解 説

量子電圧雑音源を利用したボルツマン定数の評価

浦野 千春^{*1,†}

Measurement of the Boltzmann Constant Using a Quantum Voltage Noise Source

Chiharu URANO^{*1,†}

Synopsis: In the new SI, the unit of thermodynamic temperature, Kelvin (K), was defined based on the Boltzmann constant k determined through various thermodynamic temperature measurements. This paper describes a Johnson noise thermometer that uses a quantum voltage noise source, which is a type of precise thermodynamic temperature measurement method.

Keywords: Johnson noise thermometry, Josephson junction, quantum voltage noise, Nyquist equation

1. はじめに

2018年11月に開催された第26回国際度量衡総会において、国際単位系 SI の 4 つの基本単位であるキログラム (kg)、アンペア (A)、ケルビン (K) およびモル (mol) は基礎物理定数またはある特定の原子定数によって再定義され、新しい定義による基本単位の運用は 2019 年 5 月から開始された。この定義改定により、今後測定技術の進歩があったとしても SI の定義は影響を受ける可能性がなくなった。熱力学温度の単位であるケルビン K に関しては、改定前の SI では「熱力学温度の単位 Kelvin は水の三重点の熱力学温度の $1/273.16$ 」という形で定義されていた。新しい SI では熱力学温度測定によって今回新たに物理定数として定義されるボルツマン定数 k に基づいて定義された。

精密な熱力学温度計の技術としては低温から室温付近まではボイルーシャルルの法則を基本とした気体温度計 Gas thermometry や、気体音速を音響共鳴で評価する Acoustic Gas Thermometry (AGT) など、広い意味の気体温度計が世界的に主流である¹⁾。測定の正確さは AGT が最良であるが、原理上、特に高温では計測自体が困難といわれている。

これに対して抵抗体の雑音電圧と温度の関係から熱力学温度を求める Johnson noise thermometry (JNT) は、抵抗体および信号伝送線路の特性が安定である限り、原理的には幅広い温度域で適用可能といわれている。JNT は AGT に

比べて精度は劣るものの、数百℃といった高温での適用例もある²⁾。JNT では熱力学温度 T に置かれた抵抗値 R の抵抗器の両端に発生する電圧 V の分散が以下の関係を満たすといういわゆる Nyquist の式に基づく³⁾。

$$\langle V^2 \rangle = 4kTR\Delta f \quad (1)$$

ここで、 k はボルツマン定数、 Δf は帯域幅である。

Johnson は式(1)からボルツマン定数を評価し、 $k = 1.27 \times 10^{-23}$ J/K という結果を得た（文献中では「 1.27×10^{-16} erg per degree」という現在とは異なる単位が用いられている）。この値は当時のボルツマン定数 (1.372×10^{-23} J/K) より 7.5 % 小さい値（現在の値 $1.38064852 \times 10^{-23}$ J/K からは約 8 % に相当）であったと報告している⁴⁾。

Johnson の実験を現代の観点から眺めると、電圧・抵抗・温度の測定技術、温度測定技術、温度制御技術、データ収集・解析技術、など、さまざまな要因が測定精度を大きく制限していたと考えられる。これらの全ての面において、1928 年当時と比較して現在はあらゆる面で著しく進展した。例えば、本手法において本質的に重要な電圧と抵抗の測定において、量子電圧標準、量子化ホール抵抗標準、原子時計を利用して絶対値をより精密に測定できるようになっている。さらに、計算機の性能の向上により、パワースペクトル密度をリアルタイムに計測することが可能となっている。

米国標準技術研究所 (NIST) は量子電圧雑音源 (Quantum Voltage Noise Source, QVNS) を基準として抵抗器の熱雑音のパワースペクトル密度を精密に測定する方法を提案した^{5,6)}。量子電圧雑音源はジョセフソン接合アレーを利用した疑似乱数発生装置であり、そのパワースペクトル密度は電気素量 e 、プランク定数 h 、周波数 f および数値係数で記述可能である。加えて、抵抗器の抵抗値も量

Received November 16, 2020

^{*1} 産業技術総合研究所

〒305-8563 茨城県つくば市梅園 1-1-1

National Institute of Advanced Industrial Science and Technology,
1-1-1 Tsukuba, Ibaraki 305-8563, Japan

[†] E-mail: c-urano@aist.go.jp

DOI: 10.2221/jcsj.56.12

Fig. 1 A schematic diagram of the measurement system for the Johnson noise thermometer using a Quantum Voltage Noise Source (QVNS).

子化ホール抵抗を基準とした測定によって精密に測定可能である。この手法が開発されたことで、ジョンソン雑音温度計の性能が大幅に向上する可能性が広がった。

2. 量子電圧雑音源を用いた Johnson 雑音温度計

装置全体の構成を **Fig. 1** に示す。測定システムは大きく分けて抵抗温度計、基準信号源となる QVNS、サンプル切り替えスイッチ、増幅器 (Amp)、ローパスフィルター (LPF)、A/D 変換器、およびデータ収録用の計算機からなる。サンプル切り替えスイッチによって抵抗温度計あるいは QVNS からの信号の一方を交互に一定時間おきに選択する。それらの信号は、特性が揃った 2 チャンネルの増幅器、LPF、A/D 変換器を通して同時に測定される。

グラドループ除去のため、サンプル切り替えスイッチ、アンプ、A/D 変換器はバッテリー駆動であり、サンプル切り替えスイッチおよび A/D 変換器の計算機からの制御信号は全て光ファイバーを利用している。

抵抗温度計部では、温度センサーとなる抵抗器が、水の三重点温度となるように設置されている。水の三重点は、**Fig. 2(a)** に示されるような水が封入されたガラス容器を用いて実現される。水をガラス容器に封入する際には、真空ポンプで引きながら封じ切られており、液体の水で満たされていない部分は水蒸気で満たされている。水の三重点温度はこの容器内の水の一部を凍らせて、液体の水、氷、水蒸気が共存する状態を実現することにより得られる。3 つの相が共存する境界部分の温度は、**Fig. 2 (b)** に示される水の相図上で気体・液体・固体の 3 相が共存する温度となる。この温度を水の三重点温度 T_{TPW} と呼ぶ。三重点では比熱が発散しているため、少量の熱の出入りに対しても温度変化は無視できるほど小さい。

水の三重点セルの中心部分には試験管のようなガラスチューブが挿入された構造となっており、そのチューブに抵抗温度センサーが装着された抵抗温度プローブを挿入し、チューブと抵抗温度プローブの間を熱媒体で満たすことにより、抵抗器の温度を水の三重点となるようにする。抵抗

Fig. 2 (a) Triple point of water cell. (b) Water phase diagram.

器は水の三重点が実現する水面部分より深いところにあるため、水圧補正を施す必要がある。その他、抵抗温度センサーに取り付けられた導線による熱流入にも注意する必要がある。温度センサーの抵抗値は量子化ホール抵抗標準により校正された標準抵抗器を基準に精密に測定する。

式 (1) によると、抵抗温度センサーの抵抗値が大きければ大きいほど雑音電圧が増大するが、高い精度で測定することは必ずしも簡単ではない。抵抗値が直接接続する増幅器が観測する電圧は抵抗温度センサーと増幅器の入力インピーダンスで分圧されるため、抵抗温度センサーの抵抗値は入力インピーダンスと比較して、圧倒的に小さい必要がある。また、抵抗温度センサーの出力信号の周波数特性は、抵抗温度センサーの抵抗と信号の読み出しに使うケーブルのキャパシタンスからなる RC フィルターを通して観測されることになる。そのため、抵抗値の増大とともに信号強度は増大する一方、帯域は減少してしまう。さらに信号増大は非線形歪を引き起こす危険性もある。一方、抵抗値が低すぎて信号対雑音比が低くなればなるほど、統計的な不確かさが増大し、後に説明する幾つかのテクニックを利用しても、測定にかかる時間が非常に長くなってしまう。このような条件から、6 桁以上の精度で測定するには、抵抗温度センサーの抵抗値としては高々 100Ω 程度が適切と考えられる。

水の三重点温度における 100Ω の抵抗温度センサーの熱雑音は $1.228 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ となる。この値は、市販の低雑音増幅器の入力換算電圧雑音密度と同程度である。したがって、初段の増幅器として入力換算電圧雑音密度が極力小さいものを採用することが重要である。単一の測定チャンネルで、この大きさの信号を市販の低雑音増幅器で測定すると、抵抗温度センサーの雑音電圧に増幅器の雑音が足しあわされたものが観測される。このため、単一の測定チャンネルで抵抗の雑音電圧のみを精密に求めることは不可能である。この問題を克服するために、特性が揃った 2 つの測定チャンネルで同一の信号を測定し、相関を計算することによって抵抗温度センサーの寄与のみを抽出するというテクニックが利用される。相関により微小な雑音信号を計測する技術は雑音測定で広く利用されている。2 つの測定チャネ

Fig. 3 An explanation of the function of a Josephson junction and the principle of quantized arbitrary voltage waveform generation.

ルから得られたデータは計算機上でフーリエ変換され、クロススペクトルが計算される。クロススペクトルを長時間積算すると相関の無い信号からの寄与は相殺され、2つのチャンネルに共通する信号成分のみ抽出することができる。

式(1)を k について解くためには、左辺の絶対値を決める必要がある。そのためには、広い周波数領域における電圧の基準が必要不可欠である。その基準信号として用いられるものが QVNS である。QVNS で発生した疑似白色信号のスペクトルと抵抗温度計のスペクトルを交互に測定し、パワースペクトル密度の比を求めることにより増幅器のゲインを校正しながら抵抗温度計のスペクトルの絶対値を精密に測定することができる。次節では QVNS について詳しく述べる。

3. 量子電圧雑音源

3.1 ジョセフソン接合

量子電圧雑音源はジョセフソン接合とよばれる超伝導デバイスを使って実現される。ジョセフソン接合とは、**Fig. 3** に示すように2つの超伝導体によって金属や絶縁体などの薄い非超伝導体を挟んだ構造のデバイスである。超伝導電極間が絶縁体のジョセフソン接合を SIS 接合、金属のものを SNS 接合という (S、I、N は Superconductor、Insulator、Normal metal を表す)。

2つの超伝導電極間の障壁をクーパー対がトンネルすることによって、巨視的波動関数の位相は相関を持つ。2つの超伝導電極間の巨視的波動関数の位相差を ϕ とすると、トンネル障壁を通して $i = i_0 \sin \phi$ とあらわされる非散逸のトンネル電流が流れる⁷⁾。 i_0 は臨界電流であり、超伝導体の温度、エネルギーギャップ、超伝導電極間のトンネル抵抗の関数となっている。ジョセフソン接合の等価回路は、このトンネル電流を流す電流源と、抵抗器、キャパシターが並列に接続したモデルでよく記述できる⁸⁾。QVNS においては電流—電圧特性にヒステリシスが無いことが必要であるため、SNS 接合や超伝導電極間を抵抗で短絡されたものが利用される。

Fig. 4 Operating principle of the Josephson arbitrary waveform generator using Δ - Σ modulation.

3.2 ジョセフソン任意波形発生器による量子電圧雑音源

Fig. 3 に示すように、ジョセフソン接合に適切な条件のパルス電流を入力すると、両端の超伝導電極間には面積が $h/2e$ の整数倍の電圧パルスが発生する。電流パルスとして直流オフセット電流が重畳した周波数 f のマイクロ波を用いた場合、超伝導電極間には $hf/2e$ の平均電圧が発生する。これは電圧標準として利用されている。マイクロ波パルスをデジタル回路によって時間的に変調 (ON/OFF) することによって変調してやれば、発生する電圧パルス列は変調信号に用いたデジタル信号列と同じで、かつ、それぞれのパルスの面積が厳密に $h/2e$ 倍になったものが出力される。この原理を利用して、ジョセフソン接合を用いた、最高に精度の高い任意波形発生器を構成することができる。

具体的には、まず、実際に出力したい波形を数値的に表現したアナログ波形を計算機上で生成する。例えば、正弦波を生成したいとすると、周波数領域ではパワースペクトル密度は **Fig. 4** 中の黒線で示されるような単一トーンとなっている。次にこのアナログ波形をデジタル波形に変換する。この変換を行う際に、高精度のオーディオプレーヤーなどで用いられている Δ - Σ 変調と呼ばれる、一種の粗密変調を用いると、変換に伴い量子化誤差が付随するため、周波数ドメインでは **Fig. 4** に示すように、信号の単一トーンに加えて周波数に依存した量子化誤差が乗ったスペクトルに変化する。不要な周波数帯を急峻なローパスフィルターで除去することにより、所望の帯域の信号対雑音比を選択的に高くすることが可能となる。

このように生成したデジタル信号列をパルスパターン発生器あるいは任意波形発生器のメモリーに記録し、マイクロ波パルス (電流パルス) としてジョセフソン接合に入力する。ジョセフソン接合アレーは電流パルス列を量子化された電圧パルス列に波形成型する。パルスパターン発生器や高周波任意波形発生器は非常に高価な装置である。

この変調法を用いて、NIST はジョセフソン接合を利用した任意波形生成器で疑似白色雑音を生成し、ジョセフソン雑音温度計の基準信号源として利用する方法を提案した^{5,6)}。

Fig. 5 A block diagram of integrated QVNS. PRSCL, PRNG, VPNM, DMUX, and BPVM stands for the pre-scaler, pseudo-random noise generator, voltage pulse number multiplier, demultiplexer and bipolar voltage multiplier, respectively.

3.3 疑似乱数発生器を内蔵した集積型量子電圧雑音源

NISTのQVNSは疑似白色雑音の生成のための計算コストが高い。また、ジョセフソン接合アレーを駆動するために高価なパルスパターン発生器が必要となる。産総研では、量子化された疑似白色雑音を発生するための全ての機能を一つの素子上に全て実装した、集積型量子電圧雑音源 (Integrated QVNS, IQVNS) を開発した。IQVNSは単一磁束量子理論に基づいたデバイスであり、疑似乱数発生回路を含めた全ての回路要素が超伝導集積回路技術を用いて一つのチップ上に実装されている⁹⁻¹³⁾。

Fig. 5はIQVNSのブロックダイアグラムである。IQVNSに入力すべき信号は回路のクロック信号のみである。従来型のQVNSではパルスパターン発生器からジョセフソン接合アレーに入力するマイクロ波パルスで直接駆動するため、その振幅は大きい必要があった。それに対し、IQVNSに入力するクロック信号は変調されたマイクロ波パルスでなく、単一トーンのマイクロ波でかつ振幅も小さくて良いため、室温側のエレクトロニクスが安価で済む。

IQVNSの内部では、外部から入力されたクロック信号 (周波数 f_{clk}) をプリスケラ (PRSCL) で $1/4096$ に分周した内部クロック信号 (周波数 f_{LF}) を生成し、疑似乱数発生回路 (PRNG) や電圧パルス数増倍器 (VPNM)、デマルチプレクサ (DMUX) の駆動に利用する。VPNMはクロックパルスが入力されるたびに $N_1 (= 74)$ 個のパルス列を発生する回路である。DMUXはPRNGで生成された2進の疑似乱数とその補数を用いてVPNMの出力パルス列をON/OFFする回路である。バイポーラ電圧増倍器 (BPVM) は超伝導量子干渉素子 (SQUID) が直列に $N_2 (= 4)$ 個結合されたSQUIDアレー2本からなる。DMUXからの2つの相補的な出力信号をBPVMに入力することにより、振幅が N_2 倍のバイポーラ信号が出力される。

PRNGでは、いわゆるM系列とよばれる代数的な原理に基づいて疑似乱数を生成する¹⁴⁾。M系列生成回路はフィードバックのあるシフトレジスタを用いて構成される。疑似乱数信号のコード長 M はシフトレジスタの段数 m を用いて

Fig. 6 Schematic diagram of the power spectral density (PSD) for (a) QVNS and (b) integrated QVNS. The Johnson noise of a resistor, R, is also shown.

$M = 2^m - 1$ と表される。文献9～13)では $m = 21$ を採用した。単純な回路を用いて繰り返し周期の長い疑似乱数波形を発生できることが、本方式の大きな特徴である。周波数ゼロにおけるIQVNSのパワースペクトル強度 $PSD_{\text{IQ}}(0)$ は、上記の M 、 N_1 、 N_2 、および f_{LF} を用いて

$$PSD_{\text{IQ}}(0) = 2(M + 1)N_1N_2 \left(\frac{h}{2e}\right)^2 f_{\text{LF}} \quad (2)$$

と表される。式(2)における h と e はプランク定数および電気素量である⁹⁻¹³⁾。

従来型のQVNSでは出力信号の繰り返し周期はパルスパターン発生器のメモリー容量で制限される。このため、サンプリング周波数が十分高いと、周波数領域におけるトーンの間隔は**Fig. 6 (a)**に示すような楕状のものになり、抵抗器の白色ノイズと大きく異なるように見えることになる。一方、IQVNSに関しては、小規模の回路で長周期の疑似乱数信号を発生することが可能であり、**Fig. 6 (b)**に示すよう従来型のQVNSと比べて100倍高いサンプリング周波数でも抵抗器と同様な白色ノイズに見える信号を発生することができている^{15, 16)}。

4. ボルツマン定数の評価結果

産総研ではIQVNSの発生する量子電圧雑音を基準としてジョンソン雑音を測定するシステムを開発した。この装置を用いて水の三重点 (273.16 K) に置いた $100 \, \Omega$ の抵抗器の熱雑音のパワースペクトルを6日間測定した。**Fig. 7**にIQVNSと $100 \, \Omega$ の抵抗器のクロスパワースペクトルとオートパワースペクトルが示されている。積算時間はともに100秒間である。オートパワースペクトルとクロスパワースペクトルの差は増幅器や途中の配線など、相関の無い雑音に起因し、クロスパワースペクトルでは長時間積算によりそれらが除去されているのが分かる。**Fig. 7 (b)**において1 kHz付近から数百 MHz 付近の範囲で見えている平坦な部分が式(1)で表されるものに対応する。クロスパワースペクトルにおいて100 Hz程度以下で見られる落ち込みは $1/f$ ノイズを除去するためのローパスフィルターによる影響である。一方、1 MHz付近より高い周波数で見られる急激な減少はアンチエイリアシングフィルターによるも

Fig. 7 Cross-power spectral density and auto-power spectral density of an (a) IQVNS and (b) a 100-Ω resistor.

のである。IQVNS の出力電圧波形は周期が約 1.049 Hz の周期信号のため、本質的には離散的なスペクトルを持つが、約 0.954 Hz の周波数分解能で観測する場合、Fig. 7 (a)に示すように抵抗器の熱雑音と同様に連続スペクトルのように見える。両者のクロススペクトルどうしの比を求めれば、式(1)と式(2)によりボルツマン定数を計算することができる。測定により得られたボルツマン定数 k の値は $k = 1.3806436 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ 、相対合成不確かさは約 10 ppm となった¹⁷⁾。この値は Fig. 8 に示すように、2017 年 CODATA 値よりも相対的に 4 ppm 程度小さい値であるが、相対合成不確かさの範囲で整合している¹⁸⁾。

5. まとめと今後の展望

産総研では集積型量子電圧雑音源 IQVNS および IQVNS が発生する信号を基準としたジョンソン雑音温度計を開発した。このジョンソン雑音温度計を用いて水の三重点に設置した抵抗器の熱雑音を測定することにより、ボルツマン定数 k を求めた。ジョンソン雑音の測定によるボルツマン定数の決定に成功しているのは世界でも 3 つの研究機関のみである。我々の実験で得られたボルツマン定数は、他の独立な測定方法による結果と 10 ppm (10^{-5}) の精度で整合し、その定義値の決定の正当性を確固とした。2018 年に国際度量衡総会で決議され、2019 年には利用が開始されることが予定されている改定国際単位系の制定に貢献をすることができた。

熱力学温度の測定は、時間と労力がかかり、容易でないことから、通常の温度測定では、熱力学温度の最良近似として国際的に採択されている 1990 年国際温度目盛 (ITS-90) が利用されている¹⁹⁾。ITS-90 は物質の三重点や金属の凝固点などを利用した温度定点 (定義定点) の温度値を国

Fig. 8 Boltzmann's constant determined using various thermodynamic temperature measurement methods: AGT, DCGT, and JNT stand for acoustic gas thermometer, dielectric constant gas thermometer, and Johnson noise thermometer, respectively.

際協約として定義し、所定の方法で温度定点の間を補間することで実現されている。しかし、近年の科学技術の進展に伴い、実用的な ITS-90 (T_{90}) と普遍的な熱力学温度値 (T) との差異があることが分かってきている。また、ボルツマン定数 k に基づく SI 単位の定義変更に伴い、ITS-90 と熱力学温度の差 ($T-T_{90}$) を高精度、かつ、広い温度範囲により再評価する機運が高まっている。SI 単位の定義変更後も、国際的には当面の間は ITS-90 を変更しない方針とされているが、単位の定義と実用される目盛との乖離は科学として不自然であるため、基礎データを蓄積した上でこれらが一致する方向への改定を提案すべきと考えている。

参考文献

- 1) J. Fischer, et al.: "Preparative steps towards the new definition of the Kelvin in terms of the Boltzmann constant", *Int. J. Thermophys.* **28** (2007) 1753-1765
- 2) W. L. Tew, et al.: "Johnson noise thermometry near the zinc freezing point using resistance-based scaling," *Int. J. Thermophys.* **28** (2007) 629-645
- 3) H. Nyquist: "Thermal agitation of electric charge in conductors," *Phys. Rev.* **32** (1928) 110-113
- 4) J. B. Johnson: "Thermal agitation of electricity in conductors," *Phys. Rev.* **32** (1928) 97-109
- 5) S. P. Benz, et al.: "A new approach to Johnson noise thermometry using a Josephson quantized voltage source for calibration," *Proceedings of TEMPMEKO 2001* (2002) 37-44
- 6) S. P. Benz, et al.: "An AC Josephson source for Johnson noise thermometry," *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **52** (2003) 545-594
- 7) B. D. Josephson: "Possible new effects in superconductive tunnelling," *Phys. Lett.* **1** (1962) 251-253
- 8) A. バローネ, G. パテルノ: 「ジョセフソン効果の物理と応用」, 近代科学社, 東京 (1988)
- 9) M. Maezawa, T. Yamada and C. Urano: "New quantum voltage noise source for Johnson noise thermometry," in *Program and Proc.*

- 5th Superconducting SFQ VLSI Workshop, Nagoya, Japan (2012) 67-70
- 10) M. Maezawa, T. Yamada and C. Urano: "Integrated quantum voltage noise source for Johnson noise thermometry," J. Phys.: Conf. Ser. **507** (2014) 042023
- 11) T. Yamada, M. Maezawa and C. Urano: "Design and test of component circuits of an integrated quantum voltage noise source for Johnson noise thermometry," Physica C **518** (2015) 85-88
- 12) M. Maezawa, T. Yamada and C. Urano: "Improved design of integrated quantum voltage noise source," IEEE Trans. Appl. Supercond. **26**, no.3 (2016) 1800504
- 13) T. Yamada, C. Urano and M. Maezawa: "Demonstration of Johnson noise thermometry with all-superconducting quantum voltage noise source," Appl. Phys. Lett. **108** (2016) 042605
- 14) A. C. Arvillias and D. G. Maristas: "Partitioning the period of a class of m-sequences and application to pseudorandom number generation," J. Assoc. Computing Machinery **25** (1978) 675-686
- 15) C. Urano, T. Yamada and M. Maezawa: "Johnson noise thermometry based on integrated quantum voltage noise source," IEEE Trans. Appl. Supercond. **26**, no. 3 (2016) 1800305
- 16) C. Urano, et al.: "Measuring the Boltzmann's constant using superconducting integrated circuit," IEEE Trans. Instrum. Meas. **66** (2017) 132-138
- 17) C. Urano, K. Yamazawa and N. Kaneko: "Measurement of the Boltzmann constant by Johnson noise thermometry using a superconducting integrated circuit," Metrologia **54** (2017) 847-855
- 18) Peter J Mohr, et al.: "Data and analysis for the CODATA 2017 special fundamental constants adjustment," Metrologia **55** (2018) 125-146
- 19) H. Preston-Thomas: "The international temperature scale of 1990 (ITS-90)," Metrologia **27** (1990) 3-10
-

浦野 千春

1971 年 4 月 14 日生。1995 年東京大学工学部物理工学科卒業。2000 年同大学院工学研究科博士前期課程（超伝導工学専攻）修了。2002 年 産業技術総合研究所入所。2007 年国際度量衡局（BIPM）訪問研究員。2010 年米国立標準技術研究所（NIST）訪問研究員。日本物理学会、応用物理学会会員。博士（工学）。