱伝導分岐とは連続的に繋がらない。同じことだが、熱音響自励振動分岐上では熱音響自励振動の振幅は有限であり、決して0にならない。このことを直接的に示す実験は見当たらないが、安定限界近傍でのヒステリシスや不安定な熱音響自励振動の報告と矛盾しない。

熱音響自励振動の安定な振幅 $\hat{A}$ は平衡状態からの距離 Θ_K の増加関数である。このことは周知の実験事実である。さらに振幅 $\hat{A}$ の2乗が $\Theta_K - \Theta_W$ にほぼ比例する。このことも周知の実験結果である。

熱音響自励振動分岐が実現されるためには熱力学第二法則を満足しなければならない。安定限界の近くでは熱力学第二法則を満足している。安定限界からさらに遠く離れても熱力学第二法則を満足するためには振動モードがさらに制限される。実験によれば、モード転移が生じ、モード転移の近傍では互いにモード結合した二つの振動モードが同時に励起されているので、現在の熱音響理論ではモード転移を議論することができない。

参 考 文 献

- 1) A. Tominaga: "Fundamentals of Thermoacoustics", Uchida Rokakuho Publishing Co., Tokyo (1998) 11-17
富永 昭: 「熱音響工学の基礎」、内田老鶴圃、東京 (1998) 11-17
- 2) S. Backhaus and G. W. Swift: "A thermoacoustic-Stirling heat engine", *Nature* **399** (1999) 335-338
- 3) N. Rott: "Thermally driven acoustic oscillations, Part II: stability limit for helium", *Z. Angew. Math. Phys.* **24** (1973) 54-72
- 4) H. A. Kramers: "Vibrations of a gas column", *Physica* **15** (1949) 971-984
- 5) T. Yazaki, A. Tominaga and Y. Narahara: "Experiments on thermally driven acoustic oscillations of gaseous helium", *J. Low Temp. Phys.* **41** (1980) 45-60
- 6) G. W. Swift: "Thermoacoustic engines", *J. Acoust. Soc. Am.* **84** (1988) 1145-1180
- 7) A. Tominaga: "Thermoacoustic theory and its applications to refrigerators", *Proceedings of Third Japanese-Sino Joint Seminar on Small Refrigerators & Related Topics* (Okayama, 1989) 141-146
- 8) A. Tominaga: "Local entropy production rate of thermoacoustic phenomena", *J. Cryo. Soc. Jpn.* **39** (2004) 54-59 (in Japanese)
富永 昭: 「熱音響現象の局所的エントロピー生成」、*低温工学* **39** (2004) 54-59
- 9) A. Tominaga: "Implicit concepts of thermodynamics", *J. Cryo. Soc. Jpn.* **38** (2003) 363-370 (in Japanese); "Fundamentals of Thermodynamics-learning from the history", Uchida Rokakuho

Publishing Co., Tokyo (2003)

富永 昭：「熱力学に潜在している基本概念」、低温工学 **38** (2003) 363-370；「誕生と変遷にまなぶ熱力学の基礎」、内田老鶴圃、東京 (2003)

- 10) A. Tominaga: "Thermodynamical classification of thermoacoustic phenomena and necessary conditions for thermoacoustic heat-engines", J. Cryo. Soc. Jpn. **39** (2004) 148-154 (in Japanese)

富永 昭：「熱音響現象の分類と熱音響熱機関の必要条件」、低温工学 **39** (2004) 148-154

- 11) A. Tominaga: "Stable temperature gradients of a short regenerator induced by forced oscillations of fluid", J. Cryo. Soc. Jpn. **39** (2004) 632-637 (in Japanese)

富永 昭：「強制振動による短い蓄熱器の安定な温度勾配」、低温工学 **39** (2004) 632-637

- 12) G. Nicolis and I. Prigogine: "Self-Organization in Nonequilibrium Systems - From Dissipative Structures to Order through Fluctuations", John Wiley & Sons, New York (1977)

- 13) T. Biwa, Y. Ueda, T. Yazaki and U. Mizutani: "Thermodynamical mode selection rule in spontaneous gas oscillations", Proc. ICA17 (Rome, 2001) **1**, Physical Acoustics-Part A, Thermoacoustics 22; "Thermodynamical mode selection rule in thermoacoustic

oscillations", Europhysics Letters **60** (2002) 363-368

- 14) Z. B. Yu, Q. Li, X. Chen, F. Z. Guo, X. J. Xie and J. H. Wu: "Investigation on the oscillation modes in a thermoacoustic Stirling prime mover: mode stability and mode transition", Cryogenics **43** (2003) 687-691

- 15) T. Yazaki, A. Tominaga and Y. Narahara: "Thermally driven acoustic oscillations: second-harmonic", Phys. Letters **79A** (1980) 407-409

- 16) T. Yazaki, A. Iwata, T. Maekawa and A. Tominaga: "Traveling wave thermoacoustic engine in a looped tube", Phys. Rev. Letters **81** (1998) 3128-3131

富 永 昭 1942年3月6日生。1966年東京大学卒。理学博士。筑波大学大学院数理物質科学研究科助教授。低温物理現象と熱音響現象を研究対象としてきたが、1990年以降は熱音響現象の研究に専念し、1998年頃から熱力学も研究対象とするようになった。2002年度から教育研究科も担当することになり、科学と教育の狭間で苦しんでいる。