研究論文

往復振動流中の作動ガスと管壁の間の熱伝達率

小清水 孝夫^{*1,†}, 高田 保之^{*2}

Heat Transfer Coefficient between the Working Gas and Wall in an Oscillatory Flow

Takao KOSHIMIZU^{*1,†} and Yasuyuki TAKATA^{*2}

Synopsis: Numerical simulation of heat and fluid flow is performed to estimate the value of the heat transfer coefficient between the working gas and wall in an oscillatory flow. Transient two-dimensional equations of continuity, momentum and energy are solved utilizing a TVD scheme. A physical model of a simple circular tube, in which the wall temperature is constant, is used for the numerical simulation. In this study, the variations in the local heat transfer coefficient in an oscillatory flow are clarified by analyzing the temperature field obtained as a numerical result. The results show that the value of the heat transfer coefficient became considerably high when temperature inversion between the working gas and wall occurred. This high value is theoretically infinite, and this makes it difficult to use the heat transfer coefficient in oscillatory flows.

Keywords: oscillatory flow, heat transfer coefficient, thermoacoustic phenomenon, numerical simulation

1. はじめに

近年、往復振動流を作動流体とするスターリング機器および熱音響機器の設計や機器内部での非定常現象の調査に有用な数値解析^{1)~4)}が開発されている。これまで、熱から音波への変換を可能とする熱音響発振器を対象とした野川らや著者らの研究^{5), 6)}により、実験結果と数値解析の結果との定性的一致が得られている。しかしながら、熱音響発振器の数値解析において、管内部に発生する音波の周波数は実験結果と一致しているものの、管内部の温度に関しては、実験結果との定量的一致は完全には得られていない。著者らは、その不一致の影響として、往復振動流の数値解析において設定する熱的条件が大きな要因であると考え、熱的条件として非常に重要な作動ガスと固体間の熱伝達率の温度変動に対する影響を調査してきた。その結果、単純な円管内では熱伝達率の違いにより、管内部の温度変動が大きく異なることが明確になった⁷⁾。

往復振動流の非定常数値解析はこれまで、作動ガスの流れを円筒 2 次元流として計算されたものもあり³⁾、その場

合には作動ガスと管壁の熱交換を対流伝熱によって考慮できるため、熱伝達率を必要としない。しかしながら、今後の設計ツールとしての利用を考えると、作動ガスの流れを 1 次元流とした数値解析が計算時間の面からも非常に便利であるが、1 次元流の場合には、作動ガスと管壁の熱交換を何らかの方法で考慮する必要がある。これまでの数値解析においては、熱伝達率を使用することでその熱交換を考慮したものがほとんどであるが、非定常数値解析において使用される熱伝達率は、時間ごとに刻々と変動する非定常熱伝達率である必要があり、その値を合理的に定められるかどうかは明確になっていない。そのため、これまで実施された非定常数値解析では、熱伝達率の値を一定値として仮定したものや一方向定常流の経験式を代用して決定したものなどが多い。著者らはこれまで、一定値として設定した熱伝達率や一方向定常流での経験式から得られる熱伝達率の値と往復振動流での熱伝達率の値の違いを調査し、それらが両者の計算結果の定量的不一致を生み出す原因の一つであることを明確にした⁸⁾。

本研究では、往復振動流に対する円管内での作動ガスと管壁間の熱伝達率の値を合理的に定められるかどうかを明確にすることを目的として、円筒 2 次元流の非定常数値解析を実施し、その結果として得られる温度場を利用することで熱伝達率の値を逆算して導出することを試みた。さらに、得られた熱伝達率の 1 周期中の変化の様子を解析し、熱伝達率の値に対する作動ガスと管壁の温度差および作動ガスと管壁の交換熱量の影響を明確にした。

Received September 28, 2011

^{*1} 北九州工業高等専門学校〒802-0985 福岡県北九州市小倉南区志井 5-20-1
Kitakyushu National College of Technology, 5-20-1 Shii,
Kokuraminami-ku, Kitakyushu, Fukuoka 802-0985, Japan^{*2} 九州大学大学院工学研究院〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744
Faculty of Engineering, Kyushu University, 744 Motooka,
Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan[†] E-mail: kosimizu@kct.ac.jp

2. 計算モデル

2.1 モデル化

計算モデルを Fig. 1 に示す. 計算モデルは, 長さ 180 mm, 直径 18 mm の単純な円管とした. 左端は作動ガスが自由に出入りできる開端, 右端は閉端とした. この円管内に往復振動流を与え, 作動ガスの温度変動が周期的定常状態に到達した後に, 1 周期中の熱伝達率の変化を解析する. なお, 作動ガスには空気を選定した.

2.2 初期条件

ガスの初期条件として, 圧力は 0.1 MPa, 温度は 290 K, 流速は 0 m/s として計算を行った. また, 管壁の温度は 290 K とした.

2.3 境界条件

円管左端の境界条件として, 平均圧力を 0.15 MPa, 圧力振幅を 0.05 MPa, 振動の周波数を 1 Hz とする正弦波状の圧力変動を与えた. なお, 流速に関しては, 後述する運動量保存則により決定されるものとした. 温度に関しては, 円管流入時には一定温度 (初期温度よりも 40 K 低い温度に設定) で流入させ, 円管流出時には円管内部の温度より外挿して決定した. 一方, 管壁の境界条件として, 境界面での流速を 0, 半径方向の圧力勾配を 0 とする固体壁の条件を採用した. 管壁の温度の条件として, 円管内面においては一定温度 (初期温度と同じ温度に設定), 右端においては断熱とし, 軸方向の温度勾配を 0 とした.

3. 数値解析

3.1 基礎式

作動ガスは, 円筒 2 次元流とし圧縮性および粘性を考慮した. なお, ガスは理想気体とした. 以下に基礎式を示す.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \operatorname{div} \mathbf{V} \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \mathbf{f} \quad (2)$$

$$\frac{De}{Dt} = -\mathbf{V} \cdot \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \mathbf{V} \cdot \mathbf{f} - \frac{p}{\rho} \operatorname{div} \mathbf{V} + \frac{\Phi}{\rho} + \frac{\lambda}{\rho} \nabla^2 T \quad (3)$$

ここで, ρ は密度, t は時間, $\mathbf{V}$ は速度ベクトル, p は圧力, $\mathbf{f}$ は粘性力ベクトル, e は単位質量あたりの内部エネルギーと運動エネルギーの和, Φ はエネルギー散逸関数, λ は熱伝導率, T は温度を示す.

3.2 計算方法

空間差分に関して, 対流項に対しては 1 次精度の風上型 TVD スキーム, 粘性項に対しては 2 次精度の中心差分により計算を行った. 時間積分には, 2 次のルンゲ・クッタ法を適用した. なお, 計算格子の空間刻みは流体の変位振動や境界層厚さに比べて十分に小さくなるように設定し, 軸方向の刻み Δx は 3 mm, 半径方向の刻み Δr は 3/7 mm とし

Fig. 1 Physical model.

Fig. 2 Distribution of the Nusselt number in a one-directional flow.

た. また, 時間積分の際の時間刻み Δt は 10^{-6} s とした.

4. 解析方法

熱伝達率を使用すると, 円管内の作動ガスと管壁の交換熱量は式(4)によって表わされる.

$$Q = \alpha (T_{\text{gas}} - T_{\text{wall}}) A \quad (4)$$

ここで, Q は作動ガスと管壁の交換熱量, α は作動ガスと管壁間の熱伝達率, T_{gas} は作動ガスの面積平均温度, T_{wall} は管壁の温度, A は伝熱面積を示す.

一方, 円管内面では, 熱伝導による作動ガスから管壁への伝熱量は式(5)によって表される.

$$Q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0} A \quad (5)$$

ここで, r は半径方向座標, r_0 は円管内径を示す.

式(4)および式(5)より, 熱伝達率は式(6)のように表わされる.

$$\alpha = \frac{-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0}}{T_{\text{gas}} - T_{\text{wall}}} \quad (6)$$

数値計算の結果として得られた温度場を使用して, 式(6)により熱伝達率を導出する.

Fig. 3 Variations in the area-averaged gas temperature.

5. テスト問題

本研究における計算手法の妥当性を確認するために、一方向定常流でのテスト問題を実施し、計算結果として得られた温度場から熱伝達率を導出した。なお、テスト問題では一方向定常流のため、Fig. 1 に示した計算モデルの右端を左端と同じく開端とし、左端側から右端側への定常流れを境界条件により与えた。Fig. 2 に無次元軸方向位置に対するヌセルト数の変化を示す。均一壁温における熱伝達率は、伝熱開始点で最大の値をとり、発達区間では一定値になることが理論的にわかっている。熱伝達率の代わりにヌセルト数 Nu で表わすと

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = 3.66 \quad (7)$$

となり、発達区間ではヌセルト数が 3.66 になることがわかっている。ここで、 d は円管内径を示す。Fig. 2 より、ヌセルト数の値は 3.66 に漸近していることがわかり、本研究における計算手法の妥当性が確認できる。

6. 解析結果

6.1 温度の時間変化

周期的定常状態における 1 周期中のガスの面積平均温度の時間変化を Fig. 3 に示す。なお、Fig. 3 には $x = 30$ mm, 60 mm, 90 mm および 120 mm の 4 点の位置での温度変化を示すが、後述するように、 $x = 120$ mm 以上の位置においては温度変化の仕方がほぼ同じであるため、 $x = 120$ mm より閉端側の空間の代表点の温度変化として $x = 120$ mm の位置での温度変化を示し、これより閉端側の温度は表示していない。また、圧力との関係をわかりやすくするために $x = 90$ mm, $r = 0$ mm の位置での圧力の時間変化を同時に示す。

Fig. 3 より、開端に近いほど昇圧過程での温度上昇が小さいことがわかる。 $x = 30$ mm および 60 mm の位置においては、特にその様子が顕著に現れているが、これは開端に

(a) Pressurizing process.

(b) Depressurizing process.

Fig. 4 Distributions of the area-averaged gas temperature.

において一定温度に保たれているガスが円管内に流入してることが原因であると考えられる。特に $x = 30$ mm の位置においては、開端に非常に近く、流入してくるガスの影響を大きく受けるため、昇圧過程においても管壁の温度よりも高い温度にはならず、1 周期中常に管壁の温度よりも低い温度に保たれていることがわかる。 $x = 120$ mm 以上の位置においては、どの位置においても $x = 120$ mm の位置と同じ温度変化を示したため、Fig. 3 には $x = 120$ mm の位置しか表示していないが、これは開端から流入してくるガスの影響をまったく受けておらず、ほぼ同じ温度変化をしているためであると考えられる。 $x = 90$ mm の管中心の位置においては、昇圧過程終盤において流入してくるガスの影響をわずかに受けており、 $x = 120$ mm の位置での温度よりもわずかに低い温度になっている様子が確認できる。

6.2 温度分布の時間変化

周期的定常状態における 1 周期中のガスの面積平均温度分布を Fig. 4 に示す。昇圧過程と降圧過程における温度分布を同時に表示すると温度上昇の様子と温度低下の様子が重なりわかりにくくなるため、昇圧過程の様子を Fig. 4(a)

に、降圧過程の様子を Fig. 4(b)に分けて示す。

Fig. 3 において、 $x = 120$ mm 以上の位置での温度変化はほとんど同じであることを述べたが、Fig. 4 からその様子は明らかであり、同時間での $x = 120$ mm 以上の位置での温度はほぼ一定値となっていることがわかる。逆に、開端に近い位置においては流入してくるガスの影響を受けており、特に $x = 50$ mm 以下の位置においては、1 周期の間、管壁の温度よりも常に低い温度で変動していることがわかる。 $x = 90$ mm の管中心の位置においては、 $t = 0.3$ s あたりで流入してくるガスの影響を受けていることがわかるが、これは、Fig. 3 において $x = 120$ mm の位置での温度変化と差が出始める時間がこのあたりであることからその様子がよく理解できる。

6.3 熱伝達率の時間変化

周期的定常状態における 1 周期中の作動ガスと管壁間の熱伝達率の時間変化を Fig. 5 に示す。なお、Fig. 3 の温度変化と同様に、 $x = 120$ mm 以上の位置においては、熱伝達率の値もほぼ同じであるため、これより閉端側の熱伝達率は表示していない。また、式(6)から計算される熱伝達率の値は符号を持ち、管壁と作動ガスの温度の関係次第では、負の値になり得ることもあるが、一方向定常流では熱伝達率の値を正の値として定義していることが多いため、本報でも絶対値として取り扱った。

Fig. 5 より、 $x = 30$ mm の位置においては、他の位置と比較すると熱伝達率の値は非常に小さく、その変動も小さいことがわかる。一方、それ以外の位置においては、昇圧過程および降圧過程において非常に大きな値となる部分が存在することがわかる。昇圧過程においては $t = 0.17$ s あたりで、 $x = 30$ mm の位置を除くどの位置の熱伝達率の値も非常に大きくなっていることがわかる。その後すぐに小さくなるが、降圧過程において再び大きくなり、 $x = 60$ mm の位置においては $t = 0.6$ s あたり、 $x = 90$ mm および 120 mm の位置においては $t = 0.73$ s あたりで非常に大きな値となっていることがわかる。

式(6)で示したように、熱伝達率の定義式は、作動ガスから管壁へ向かう熱流束および作動ガスと管壁の温度差によって決定される。そのため、これら 2 つの要因が熱伝達率の値にどのように影響しているかを調査するため、これらの変化を次に示す。

6.4 作動ガスから管壁へ向かう熱流束

周期的定常状態における 1 周期中の作動ガスから管壁へ向かう熱流束の時間変化を Fig. 6 に示す。なお、Fig. 6 に示した位置は Fig. 5 と同様の 4 点とした。また、熱流束は作動ガスから管壁への値を正としたため、負の値は逆に、管壁から作動ガスへの熱流束を意味する。

Fig. 6 より、 $x = 30$ mm の位置においては、 $t = 0.8$ s あたりにおいて、管壁から作動ガスへ流れる熱流束が非常に大きくなることがわかるが、Fig. 5 に示した熱伝達率の値も

Fig. 5 Variations in the heat transfer coefficient.

Fig. 6 Variations in the heat flux from the working gas to the wall.

Fig. 7 Variations in the reciprocal number of the difference between the area-averaged gas temperature and wall temperature.

この辺りで最大になり、この熱流束の大きさが熱伝達率に大きく影響していることがわかる。さらに、 $t = 0.1 \sim 0.2$ s あたりにおいて、熱流束の値が正となり、作動ガスから管壁へ熱が流れていることがわかるが、Fig. 3 を見る限り作動ガスの面積平均温度は 1 周期中常に管壁の温度よりも小

さく、式(4)に示される直接的な関係式が成立しないことがわかる。この原因は作動ガスの面積平均温度と管壁近傍の作動ガスの温度に差異があるためであると考えられる。

$x = 30 \text{ mm}$ 以外の他の位置においては熱伝達率の値は非常に大きくなる部分が存在し、この熱流束の傾向とは一致していない。そのため、熱伝達率を決定するもう一つの要因である作動ガスと管壁の温度差の影響を次に示す。

6.5 作動ガスと管壁の温度差

管壁を一定温度としているため、作動ガスと管壁の温度差は Fig. 3 に示した作動ガスの温度変化と同じ傾向を示すことがわかる。式(6)からも明らかなように、熱伝達率に影響するのは作動ガスと管壁の温度差の逆数であるため、Fig. 7 に周期的定常状態における 1 周期中の作動ガスと管壁の温度差の逆数を示す。なお、正の値は作動ガスの温度が管壁よりも高いことを意味し、逆に負の値は管壁の温度が作動ガスの温度よりも高いことを意味する。

Fig. 7 より、 $x = 30 \text{ mm}$ の位置においては、他の位置に比べるとその変化が非常に小さく、作動ガスと管壁の温度差よりも Fig. 6 で示した熱流束の影響が大きいことがわかる。一方、 $x = 90 \text{ mm}$ および 120 mm の位置においては、ほぼ同じような挙動を示しており、昇圧過程においては $t = 0.17 \text{ s}$ あたり、降圧過程においては $t = 0.73 \text{ s}$ あたりで非常に大きな値となっており、作動ガスと管壁の温度差が熱伝達率に大きな影響を及ぼしていることがわかる。式(6)より、作動ガスと管壁の温度が接近すると、その温度差が無限小になり、熱伝達率の値は無限大になることがわかるが、Fig. 7 において非常に大きな値となっている部分は作動ガスと管壁の温度が逆転する場所であり、この部分で熱伝達率の値は無限大になることがわかる。また、 $x = 60 \text{ mm}$ の位置においては、 $x = 90 \text{ mm}$ および 120 mm の位置と比較すると、昇圧過程では値が大きくなる時間が非常に近いが、降圧過程ではそれらの位置よりも非常に早く大きな値となっていることがわかる。これは、Fig. 3 で示したように、作動ガスと管壁の温度が逆転する場所が $x = 90 \text{ mm}$ および 120 mm の位置よりも早いためであると考えられる。このことより、 $x = 60 \text{ mm}$ の位置においても作動ガスと管壁の温度差が熱伝達率に大きな影響を及ぼしていることがわかる。

7. まとめ

円筒 2 次元流の非定常圧縮性流体の数値解析を実施し、結果として得られる温度場を解析することで、往復振動流中の作動ガスと管壁間の非定常熱伝達率を導出した結果、以下のことがわかった。

- (1) 昇圧過程および降圧過程において、熱伝達率の値が無限大を示す位置が存在する。
- (2) 熱伝達率の値が無限大になるのは、作動ガスと管壁の温度が逆転する時に、それらの温度差が無限小に

なることが原因である。

- (3) 作動ガスの温度が 1 周期中、管壁の温度よりも大きくなならないような位置においては、作動ガスと管壁の温度の逆転現象は発生しないため、管壁から作動ガスへの熱流束が熱伝達率を決定する大きな要因である。

これまでに実施された往復振動流を作動流体とする熱音響機器等の数値解析においては、熱伝達率を使用することで作動ガスと管壁の熱交換を定義してきたが、無限大の変化を考慮した例はなく、このことが実際の実験結果との定量的な一致を実現できていない要因の一つであると考えられる。しかしながら、物理量に無限大の値へと変化するものは使用しにくいと、さらに別の熱伝達率の定義もしくは熱伝達率に変わる新たな物理量の定義が必要であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) M. Nogawa, S. Zhu and T. Inoue: "Study of capabilities on stirling refrigerator with pulse tube," Proceedings of the 5th Symposium on Stirling Cycle (2001) 129-132 (in Japanese)
野川正文, 朱 紹偉, 井上龍夫: 「パルス管型スターリング冷凍機の可能性の検討」, 第 5 回スターリングサイクルシンポジウム講演論文集 (2001) 129-132
- 2) Y. Hiratsuka and H. Morishita: "Numerical calculation for stirling type pulse tube cryocooler -Examination of phase shifter-, " Proceedings of the 6th Symposium on Stirling Cycle (2002) 117-120 (in Japanese)
平塚善勝, 森下弘之: 「スターリング型パルス管冷凍機の数値計算一位相制御機構の検討」, 第 6 回スターリングサイクルシンポジウム講演論文集 (2002) 117-120
- 3) T. Koshimizu, H. Kubota, Y. Takata and T. Ito: "Numerical analysis of heat and fluid flow in a basic pulse-tube refrigerator - Analysis on heat exchange between the tube wall and the working gas-, " TEION KOGAKU **38** (2003) 339-347 (in Japanese)
小清水孝夫, 久保田裕巳, 高田保之, 伊藤猛宏: 「ベーシック型パルス管冷凍機における熱流動数値解析 - 管壁と作動ガスの熱交換に関する解析」, 低温工学 **38** (2003) 339-347
- 4) T. Koshimizu, H. Kubota, Y. Takata and T. Ito: "Numerical analysis of heat pumping in oscillatory flows," Trans. Japan Soc. Mech. Eng., Ser. B **76** (2010) 1924-1931 (in Japanese)
小清水孝夫, 久保田裕巳, 高田保之, 伊藤猛宏: 「往復振動流中の熱輸送に関する数値解析」, 日本機械学会論文集 B 編 **76** (2010) 1924-1931
- 5) M. Nogawa, S. Zhu and T. Inoue: "Numerical simulation analysis of thermal acoustic generator," Trans. Japan Soc. Mech. Eng., Ser. B **72** (2006) 1089-1094 (in Japanese)
野川正文, 朱 紹偉, 井上龍夫: 「熱音響発振器の数値シミュレーション解析」, 日本機械学会論文集 B 編 **72** (2006) 1089-1094
- 6) T. Koshimizu, H. Kubota, Y. Takata and T. Ito: "Numerical analysis of thermoacoustic self-excited oscillation," TEION KOGAKU **43** (2008) 548-555 (in Japanese)
小清水孝夫, 久保田裕巳, 高田保之, 伊藤猛宏: 「熱音響自励振動に関する数値解析」, 低温工学 **43** (2008) 548-555

- 7) T. Koshimizu, D. Kasao, Y. Takata and S. Sakamoto: "Numerical simulation of a miniature standing wave thermoacoustic oscillator," Proceedings of the 48th National Heat Transfer Symposium of Japan Vol. I (2011) 129-130 (in Japanese)

小清水孝夫, 笠尾大作, 高田保之, 坂本眞一: 「定在波型小型熱音響発振器に関する数値シミュレーション」, 第 48 回日本伝熱シンポジウム講演論文集 Vol. I (2011) 129-130

- 8) T. Koshimizu, D. Kasao, H. Kubota, Y. Takata and T. Ito: "Numerical Analysis of Heat Transfer Coefficient in Oscillatory Flows," Proceedings of the 11th Symposium on Stirling Cycle (2008) 87-88 (in Japanese)

小清水孝夫, 笠尾大作, 久保田裕巳, 高田保之, 伊藤猛宏: 「振動流中の熱伝達率に関する数値解析」, 第 11 回スターリングサイクルシンポジウム講演論文集 (2008) 87-88

小清水 孝 夫

1977 年 3 月生. 1999 年九州大学工学部機械工学科卒業. 2004 年九州大学大学院工学府博士後期課程修了. 2004 年より北九州工業高等専門学校勤務. 現在, 北九州工業高等専門学校機械工学科准教授. 主にパルス管冷凍機, 熱音響発振器などの熱音響機器に関する研究に従事. 低温工学・超電導学会, 日本機械学会, 日本伝熱学会会員. 博士 (工学).

高 田 保 之

1956 年 4 月生. 1979 年九州大学工学部応用原子核工学科卒業. 1984 年九州大学大学院総合理工学研究科博士後期課程修了. 1984 年より九州大学工学部勤務. 現在, 九州大学大学院工学研究院機械工学部門教授. 主に相変化に及ぼす表面濡れ性, 高圧水素物性に関する研究に従事. 低温工学・超電導学会, 日本機械学会, 日本伝熱学会会員. 工学博士.