基礎講座

超伝導体における磁束ピンニング [4]

— ピン力密度の加算問題 —

松下 照男 ^{*,†}

Flux Pinning in Superconductors [4]

— Summation Theories on Pinning Force Density —

Teruo MATSUSHITA ^{*,†}

Synopsis: Theories on the summation of randomly directed individual pinning forces to estimate the pinning force density are described based on the historical understanding of the pinning phenomena. The statistical theory clarified that the non-zero pinning force density is closely associated with the hysteresis nature of the pinning loss. The result of the dynamic theory was found to reduce to that of the statistical theory in the static limit, indicating the ergodic nature of random systems. However, the two theories failed to explain the experimental result that the threshold value of elementary pinning force to bring about non-zero pinning force density does not actually exist. Larkin and Ovchinnikov showed that the statistical summation theory assuming the long-range order of flux line lattice is not correct because of the finite pinning correlation length. However, since the pinning force density is quite simply estimated using the concept of collective pinning in the Larkin-Ovchinnikov theory, more exact theoretical estimation was needed. Next, the coherent potential approximation theory was proposed based on the mean field theory for random systems. In this theory it was shown that the threshold pinning force is not zero but always smaller than the elementary pinning force. Thus, the threshold problem was actually resolved and it was shown that the pinning loss is of a hysteresis nature even for very weak pinning centers. Observed pinning force density is compared with the predictions of the Larkin-Ovchinnikov theory and the coherent potential approximation theory.

Keywords: Pinning force density, scaling law, summation theory, threshold criterion, pinning correlation length

4.1. はじめに

前回の講座で述べた超伝導体に含まれる欠陥の要素的ピン力 f_p は、欠陥の形状やサイズだけでなく、与えられた温度における凝縮エネルギーやコヒーレンス長などの超伝導体の特性によって変わる。一方、巨視的なピン力密度 F_p は欠陥の数密度 N_p と f_p に依存し、磁界 B によって変わる。このような F_p を N_p 、 f_p および B の関

数として数学的に求める問題を加算問題という。今回はこの加算問題を取り扱う。

F_p を理論的に求めるプロセスが f_p を求めるプロセスとそれから F_p を求めるプロセスに分割されたのは、多くの場合、ピンの種類、次元、形状、数密度といったものに関係なく同様なピン力密度が得られるからである。すなわち、ピンの種類、次元、形状といったものは主として要素的ピン力にしか反映せず、一旦、その値が決まってしまうと、後は加算のルールに従うだけとなる。

ここでは加算理論を統計的理論、動的理論、Larkin-Ovchinnikov 理論、コヒーレント・ポテンシャル近似理論について、この順で紹介する。これは時間的な発展の過程とは少し違うが、問題点の整理の上で好都合であるからである。ピンニング機構の中でもとくにこの加算理

Received September 5, 2008

^{*} 九州工業大学 820-8502 飯塚市川津 680-4

Kyushu Institute of Technology, 680-4 Kawazu, Iizuka, 820-8502, Japan

[†]E-mail: matusita@cse.kyutech.ac.jp

論の発展には日本からの貢献が極めて大きいので、多くの読者の理解が得られればと願う次第である。

それを具体的に始める前に、講座に必要な知識として磁束格子の弾性定数とピン力密度特性の温度・磁界依存性を表した経験則として知られるスケール則とについて簡単に紹介しておこう。

4.2. 磁束格子の弾性定数とスケール則

4.2.1. 磁束格子の弾性定数

弾性定数の詳細については専門書¹⁾に譲るとして、ここではその基本的な結果だけを述べよう。Fig. 4.1(a)の一軸圧縮に対する弾性定数が C_{11} 、(b)の長さ方向の剪断(曲げ)に対する弾性定数が C_{44} 、(c)の横方向の剪断に対する弾性定数が C_{66} であり、

$$C_{11} \simeq \frac{B^2}{\mu_0} \quad (4.1)$$

$$C_{44} = \frac{B^2}{\mu_0} \quad (4.2)$$

$$C_{66} \simeq \frac{B_c^2 B}{4\mu_0 B_{c2}} \left(1 - \frac{B}{B_{c2}}\right)^2 \quad (4.3)$$

で与えられる。 C_{66} はBrandt²⁾の理論結果による。

磁束の粗密や曲げが生じた場合に生ずる弾性復元力はそれぞれ、磁気圧、線張力として知られており、これらはいずれもLorentz力として表される。これらの変形が生じた場合は磁束密度の変化を伴うので、磁気エネルギーに直接関与する。一方、Fig. 4.1(c)のような横方向の剪断が生じた場合、磁束格子の単位胞の面積は変化しないので、 C_{66} は磁気エネルギーに関係せず、超伝導オーダーパラメーターの変化に基づくエネルギーにのみ関係する。このため、 C_{66} は C_{11} や C_{44} に比べてひじょうに小さい値をとる。

Fig. 4.1 Deformation of flux line lattice for (a) uniaxial compression, (b) longitudinal shear (bending) and (c) transverse shear. The corresponding elastic moduli are C_{11} , C_{44} and C_{66} .

4.2.2. ピン力密度のスケール則

多くの場合、ピン力密度の温度および磁界に対する依存性は以下の式のように分離した形に整理されることが知られており³⁾、これをスケール則という。

$$F_p(T, B) = AB_{c2}(T)^m g(b) \quad (4.4)$$

ここで、 g は規格化磁界 $b = B/B_{c2}$ のみの関数で、

$$g(b) = b^\gamma (1 - b)^\delta \quad (4.5)$$

と表されることが多い。したがって、温度に対する依存性は上部臨界磁界 B_{c2} の依存性に代表される。 F_p の温度依存性がこのように B_{c2} の温度依存性によって代表的に表されるのは以下の理由による。ピンニングのエネルギーおよび F_p を決定するのに重要な C_{66} はともに凝縮エネルギー密度に、したがって B_c^2 に比例し、Ginzburg-Landau パラメーター κ が温度に依存しないと近似すればこれらはともに B_{c2}^2 に比例する。また、特性距離であるコヒーレンス長 ξ は $B_{c2}^{-1/2}$ に比例する。

Fig. 4.2 Scaling law of pinning force density in Pb-Bi with normal precipitates of Bi phase³⁾. (a) Normalized pinning force density vs. reduced magnetic field. The solid line shows Eq. (4.5) with $\gamma = 1/2$ and $\delta = 1$. (b) Pinning force density at $b = 0.33$ and $b = 0.8$ vs. upper critical field. The straight lines show Eq. (4.4) with $m = 2$.

一つの例として常伝導 Bi 析出物をピンにもつ Pb-Bi のスケール則³⁾を Fig. 4.2 に示す。(a) が規格化磁界依存性、(b) がある規格化磁界の値におけるピン力密度と B_{c2} の関係である。実用超伝導線材でもこうしたスケール則が成立することが知られているが、これについては次回の講座で取り上げることにする。

一般にピン力密度のスケール則は特定の温度および磁界下でのピン力密度を測定しなくても推定できるという工学的なメリットをもつ特性である一方、磁束ピンニング機構についても根拠を与えてくれるものである。しかしながら、磁束クリープの影響が顕著な場合にこうしたスケール則からピンニング機構を推定することは危険である。この場合、臨界電流密度が 0 となる不可逆磁界 B_i は B_{c2} よりもかなり小さくなり、 B_{c2} で規格化した磁界 b ではなく、 B_i で規格化した磁界 $b' = B/B_i$ に対してのスケール則が行われる。この場合でも通常のスケール則と同様な工学的なメリットはあるが、ピンニング機構の根拠とはなりにくいことに注意を要する。ある高さの山があったとして、その山が地震によって数分の 1 の高さになってしまったとき、残った山の形そのものから元の山ができた原因を想像するようなものである。あえて行うのであれば、実測したピン力密度からではなく、その結果から磁束クリープを受ける以前のピン力密度のスケール則を推定し、それについて考察を行うべきである。

4.3. 統計理論

ここではピンの数密度がそれほど高くない場合に巨視的ピン力を求める加算問題を統計的手法で計算してみよう。こうした統計理論は Labusch⁴⁾ によって取り扱われた。まず、ピンがまったく存在しない量子化磁束格子を考え、これに対して空間的にランダムにピンを配置していく。このとき、 i 番目のピンと相互作用する磁束に着目し、ピンを導入する前に $\mathbf{r}_{i0}$ にいた磁束がピンの導入後、 $\mathbf{r}_i$ に移動したとする。この磁束の元々の位置 $\mathbf{r}_{i0}$ とピンの位置 $\mathbf{R}_i$ の間には相関がないと考えられる。したがって、すべての i に対して重ね合わせると、ピンに対して元々磁束がいた位置は空間的に一様に分布していると近似できると考えられる。こうした統計処理を行ってピン力を導くのが統計理論である。

しかし、Labusch の理論は複雑なので、ここでは簡易な Lowell モデル⁵⁾を紹介することにしよう。現象を統計平均で近似するために無限個の磁束の部分格子の統計集合を考え、代表的にその一つを取り扱う。その部分格子としては内部に 1 個のピンを含むとする。これは各部分格子が等価でなければならないことと、もし、多数個のピンが含まれているとすると、その内部での加算を行わなければならないからである。また、同様な意味でピ

ンが二つ以上の磁束と相互作用しないように、そのサイズは磁束格子間隔 a_f より小さいとする。Lowell は簡単な 1 次元モデルを提出し、すべての力は x 軸方向にあって、 x のみの関数であるとした。代表的部分格子の中心 ($x = 0$) にピンの中心を置く。このピンと相互作用して位置 x にいる磁束が仮想的に対応するピンの相互作用をなくしたときに x_0 に位置するものとする、ピン力 $f(x)$ を受けて x_0 から x に移動させられたことに対して、変位 $x - x_0$ に比例する弾性復元力が働くと考えられる。このバネ定数を k_f とすると、力の釣り合いは

$$k_f(x_0 - x) + f(x) = 0 \quad (4.6)$$

で与えられる。これは第 2 回講座で述べた動的状態の力の釣り合いの式 (2.9) の静的極限 ($\dot{u} = 0, v = 0$) に対応する。また、運動する磁束の位置を表す u, u_0 をそれぞれ静止位置 x, x_0 に対応させている。そして、この第 2 項の統計平均がピン力密度を与え、第 1 項の統計平均が駆動力の符号を変えたものになる。

Lowell は Labusch 同様に、上で述べた概念に沿って統計集合を構成するすべての部分格子について見たとき、ピンの周囲に x_0 を発見する確率は一様であると仮定した。実はこの仮定が後で問題となる。また、バネ定数 k_f については Labusch が 3 次元の場合に周囲のピンの影響も含めて導いているが、これについても問題を含む。これらの問題については後に Larkin-Onchinnikov 理論のところ述べるが、ここでは先に進むことにしよう。この仮定に従えば、磁束格子間隔 a_f の間に一様に分布する x_0 を考えればよい。したがって、ピン力密度は

$$F_p = \frac{N_p}{a_f} \left| - \int_0^{a_f} f(x(x_0)) dx_0 \right|_{\max} \quad (4.7)$$

で与えられる。

ここでピン力を

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2f_p}{d}(x+d); & -d \leq x < -\frac{d}{2} \\ &= -\frac{2f_p}{d}x; & -\frac{d}{2} \leq x < \frac{d}{2} \\ &= \frac{2f_p}{d}(x-d); & \frac{d}{2} \leq x < d \\ &= 0; & \text{それ以外} \end{aligned} \quad (4.8)$$

として (Fig. 4.3 参照)、ピン力密度を具体的に求めてみよう。まず、Lorentz 力を加えない場合を考える。これはピンの強さを仮想的にゼロにし、磁束格子を無歪の状態にしてから、ピンの強さを徐々に復活させれば実現でき、磁界中冷却の過程に対応する。得られる分布は要素的ピン力 f_p の大きさによって二通りある。Fig. 4.4 は f_p が $k_a d/2$ より小さい場合であり、磁束がピンにより引き込まれるために下に示す磁束の分布関数 $\rho(x)$ はピンの中心部で高くなっているが、磁束が存在しない領域はない。一方、 f_p が $k_a d/2$ より大きい場合は、Fig.

Fig. 4.3 Spatial variation in the energy (upper figure) and the pinning force (lower figure) of a pinning center. The maximum value of the pinning force, f_p , gives the elementary pinning force.

4.5(a) に示すようにピンの両端に磁束が存在しない領域がある。これは第2回講座で定義したピン力の変化率 $k_p = 2f_p/d$ が k_f よりも大きいため、ピンの強い力で両端の磁束が引き寄せられてしまうからで、動的には第2回講座で示した磁束の不安定運動に対応する。

次に電流を流し、Lorentz 力を加えていく。Lorentz 力を x 軸の正の方向に加えていくと、磁束は Fig. 4.4 および Fig. 4.5 の右方向に変位することになる。Fig. 4.4 の $f_p < k_f d/2$ の場合、磁束は左側からピンに入り、右側から外に出て行き、分布関数に変化はない。したがって、左右対称の分布より、正方向のピン力と負方向のピン力が同等にあることになり

$$F_p = 0 \quad (4.9)$$

となる。この結果は (4.7) 式の計算からも得られる。

一方、Fig. 4.5 の $f_p > k_f d/2$ の場合、磁束が右方向に変位するにつれて左側からピンに入るが、すぐには右側から外に出て行かず、ピン内に留まって一部が不安定領域に変位していく。このため、左右が非対称の分布となる。そして、さらに変位が進み、Fig. 4.5(b) の状態に達した後は分布の変化はなくなる。これが臨界状態で、このときのピン力密度は (4.7) 式より

$$F_p = \frac{N_p}{2k_f a_f} \cdot \frac{f_p(f_p + 3f_{pt})(f_p - f_{pt})}{f_p + f_{pt}} \quad (4.10)$$

Fig. 4.4 Pinning force (upper figure) and distribution function of flux lines around a pinning center (lower figure) for $f_p < k_f d/2$. ρ is normalized so that $\rho(x) = 1$ outside the pinning center.

Fig. 4.5 Pinning force (upper figure) and distribution function of flux lines around a pinning center (lower figure) for $f_p > k_f d/2$. ρ is normalized so that $\rho(x) = 1$ outside the pinning center. (a) and (b) show the distribution function when the transport current is not applied and applied, respectively.

となる。ただし

$$f_{pt} = \frac{k_f d}{2} \quad (4.11)$$

は0でないピン力密度を与えるための要素的ピン力の最小値で、これを要素的ピン力の閾値という。したがって、この閾値を決めるという点から k_f の見積もりが重要となる。要素的ピン力 f_p が閾値 f_{pt} より十分大きい場合

$$F_p \simeq \frac{N_p f_p^2}{2k_f a_f} \quad (4.12)$$

となる。得られたピン力密度と要素的ピン力の関係を Fig. 4.6 に示す。図中、破線が (4.10) 式で与えられる Lowell のモデルの結果であり、実線が3次元的なピンを仮定した Labusch の結果、直線が (4.12) 式の結果を示す。このように Lowell モデルは Labusch の理論結果を簡便なモデルで再現していると言える。

このように0でないピン力が密度となるためには、磁束運動の不安定性をもたらせるほどピン力が十分強くなければならず、この条件は第2回の講座で示したようにピンニング損失がヒステリシス損失となる条件と同一である。ピンが弱い場合、静的極限で巨視的ピン力密度は0となり、また4.4節で示すようにピンニング損失は銅損と同じ性質である粘性損失の一部となる。

バネ定数 k_f の計算は Labusch⁴⁾ によって行われた。Labusch は無限に広い磁束格子を連続弾性体で近似し、原点に力を加えたときの易動度 (compliance) の逆数として k_f を求めた。このとき、境界条件として無限遠での変位を0とし (無限遠を固定していることと等価)、また点存在するピンの影響を Labusch パラメーター α_L として導

Fig. 4.6 Pinning force density vs. elementary pinning force derived from statistical theories. The broken line is the result using the Lowell model, the thinner straight line shows Eq. (4.12), and the solid line is the result using the Labusch theory.

Fig. 4.7 Contribution from one pinning center to the pinning force density, F_p/N_p , vs. the elementary pinning force, f_p , for Nb at $b = 0.55$ and 4.2 K.⁶⁾ The straight solid line gives the direct summation, $F_p/N_p = f_p$, and the broken line shows the extrapolation of the Labusch theory to the region of weak pinning.

入した。すなわち、 U_i を i 番目のピン・ポテンシャルとし、 x 方向に磁束を動かしたとして

$$\alpha_L = \sum_{i=1}^{N_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} U_i \quad (4.13)$$

で定義される。そしてピンニングが弱く、 $(\phi_0/B)\alpha_L \ll 4\pi C_{66}$ の条件が満たされる格子状磁束の場合に

$$k_f \simeq 4 \left(\frac{\pi \phi_0 C_{44} C_{66}}{B} \right)^{1/2} \quad (4.14)$$

を得た。これで要素的ピン力の閾値が求まる。

しかしながら、様々なピンをもつ Nb の場合に具体的な欠陥に対して求めた要素的ピン力 f_p と実際の1個のピンがもたらしたピン力 F_p/N_p の関係⁶⁾ を Fig. 4.7 に示すが、閾値よりもはるかに弱いピンであっても、ピン力に対して寄与している。さらに言えば、閾値は存在しないかのように見える。このように、統計理論はヒステリシス損失の起源を説明するものであるが、定量的には実験結果と大きな矛盾点を有する。

4.4. 動的理論

ピン力の加算問題を最初に取り扱ったのは Yamafuji と Irie⁷⁾ で、磁束が静止している状態でなく、ある平均速度でピンニング・ポテンシャル場を運動している状態が対象となっている。その主目的はピン力の評価ではなく、ピンニング損失の起源を求めることに置かれてあった。第2回講座で述べたが、ピンニング損失パワー密度が(2.8)式で与えられることから、磁束の平均速度を v としたとき、ピン力密度は

$$F_p = \frac{B\eta}{\phi_0 v} (\langle \dot{u}^2 \rangle_t - v^2) \quad (4.15)$$

となる。Yamafuji と Irie はこの方法を用いて統計理論の(4.12)式と同じ形の結果を得た。ただし、用いたピン・ポテンシャルの形状が要素的ピン力の閾値条件を自動的に満たすものであったため、後に統計理論で明確になった閾値条件の存在は明らかにされなかった。

しかしながら、(4.15)式が示すように、動的状態ではピン力密度はどんなに弱いピンでもそれなりの有限の速度の揺らぎを与えることができる。このため、Labusch 理論の閾値の矛盾点を解決できるかもしれないという期待から、この動的理論の一般化が試みられた。

この場合に取り扱う磁束の運動方程式は、(4.6)式を動的状態に拡張した第2回講座の(2.9)式である。

$$\eta^* v - k_f(u - u_0) + f(u) - \eta^* \dot{u} = 0 \quad (4.16)$$

このピン力 $f(u)$ に(4.8)式のような具体的な関数形を採用して方程式の解 $u(t)$ を得、第2回講座の(2.13)式にしたがって

$$F_p = -\frac{N_p}{T} \int_0^T f(u(t)) dt \quad (4.17)$$

から動的ピン力密度を求めればよい。ただし、 $T = a_f/v$ は磁束が格子間隔を走るのに要する時間で、この周期で同じ現象が繰り返される。この具体的な計算は文献8)に示すので、それを参照されたい。

しかしながら、そうした具体的な計算なしにも大体の現象は理解することができる。すなわち、 v を小さくした静的極限において $dt = v^{-1} dx_0$ と変数を変換すると、具体的な計算をしなくても(4.7)式の結果と(4.17)式の結果が一致することがわかる。実際に、 $f(u)$ に(4.8)式を用いた場合、

$$F_p = F_{ps} + C v \quad (4.18)$$

となる(Fig. 4.8 参照)。ここで、 F_{ps} は(4.10)式の統計平均の結果で、 C は定数である。したがって、この結果は $v \rightarrow 0$ の極限で統計平均の結果に一致する。

以上の結果は統計理論と動的理論が一致し、理論的な取り扱いとしてはより完全なものに近づいたことを示しているが、バネ定数 k_f として Labusch の結果である

Fig. 4.8 E - J curve calculated from the dynamic theory for $f_p > f_{pt}$. The broken straight line shows the virtual characteristic assuming that the flow resistivity is not influenced by the pinning.

(4.14)式を使う限りにおいてピン力の閾値問題は解決せずに残されている。

なお、(4.18)式の第2項がピンによる付加的な損失であり、磁束の速度が有限な場合は確かに有限の寄与をもたらす。しかし、静的極限においてはこれは0となり、結局、粘性損失と同様な性質をもつ。換言すると、このピンニングの付加的な寄与はフロー抵抗率の修正を与えるだけである。

4.5. Larkin-Ovchinnikov 理論

Labusch の統計理論のピン力の閾値問題についての本質を最初に指摘したのは Larkin と Ovchinnikov⁹⁾ である。彼らの最も重要な貢献はピンニング相関距離の概念の導入である。これはピンと相互作用する十分に広い空間に広がる磁束格子を考え、そのある点の磁束を仮想的に変位させたとき、その影響が及ぶ距離を示す。すなわち、この距離以上に離れたピンは互いに独立であるとみなすことができる。Larkin と Ovchinnikov は具体的なピン力の計算を行わず、こうしたピンニング相関距離を用いておおまかなピン力の概算を行った。いわゆる集合的ピンニング (collective pinning) の概念を用いている。磁束格子の垂直方向のピンニング相関距離を R_c 、長さ方向のピンニング相関距離を L_c とすると、ピンニングがあまり強くなく、 R_c が磁束格子間隔 a_f より大きい場合は、独立な領域の体積は $V = R_c^2 L_c$ である。したがって、ランダムに分布するピンの数密度が N_p 、要素的ピン力が f_p であると、この有限な空間内で打ち消されること

なく残るピン力は、最低

$$[W(0)V]^{1/2} = \left(\frac{N_p V}{2} \right)^{1/2} f_p \quad (4.19)$$

となる。この結果から形式的にピンニング相関距離を導くことができ、それらを無矛盾に求めると

$$R_c = \frac{8\pi(C_{44}C_{66}^3)^{1/2}r_p^2}{W(0)}, L_c = \left(\frac{C_{44}}{C_{66}} \right)^{1/2} R_c \quad (4.20)$$

となる。ここで r_p は1個のピンによる相互作用が及ぶ距離で、コヒーレンス長 ξ 程度の値である。

このピンニング相関距離 L_c は磁束の長さ方向の超伝導試料サイズ d との関係でピンニングの次元性を決める重要な量であり、 $d < L_c$ の場合は2次元的なピンニングとなる。この場合、通常の3次元の場合と異なって臨界電流密度が試料サイズに依存し、また磁束の秩序・無秩序転移に関与したピーク効果が消失するなどの特殊性が現れる。また、 $C_{11} \simeq C_{44} = B^2/\mu_0$ の関係より、 L_c は第2回講座の2.3節で与えたピンニング相関距離 λ'_0 (Campbellの交流磁界の侵入深さともいう) に大体一致することを示すことができる。この L_c と

$$\lambda'_0 = \left(\frac{C_{44}}{\alpha_L} \right)^{1/2} \quad (4.21)$$

との定量的な比較を次回の講座までの宿題としておこう。それにあたって、後述の(4.31)式および(4.32)式を用い、 r_p を相互作用距離 d_i に等しいと置くこと。なお、この2次元ピンニングの場合には電磁現象としても第2回講座で述べた磁束の可逆運動が顕著となるなど、3次元ピンニングの場合とは異なる。とくにこれからの講座で述べるように、高温超伝導薄膜などでは磁束クリープの影響が極めて著しくなり、不可逆磁界の低下などの影響が現れる。

相関距離を越えた領域の間ではピンニング作用の相関が無視できることから、Larkin と Ovchinnikov はこの相関した領域内のピン力は他の同等な領域内のピン力と干渉することなく、そのまま残ると仮定した。実は、これは勝手な推測であり、数学的には間違っている。つまり、無限回のランダム・ウォークの過程は中心極限定理で記述でき、その中の有限の N 回の過程を抽出したとき、その平均値0からの外れは確かに $N^{1/2}$ 程度であるが、その外れは常に正または負というように符号が決まったものではなく、正負をランダムに分布するだけである。つまり、各相関領域のピン力の方向はまったくランダムであり、一方向の力の単純な和ではない。ランダム・ウォーク過程では、有限回数についての平均値の全体的な平均値は元もとの無限回の過程の平均値となり、1回当りの期待値は0としかならない。しかしながら、これを言ってしまうと、再びピン力密度が0となる閾値の問題に戻らざるをえず、Larkin-Ovchinnikov 理

論そのものを否定してしまうので、ここではLarkin と Ovchinnikov の仮定に従って話を進めることとしよう。

もう一つの問題点は磁束間の相互作用に Fig. 4.1(a) に示す C_{11} の影響を考慮していないことである。この相互作用は磁束が液体状になっても存在するもので、Lorentz 力に直接結びつく。とくにこうした強い弾性相互作用のために閾値問題が起こってきたことを考慮すると、ピンニング相関距離の概念から問題を解決したとは言え、 C_{11} を外したことは理論の定量的な記述に対して疑問を投げかけるものである。このことについての議論の詳細は文献10)にあるので、参照されたい。

中磁界以下においては上で求めたピンニング相関距離と $W(0)$ からピン力密度を求めることができ、

$$F_p = \left[\frac{W(0)}{V} \right]^{1/2} = \frac{W^2(0)}{(8\pi)^{3/2} C_{44} C_{66}^2 r_p^3} \quad (4.22)$$

が得られる。このように、統計理論および動的理論で問題となったピン力の閾値が現れない。なお、この場合のピンニング・パラメーター依存性は $F_p \propto N_p^2 f_p^4$ となり、ピンニングが弱い場合の統計理論の結果 $F_p \propto N_p f_p^2$ と異なる。また、規格化磁界 $b = B/B_{c2}$ に対する依存性としては、 $W(0) \propto (1-b)^2$ 、 $C_{44} \propto b^2$ 、 $C_{66} \propto b(1-b)^2$ より $F_p \propto b^{-4}$ となり、通常実測される結果と大きく異なる。なお、高磁界においては磁束格子の非局所性の仮定から弾性定数の軟化が起こって C_{11} と C_{44} が(4.1)、(4.2)式の値よりも小さくなり、臨界電流密度のピーク効果が起こると言われている。こうした軟化が完了した磁界を超えた状況、またはピンニングが強い場合にはすべての磁界領域で R_c が a_f 程度となり、磁束格子はアモルファス状態となる。この場合のピン力密度は

$$F_p = \left[\frac{W^2(0)}{\pi^{1/2} C_{44} k_h^2 a_f^6 r_p} \right]^{1/3} \quad (4.23)$$

で与えられる。ただし、 $k_h \simeq (1-b)/\lambda$ は磁束格子の弾性定数の非局所性に関連した特性波数である。この場合のピンニング・パラメーター依存性は $F_p \propto N_p^{2/3} f_p^{4/3}$ となり、磁界依存性は $F_p \propto b^{1/3}(1-b)$ で与えられる。

以上の議論から大体、推測はできようが、Larkin-Ovchinnikov 理論の定量的な正確さについては問題を含む。ここで、一例として Fig. 4.7 の Nb のピンニングについて理論との比較を行おう。ピンの数密度 N_p に関する依存性が線形ではないので、 N_p の値を仮定する必要があるが、 $N_p = 1 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ の場合と $1 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ の場合の比較を Fig. 4.9 に示す¹¹⁾。これから一般的に言えることは、ピンが弱いときにはピン力密度の理論予想は実験値よりかなり小さく、逆にピンが強いときには実験値よりもかなり大きくなる傾向にあることである。こうした原因はピンニング相関距離を用いて極めて大雑把にしか見積もりをおこなっていないからであり、理論の

Fig. 4.9 Comparison¹¹⁾ of experimental results at $b = 0.6$ on the same Nb specimens shown in Fig. 4.7 with the results of the Larkin-Ovchinnikov theory for $N_p = 1 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ and $N_p = 1 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$.

定量的な正確さという点では以下に述べるコヒーレント・ポテンシャル近似理論に劣る。

4.6. コヒーレント・ポテンシャル近似理論

前節に示したように、Larkin-Ovchinnikov 理論ではピン力の閾値の問題を半解決してはいるが、いくつかの問題点を含み、また、実験結果との定量的な一致も得られていない。加えて、この理論ではピンニング損失のヒステリシスを議論することもかなわない。その意味では、統計理論のレベルでピン力の閾値の問題を解決し、有効なピンニングとピンニング損失のヒステリシスの両立を示す必要がある。その意味で、統計理論の延長上での解決が望ましい。

ここで、Labusch らの統計理論の問題点を見ることにしよう。この理論では一つのピンと相互作用する磁束格子の部分系を考え、これと同等の部分格子の統計和を求めている。この手法自体に問題はない。統計を取る上で重要なのが仮定となっている磁束の無歪格子点 x_0 とピンの位置の間の無相関性である。ここで、Larkin-Ovchinnikov 理論の立場からの問題点の指摘を行えば、この x_0 は関与するピンの相互作用をなくすだけで得られるということから、ピンニング相互作用が有限であるという事実と矛盾していることになる。つまり、この x_0 が構成する、無限の距離にわたって秩序をも

つ仮想的な格子が存在することを仮定しているのである。真にこれを達成するのであれば、超伝導体内のすべてのピンの相互作用を仮想的になくす必要がある。この場合は Larkin-Ovchinnikov 理論でもピンニング相関距離が発散するので、この取り扱いが正しい。この点は後でもう一度触れる。

次に Labusch の統計理論の側面を紹介しよう。Labusch が行おうとしていたのは Labusch パラメーター α_L をピンニングの「場」の強さを表すパラメーターとして導入し、加算問題についての平均場近似理論を確立することであったと予想される。しかしながら、その取扱いは不十分で、自己無矛盾とはなっていない。すなわち、平均場近似理論の基礎方針は場の強さ α_L を仮定した元でピン力密度 F_p を求め、一方で F_p の結果から別に α_L を求め、二つの関係から F_p と α_L を無矛盾に求めることである。しかるに、Labusch の理論では後者のプロセスがなく、理論的に閉じていない。もし、閾値問題で指摘されるようにある種のピンが有効でないとすれば、そうした周囲のピンからの反作用はなく、簡単に磁束フローが生じて注目する磁束はどこへでも、すなわちピンニングが最も有効に作用する位置へも移動することができることとなり、ピンが有効ではないという最初の仮定と矛盾することになる。したがって、無矛盾となるように求めれば、必ずピン力密度は有限な値をとることになると予想され、これが筆者による指摘である¹²⁾。

Labusch は (4.14) 式のバネ定数を求めるにあたって、広い磁束格子の無限遠を固定した条件で行っている。ピンニング相関距離が有限であることから、無限遠における境界条件は不確定であり、確定的な条件を仮定することはできない。また、上にも述べたようにピンが有効でない場合には全体が磁束フローに移行することが禁じられており、現実的でない。

このような理解の上に提出されたのがコヒーレント・ポテンシャル近似理論である。ここではピンニングの強さを表す Labusch パラメーター α_L を場の強さを表すパラメーターとして導入し、この影響の下で統計的手法で F_p を形式的に求めるとともに α_L をも求め、これらの二つの関係式から F_p と α_L をコンシステントに求める。このように基本的には統計理論の手法を用いるので、4.3 節を修正する形で話を進めよう。ここではピンニングが強く、またピン密度 N_p があまり大きくない場合を取り扱う。これは孤立ピンニングの条件が成立し、Labusch や Lowell の手法が使える場合である。統計集合の中の代表的な部分格子における力の釣り合いは (4.6) 式で与えられる。

ここで問題となっていたのが、上に述べたように x_0 に対応する仮想的な磁束の位置が長距離にわたる秩序をもつという仮定であった。長距離にわたる秩序をもちうるのは (4.20) 式より $W(0) = 0$ の場合、すなわち、ピンニ

ングがまったく働かない場合である。これが実現するのは仮想的にすべてのピンの相互作用をなくした場合であり、こうすることによって統計平均をとることが可能となる。関与する1個のピンの相互作用のみをなくした場合の x_0 とピンの位置の間には相関が存在し、 x_0 に関して統計平均をとることはできない。

この考えに基づいて、関与するピンのみの相互作用をなくした仮想的な第1ステップに続いて、超伝導体内のすべてのピンの相互作用をなくす第2ステップへ進んでみよう。このとき、第1ステップにおいて x_0 にいた量子化磁束が Δ に変位したとする。統計集合について見ると Δ とピンの位置の間には相関がないことになる。

そうした状況を理解した上でもう一つの問題となっているバネ定数について考えよう。まず、(4.6)式の k_f についてであるが、これは第1ステップの逆、すなわち、仮想的に有効性を失わせていた1個のピンの力を復活させ、量子化磁束が変位するときの弾性復元定数である。したがって、周囲のピンが有効で無限遠が固定された状況下で1個のピンによる力を1点に加えたことに対する弾性復元定数であるので、基本的にはLabuschの計算結果の(4.14)式で与えられる。次に第2ステップの逆、すなわち、仮想的に全てのピンの有効性を失わせていた状況から周囲のピンの力を復活させるとする。このとき量子化磁束は Δ から x_0 に変位し、その弾性復元力のバネ定数を K で表すと、この力は周囲のピンからの反作用であることから、 K がLabuschパラメータと深く関わっていることが理解できるであろう。これについては後で述べる。

ここで力の釣り合いについて見てみよう。取り扱っている部分格子の中では(4.6)式が成立している。一方、この部分格子と周囲との相互作用を考えると、ピン力と周囲からの弾性復元力 $K(\Delta - x_0)$ とが釣り合っていることになる。すなわち、上の弾性復元力 $k_f(x_0 - x)$ は内力であり、それは単に伝達している力にすぎない。今の場合、部分格子のピン力は弾性復元力 $k_f(x_0 - x)$ および $K(\Delta - x_0)$ を通し、そして最終的には外部からこの部分格子に働く力、すなわち、駆動力と周囲のピン力との和と釣り合っている。したがって、力の釣り合いは

$$K(\Delta - x_0) + f(x) = 0 \quad (4.24)$$

とも書ける。これと(4.6)式から x_0 を消去すると

$$k'_f(\Delta - x) + f(x) = 0 \quad (4.25)$$

となる。ただし、 k'_f は

$$k'^{-1}_f = k^{-1}_f + K^{-1} \quad (4.26)$$

で与えられる有効バネ定数である¹³⁾。したがって、ピンニングが有効でなく α_L が0となった場合は、 $K = 0$ を

通して $k'_f = 0$ となり、上に述べた一つの問題点は解決されている。

次にバネ定数 K を求めよう。代表的に取り扱っている部分格子は1個のピンを含み、その体積 V は d_p を平均ピン間隔として $N_p^{-1} = d_p^3$ である。Larkin-Ovchinnikov理論にならって、この部分格子の横サイズ L_t および縦サイズ L_l を

$$L_t = \left(\frac{C_{66}}{C_{44}} \right)^{1/6} d_p, \quad L_l = \left(\frac{C_{44}}{C_{66}} \right)^{1/3} d_p \quad (4.27)$$

としよう($L_t^2 L_l = d_p^3$ に注意)。ピンニングが強く、かつ、ピン密度 N_p が低いことを仮定した理由はピンニング相関距離 R_c および L_c がそれぞれ L_t および L_l より短くなり、孤立ピンニングの条件が満たされるためである。この条件下では K は以下のように見積もられる¹³⁾。

$$K \simeq \alpha_L L_t L_l \lambda'_0 \exp \left(-\frac{L_t}{\lambda'_0} \right) \quad (4.28)$$

ピンニングの強さを表す平均場パラメータ α_L は K を通して有効バネ定数 k'_f の中に取り込まれている。ただし、後に示すように λ'_0 は α_L に関係しており、 K を α_L だけで表わす必要がある。

こうして新しい力の釣り合いの条件が(4.25)式で与えられ、ピン力密度は形式的に Δ に関する統計平均の最大値で与えられる。

$$F_p = \frac{N_p}{a_f} \left| - \int_0^{a_f} f(x(\Delta)) dx \right|_{\max} \quad (4.29)$$

これを具体的に計算するにあたって、Fig. 4.3および(4.8)式で与えられるピンニング・モデルでなく、

$$\begin{aligned} f(x) &= f_p \left(1 - \frac{4x}{a_f} \right); & 0 \leq x < \frac{a_f}{2} \\ &= f_p \left(\frac{4x}{a_f} - 3 \right); & \frac{a_f}{2} \leq x < a_f \end{aligned} \quad (4.30)$$

で表されるCampbellモデル¹⁴⁾を採用する(Fig. 4.10参照)。それは、取り扱っているピンニングが強い極限においてピン力密度が直接和を超えないようにするためである。Lowellモデルの場合、Fig. 4.9からも明らかなように、ピンニングが強い極限では直接和を超えてしまうことに注意されたい。簡単な計算の結果

$$\begin{aligned} F_p &= N_p \frac{f_p(f_p - f_{pt})}{f_p + f_{pt}}; & f_p > f_{pt} = \frac{k'_f a_f}{4} \\ &= 0; & f_p < f_{pt} \end{aligned} \quad (4.31)$$

が得られる。この場合、 $f_p \gg f_{pt}$ であっても F_p が直接和 $N_p f_p$ を超えないことが確認されよう。

F_p と α_L をコンシステントに求めるにあたって、もう一つの関係式が必要である。ここで、 α_L と F_p の関係を述べておこう。 F_p は磁束格子の弾性限界にある力であ

Fig. 4.10 Campbell's model of periodic pinning force.¹⁴⁾

り、 α_L と相互作用距離と呼ばれる磁束の臨界変位量 d_i を用いて

$$F_p = J_c B = \alpha_L d_i \quad (4.32)$$

で与えられる。かつ、 d_i は磁束格子間隔を用いて

$$d_i = \frac{a_f}{\zeta} \quad (4.33)$$

のように表せることが理論的および実験的に知られている。例えば、 $\zeta = 2\pi$ は弱い点状ピンの場合であり、 $\zeta = 4$ は強い常伝導析出物などの場合である。この部分は 2.3 節で述べた量子化磁束の可逆運動と密接に関連しているので、文献¹⁵⁾を参照されたい。

以上より F_p は (4.31) 式と (4.32) 式で形式的に与えられる。後者の α_L については、(4.21) 式および (4.28) 式から $\alpha_L = \mu_0 (K/BL_t L_1)^2 \exp(2L_t/\lambda'_0)$ となり、これを代入した (4.32) 式と (4.31) 式を等しいと置けばよい。まず、 α_L を解くにあたって、数学的には α_L の代わりにピン力の閾値 $f_{pt} = k'_f a_f / 4$ を用いる方が便利である。そこで $f_{pt} = f_p t$ と置けば、 t に関する以下の式を得る¹³⁾。

$$\beta \cdot \frac{4f_p}{k_f a_f} \cdot \frac{1-t}{1+t} = \frac{t^2}{[(k_f a_f / 4f_p) - t]^2} \quad (4.34)$$

ただし、 β は

$$\beta = \frac{1}{16} \left(\frac{2}{\sqrt{3}\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{C_{44}}{C_{66}} \right)^{5/6} \frac{\zeta d_p}{a_f} \exp \left(-\frac{2L_t}{\lambda'_0} \right) \quad (4.35)$$

で与えられるが、途中 (4.2)、(4.14)、(4.27) の各式を用いた。 β は大きな値をもつが、ほぼ定数であると仮定しよう。したがって、(4.34) 式は未知数 t とパラメーター $4f_p/k_f a_f$ のみの方程式であるといえる。

ここで、当初の仮定から外れるので正確ではないが、ピンが弱い $4f_p/k_f a_f \ll 1$ の場合を取り扱ってみよう。こ

の場合、(4.34) 式の右辺は t の増加とともに 1 を超えても増加するので、必ず解がある。この場合、 β が大きいことから、 t の解は 1 よりわずかに小さいところにあることになる

$$t \simeq 1 - \frac{8f_p}{\beta k_f a_f} \quad (4.36)$$

を得る。したがって、ピン力密度は

$$F_p = \frac{4N_p f_p^2}{\beta k_f a_f} \quad (4.37)$$

となって¹³⁾、統計和と同じ形になり、Fig. 4.7 の結果に定性的に一致する。

次に、ピンニングが強く、 $4f_p/k_f a_f > 1$ となった場合を考える。この場合 t が増加して $k_f a_f / 4f_p (< 1)$ に近づくにつれ、(4.34) 式の右辺は極めて大きくなる。したがって、 t の解は $k_f a_f / 4f_p$ よりわずかに小さいところにある存在するので、

$$t \simeq \frac{k_f a_f}{4f_p} \quad (4.38)$$

としてよい。したがって、ピン力密度は

$$F_p = \eta_p N_p f_p \quad (4.39)$$

の線形和となる。ただし、 η_p は形式的にピンニング効率を与え

$$\eta_p = \frac{1 - (k_f a_f / 4f_p)}{1 + (k_f a_f / 4f_p)} \quad (4.40)$$

である。このように β に依存しない結果となっているので、 β が真に一定値でなくても大きな影響はない。厳密には η_p は一定でなく、ピンニングが強くなるにつれ、漸増する。

以上より、コヒーレント・ポテンシャル近似理論によれば、要素的ピン力の閾値 f_{pt} は存在するものの、ピンが弱い場合でも常に要素的ピン力よりも小さいことから、0 でないピン力密度が存在し、かつピンニング損失が磁束の不安定性に基づくヒステリシス損失であるという性質が保たれることを示している。なお、こうした静的理論を動的理論に拡張するのは容易である。すなわち、 $dt = v^{-1} d\Delta$ として Δ に関する統計平均を時間平均にし、 k_f を k'_f に置き換えるだけでよい。この理論の登場によって静的状態から動的状態に至るまでのピンニング現象の全体がコンシステントに記述できたことになる。

4.7. 実験結果との比較

Larkin-Ovchinnikov 理論とコヒーレント・ポテンシャル近似理論の結果を実験結果と簡単な例について比較してみよう。詳細な比較は文献¹⁶⁾にあるので、そ

Fig. 4.11 Observed pinning force density vs. predicted functions of (a) the Larkin-Ovchinnikov theory and (b) the coherent potential approximation theory for Nb-Ta with normal Nb₂N precipitates at $b = 0.6$. Data labeled A8, A18 and A20 are experimental results by Antesberger and Ullmaier.¹⁸⁾

ちらを参照されたい。ここではピンニングが強い例として常伝導析出物をピンにもつ Nb-Ta の $T=4.2$ K、 $b = 0.65$ におけるピン力密度を理論と比較する。Fig. 4.11 はそれぞれの理論が予想するピンニング・パラメーター関数との比較を示す¹⁷⁾。これによれば、(a) の Larkin-Ovchinnikov 理論の場合、斜線で示された理論予想は観測されたピン力密度よりも大幅に大きく、直接和で与えられる値を超えている。しかも析出物の形態が異なる二つのグループで、異なった傾向を示している (A のラベルが付いた試料の析出物の方が小さく、かつ N_p が高い)。このようにピンニングが強い場合には実験結果よりも大きなピン力密度を予想する傾向は Fig. 4.9 にも見られる。一方、(b) のコヒーレント・ポテンシャル近似理論の場合、二つのグループの特性が共通の (4.39) 式で与えられる直線によく合っている。ここで、実験結果とよく合うように $\eta_p = 0.17$ としている。理論的には試料 13 について予想されるのは $\eta_p = 0.23$ で¹⁹⁾、比較的实验結果との一致はよい。

一般にピンニングが強い場合は (4.39) 式の線形和に近

い特性が得られており、その点から、その結果を予測しているコヒーレント・ポテンシャル近似理論の方が現実的であるといえる。とくに、結晶界面のピンニングの場合にはピン力密度が粒径の逆数に比例することが知られているが、これも線形和を支持するものである。

ただし、Larkin-Ovchinnikov 理論におけるように、ピンニング相関距離の概念と集合的ピンニングの原理から自己無矛盾的にピン力密度を求めようとする理論的手法自体は有効なものであると思われるので、今後、この理論の抜本的な修正が望まれる。

4.8. まとめ

今回はピンの数密度 N_p と要素的ピン力 f_p が与えられたときに、これらの関数としてピン力密度 F_p を数学的に求めるという加算問題に関する理論を紹介した。本格的な最初の加算理論は 1969 年の Labusch による統計理論であり、0 でない F_p が得られるためには、 f_p はある閾値 f_t よりも大きくなければならないことが示された。しかしながら、1970 年代の末に実際のほとんどの欠陥の f_p の値はその閾値よりも小さく、理論の欠陥が明らかとなった。Labusch の統計理論が現れる少し前の 1967 年に Yamafuji と Irie はピンニング損失の起源を求めるといふ別の視点から動的理論を展開していた。これによれば、弱いピンであっても磁束の運動にはそれなりの影響を与えることが示されていることから、1979 年に筆者らは統計理論との関係を明確にするために動的理論を用いてピン力密度を求めた。その結果、やはりランダム系についてはエルゴード性が満たされ、静的極限においては f_p に対する有限な閾値が存在することが示された。そして、この閾値の条件がピンニング損失がヒステリシス損失の性質をもつための条件と同一であることが後に明らかになった。なお、Yamafuji と Irie の理論では自動的に閾値条件が満たされているような、極めて簡単な形のピン・ポテンシャルが導入されていたが、もし、現実的なピン・ポテンシャルが取り上げられていたら、いち早く f_p の閾値の問題が明らかとなり、その後の加算問題の研究の流れは大きく変わっていたものと予想される。

一方で、動的理論が出されたのと同じ 1979 年に Larkin-Ovchinnikov 理論が提出された。この理論ではピンニング相関距離の概念が示され、相関距離と F_p をコンシステントに求める集合的ピンニングの手法が用いられた。この理論には本講座で述べたように厳密には数学的に認められない部分があるが、ピンニング相関距離の概念は広く受け入れられている。実際に、その後 1995 年に筆者が提出したコヒーレント・ポテンシャル近似理論では、基本的な平均場近似の手法の枠組みの中でピンニング相関距離の概念を取り入れて Labusch の統計理論を修正している。この理論の特長の一つは、統計的手法を

参 考 文 献

- 1) 松下照男: 「磁束ピンニングと電磁現象」 (産業図書) p. 267
- 2) E. H. Brandt: Phys. Rev. B **34** (1986) 6514.
- 3) A. M. Campbell and J. E. Evetts: Adv. Phys. **21** (1972) 372.
- 4) R. Labusch: Crystal Lattice Defects **1** (1969) 1.
- 5) J. Lowell: J. Phys. F. **2** (1972) 547.
- 6) E. J. Kramer: J. Nucl. Mater. **72** (1978) 5.
- 7) K. Yamafuji and F. Irie: Phys. Lett. **25A** (1967) 387.
- 8) T. Matsushita, E. Kusayanagi and K. Yamafuji: J. Phys. Soc. Jpn. **46** (1979) 1101.
- 9) A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov: J. Low Temp. Phys. **34** (1979) 409.
- 10) 松下照男: 「磁束ピンニングと電磁現象」 (産業図書) p. 307.
- 11) E. J. Kramer and H. C. Freyhardt: J. Appl. Phys. **51** (1980) 4930.
- 12) T. Matsushita and K. Yamafuji: J. Phys. Soc. Jpn. **47** (1979) 1426.
- 13) T. Matsushita: Physica C **243** (1995) 312.
- 14) A. M. Campbell: Philos. Mag. B **37** (1978) 149.
- 15) 松下照男: 「磁束ピンニングと電磁現象」 (産業図書) p. 120.
- 16) 松下照男: 「磁束ピンニングと電磁現象」 (産業図書) p. 295.
- 17) T. Matsushita, N. Harada and K. Yamafuji: Cryogenics **29** (1989) 328.
- 18) G. Antesberger and H. Ullmaier: Phil. Mag. **29** (1974) 1101.
- 19) 松下照男: 「磁束ピンニングと電磁現象」 (産業図書) p. 307.

Fig. 4.12 Cross-section of the normal core of a flux line and small normal precipitate.

用いているために Larkin-Ovchinnikov 理論ではできない動的理論への移行が容易であるということである。これによって静的状態から動的状態まで一貫して理解できるようになった。このように、加算問題については歴史的にも日本の貢献は大きいものがある。その意味から、継続して将来の日本のピンニングの研究を背負う若手研究者の成長が望まれる。

次回の基礎講座では実用超伝導線材のピンニングに関係する飽和現象と非飽和現象について述べよう。

前回の宿題の解答

前回の宿題は直径 $2r$ が磁束の常伝導核の直径 2ξ よりも小さい常伝導析出物の要素的ピン力を求める問題であるが、Fig. 4.12(a) のように常伝導核が常伝導析出物に接したときと (b) のように飲み込んだときの違いを考慮すればよい。両者の間のエネルギーの差 U_p は凝縮エネルギー密度 $B_c^2/2\mu_0$ に常伝導析出物の体積 $(4/3)\pi r^3$ をかけたもので与えられる。そして、Fig. 4.12 のようにこの変化が磁束の常伝導核の $2r$ だけの変位で生じるので、要素的ピン力は

$$f_p = \frac{U_p}{2r} = \frac{\pi B_c^2 r^2}{3\mu_0}$$

と概算される。

松下照男 第43巻7号 p. 226 参照