解 説

高均一磁場超電導マグネット

野 口 照 夫

真空冶金株式会社 千葉県山武郡山武町横田516

(1976年9月1日受理)

High Homogenous Field Superconducting Magnet

Teruo NOGUCHI

Vacuum Metallurgical Co. Ltd.,
516 Yokota, Sambu-machi, Sambu-gun, Chiba-Prefecture

(Received Sept. 1, 1976)

Synopsis :

High homogenous field superconducting magnets are reviewed. Field analysis which is suitable for design of high homogenous field magnets are explained in detail. Designing methods using a computer are also touched on briefly. Problems to be considered in high homogenous field magnets including operating current densities, electromagnetic forces, and magnetization effects of superconducting wires and magnet formers are shortly discussed.

1. はじめに

磁場を用いる実験において、特殊な場合を除けば磁場は均一であることが望まれる。しかし均一性の程度は実験の内容によってさまざまであり、 10^{-3} の程度から 10^{-9} のオーダーまで多岐にわたる。磁場の均一性は、もちろん、その均一性を定義する空間の大きさと同時に議論されねばならない。これら高均一磁場の要求が、一般的に物性研究の側から出される場合がほとんどであるため、均一磁場空間の大きさは用いる試料のサイズ、すなわち略 1 cm^3 、多くても 10 cm^3 程度である。そして磁場の均一性と同等もしくはそれ以上に、磁場の強さが要求されることも論をまたない。高磁場、高均一度マグネットとして超電導マグネットが恰好のものであるゆえんである。

ところで高均一磁場を要求する最もポピュラーな実験はNMRであろう。この他ESR, EQRなどの共鳴現象を利用するスペクトルメーターの類が、これに次ぐ。DeHaas van Alphen 効果, DeHaas Schbnikov 効果の実験も高均一磁場を要求する。その他Magneto-Optics や中間子を用いる実験(例えば Muon,

Pion channel) も同様である。物性実験とは言えないが、偏極ターゲット実験では、高均一でかつ広い磁場空間が必要である。これらの全てにすでに多くの超電導マグネットが用いられ、報告されている。しかしこれらのマグネットについて、特に使用者の立場からの説明は筆者の任ではない。本稿はむしろ幾つかの高磁場、高均一磁場超電導マグネットを設計製作した経験をもつ者として、そのような立場からするささやかな解説である。

2. 磁場の計算

2.1 円電流による磁場¹⁾

図1に示すような半径 a なる円状導線に電流 I が流れている時、この電流による軸上磁場は電磁気学で知られる通り、(1)式で与えられる。ただしここで、 z は円の中心からの距離であり、単位系はCGSである。

$$H_z(z, 0) = \frac{2\pi I}{10} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1)$$

(1)式は中心軸上の磁場に対する表式であるが、軸上以外の任意の点に於ける磁場は簡単な表式がない。しかし磁位を用いるか、ベクトルポテンシャルを用い

図1 円電流による磁場

ることによって計算できる。結果だけを記すと磁位 Ω を r と θ で Legendre 多項式に展開して (2), (3) 式が得られる。磁場は、動径方向成分 H_r , それに直角な成分 H_θ に対し、それぞれ、 $H_r = -\frac{\partial \Omega}{\partial r}$, $H_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial \theta}$ で与えられる。

$$r < a, \quad \Omega = \frac{2\pi I}{10} \left[1 - \frac{r}{a} \cos \theta + \frac{1}{4} \frac{r^3}{a^3} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) + \dots \right] \quad (2)$$

$$r > a, \quad \Omega = \frac{2\pi I}{10} \left[\frac{1}{2} \frac{a^2}{r^2} \cos \theta - \frac{3}{8} \frac{a^4}{r^4} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) + \dots \right] \quad (3)$$

またベクトルポテンシャルを用いると、ベクトルポテンシャルが φ 成分のみになることから、

$$A_\varphi = \frac{2I}{10} \int_0^\pi \frac{a \cos \varphi d\varphi}{\sqrt{a^2 + \rho^2 + z^2 - 2a\rho \cos \varphi}} \quad (4)$$

この A_φ を用いて磁束密度 B は $B_r = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}$, $B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi)$ として求められる。

(2) 式はソレノイドの中心附近の磁場を出す際によく使われる展開式のもとであり、(4) 式はソレノイドによる任意の点の磁場を求める問題に便利である。

2.2 ソレノイドによる磁場

まずソレノイドの軸上における磁場計算の表式をしておく。図2のような、内径 $2a_1$, 外径 $2a_2$, 長さ $2b$, ターン数 N なるソレノイドを考える。このソレノイドに一樣な電流密度 j が流れているとすれば (1) 式において、 I の代りに $jdadz'$ を用いて微小面積素 $dadz'$ に流れる電流をあらわし

$$H_z(z, 0) = \int_{a_1}^{a_2} da \int_{-b}^b dz' \frac{2\pi j}{10} \frac{a^2}{\{a^2 + (z' - z)^2\}^{3/2}} \quad (5)$$

図2 ソレノイド

$$= \frac{2\pi j a_1}{10} \left[(\beta + \xi) \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2}}{1 + \sqrt{1 + (\beta + \xi)^2}} + (\beta - \xi) \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + (\beta - \xi)^2}}{1 + \sqrt{1 + (\beta - \xi)^2}} \right] \quad (6)$$

ただし $\alpha = a_2/a_1$, $\beta = b/a_1$, $\xi = z/a_1$ である。

また明らかにソレノイドに流れる電流 I は、電流密度 j と以下の関係で結ばれる。

$$j = \frac{NI}{2b(a_2 - a_1)} \quad (7)$$

(6) 式によって軸上磁場は容易に計算できる。しかし軸上以外については、それが、ソレノイドの中心近傍の場合、次の展開式²⁾が便利である。

$$H_z(\rho, \theta) = j a_1 \left[F(\alpha, \beta) + F(\alpha, \beta) E_2 \left(\frac{\rho}{a_1} \right)^2 P_2(u) + \dots \right] \quad (8)$$

$$H_r(\rho, \theta) = j a_1 \left[F(\alpha, \beta) E_2 \left(\frac{\rho}{a_1} \right)^2 P_2'(u) + \dots \right] \quad (9)$$

ここで座標のとり方については図3に示す通りである。また $F(\alpha, \beta)$, $F(\alpha, \beta) E_2$, $P_2(u)$, $P_2'(u)$ 等は表1及び表2にそれぞれ示される。

特に $\theta = 0$ すなわち軸上、及び $\theta = \frac{\pi}{2}$ すなわち軸に直角な方向に対しては (8), (9) 式は以下のごとくなる。

$$H_z(z, 0) = j a_1 \left[F(\alpha, \beta) + F E_2 \left(\frac{z}{a_1} \right)^2 + F E_4 \left(\frac{z}{a_1} \right)^4 + \dots \right] \quad (10)$$

図3 ソレノイド中心付近

表1 Error Coefficients

$C_1 = \frac{1}{1+\beta^2}, C_2 = \frac{\beta^2}{1+\beta^2}, C_3 = \frac{\alpha^2}{\alpha^2+\beta^2}, C_4 = \frac{\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}$
$F(\alpha, \beta) = \frac{4\pi}{10} \beta \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{1 + \sqrt{1 + \beta^2}}$
$FE_2(\alpha, \beta) = \frac{4\pi}{10} \frac{1}{2\beta} (C_1^{3/2} - C_3^{3/2})$
$FE_4(\alpha, \beta) = \frac{4\pi}{10} \frac{1}{24\beta^3} \left[C_1^{3/2} (2 + 3C_2 + 15C_2^2) - C_3^{3/2} (2 + 3C_4 + 15C_4^2) \right]$
$FE_6(\alpha, \beta) = \frac{4\pi}{10} \frac{1}{240\beta^5} \left[C_1^{3/2} (8 + 12C_2 + 15C_2^2 - 70C_2^3 + 315C_2^4) - C_3^{3/2} (8 + 12C_4 + 15C_4^2 - 70C_4^3 + 315C_4^4) \right]$

表2 ルジャンドル多項式とその微分

$P_0(u) = 1$	$u = \cos \theta, u' = \sin \theta$
$P_0'(u) = 0$	
$P_2(u) = \frac{1}{2}(3u^2 - 1)$	
$P_2'(u) = \frac{1}{2}(6u)u'$	
$P_4(u) = \frac{1}{8}(35u^4 - 30u^2 + 3)$	
$P_4'(u) = \frac{1}{8}(140u^3 - 60u)u'$	
$P_6(u) = \frac{1}{16}(231u^6 - 315u^4 + 105u^2 - 5)$	
$P_6'(u) = \frac{1}{16}(1386u^5 - 1260u^3 + 210u)u'$	

$$H_r\left(r, \frac{\pi}{2}\right) = ja_1 \left[F(\alpha, \beta) - \frac{1}{2} FE_2\left(\frac{r}{a_1}\right)^2 + \frac{3}{8} FE_4\left(\frac{r}{a_1}\right)^4 + \dots \right] \quad (11)$$

ただしここで FE_2, FE_4 等はそれぞれ $F(\alpha, \beta) E_2, F(\alpha, \beta) E_4$ を意味し、かつ表2における $F E_2(\alpha, \beta), FE_4(\alpha, \beta)$ と同一の表式である。

(10)式は特によく用いられる展開式で、後に述べる高均一磁場コイルの設計計算に極めて有用なものである。

ソレノイドによる磁場計算において軸上及び中心点近傍の磁場は以上のように比較的容易に得られる。しかしソレノイド巻線内あるいはその他の任意点の磁場を計算する事が重要な場合がしばしばある。特に超電導マグネットでは、巻線内で最大磁界がどの程度になり、かつそれが巻線のどの部位で生じるかを知らねばならない。これらの計算にほこれまでの表式は無効である。OFF-AXIS 磁場の計算法は幾つか提案されているが、短時間で精度のよい計算法としては以下の表式を適当な方法で数値積分するのがよい。(12), (13)式を得る途中の計算は文献³⁾を参照されたい。ここでは結果だけを記す。

$$H_z(r, z) = \frac{1}{10} ja_1 \int_0^\pi d\varphi \left[K_z(1, \beta_1) - K_z(\alpha, \beta_1) - K_z(1, \beta_2) + K_z(\alpha, \beta_2) \right] \quad (12)$$

$$H_r(r, z) = \frac{1}{10} ja_1 \int_0^\pi d\varphi \left[K_r(1, \beta_1) - K_r(\alpha, \beta_1) - K_r(1, \beta_2) + K_r(\alpha, \beta_2) \right] \quad (13)$$

ここで $\beta_1 = -(z+b)/a_1, \beta_2 = -(z-b)/a_1$ であり、 $K_z(\rho, \xi), K_r(\rho, \xi)$ は次式である。ただし $\tilde{r} = r/a_1$ である。

$$K_z(\rho, \xi) = \xi \ln(\rho - \tilde{r} \cos \varphi + \sqrt{\rho^2 + \tilde{r}^2 + \xi^2 - 2\rho\tilde{r} \cos \varphi}) + \frac{\xi \tilde{r} \cos \varphi}{2|\xi|} \ln \frac{\sqrt{\rho^2 + \tilde{r}^2 + \xi^2 - 2\rho\tilde{r} \cos \varphi} - |\xi|}{\sqrt{\rho^2 + \tilde{r}^2 + \xi^2 - 2\rho\tilde{r} \cos \varphi} + |\xi|} - \frac{\xi}{|\xi|} \tilde{r} \sin \varphi \tan^{-1} \frac{|\xi|(\rho - \tilde{r} \cos \varphi)}{\tilde{r} \sin \varphi \sqrt{\rho^2 + \tilde{r}^2 + \xi^2 - 2\rho\tilde{r} \cos \varphi}} \quad (14)$$

$$K_r(\rho, \xi) = \sin \varphi \sqrt{\rho^2 + \tilde{r}^2 + \xi^2 - 2\rho\tilde{r} \cos \varphi} + \tilde{r} \sin \varphi \cos \varphi \ln(\rho - \tilde{r} \cos \varphi + \sqrt{\rho^2 + \tilde{r}^2 + \xi^2 - 2\rho\tilde{r} \cos \varphi}) \quad (15)$$

(12), (13)式の数値積分は恐らく、ガウス型積分を用いるのが最もよい。周知のようにガウス積分は次のように行なう⁴⁾。

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) \sum_{i=1}^N A_i f(x_i) \quad (16)$$

$$x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} u_i \quad (17)$$

ここで A_i , 及び u_i はそれぞれ重みと, ルジャンドル多項式の零点であり数表として与えられている⁵⁾。 N はルジャンドル多項式の最大次数であって精度よく計算するためには $N \geq 10$ が必要であろう。

3. 高均一磁場マグネットの設計

3.1 スプリットコイル

高均一度の磁場を容易に得られるコイルとしてよく知られるのがヘルムホルツコイルである。これは軸上で対向する2つの同一ソレノイドを適当な間隔だけ隔てて置いたものである。あるいは言いかえるとソレノイドの中心部分を切り取ったコイルと考えてもよい。この型のコイルはうまく設計すると(10)式における z^2 の係数 FE_2 をゼロにすることができ, z の4乗以上の項のみとなるので4th order コイルと呼ばれる。

いま図4のスプリットコイルを考えると, 4th order コイルになる条件は次式で与えられる。

$$FE_2(\alpha, \beta) - FE_2(\alpha, \gamma) = 0 \quad (18)$$

ここで $\alpha = 2a_2/2a_1$, $\beta = 2b/2a_1$, $\gamma = 2c/2a_1$ である。(18)式が満足された場合のスプリットコイルの中心付近の磁場は次の如くなる。

$$H_z(z) = j a_1 \left\{ (F(\alpha, \beta) - F(\alpha, \gamma)) + (FE_4(\alpha, \beta) - FE_4(\alpha, \gamma)) \left(\frac{z}{a_1} \right)^4 + \dots \right\} \quad (19)$$

実際にスプリットコイルを設計するに際しては, 有効ボア径, 有効ギャップ幅, 磁場の強さが与えられる事が多い。従って使用する巻き枠の肉厚やつばの厚

図4 スプリットコイル

さを考慮して, コイル内径 ($2a_1$), ギャップ ($2c$) を決定し, 次の連立方程式を満たすように, 外径 ($2a_2$) と長さ ($2b$) を決定することで4th order スプリットコイルが設計される。

$$\left. \begin{aligned} j a_1 \{ F(\alpha, \beta) - F(\alpha, \gamma) \} &= H_0 \\ FE_2(\alpha, \beta) - FE_2(\alpha, \gamma) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここで H_0 , j はそれぞれ発生すべき磁場, 電流密度である。

スプリットコイルでは, コイル巻線部の最大経験磁場がしばしば(20)式で用いた H_0 よりもかなり大きくなるので注意を要する。この最大磁場は巻線最内層で各ペアーコイルの中心に近い部位にあらわれる場合が多い。(14)式を用いてこの最大経験磁場は必ず計算しておかねばならない。

3.2 ノッチ付きコイル

(1) 内ノッチ付きソレノイド

内ノッチのついたソレノイドの代表的なものを図5に示す。このコイルの軸上中心付近の磁場は(10)式を用いて次のように表わされる。

$$H_z(z) = j a_1 \left\{ \{ F(\alpha, \beta) - F(\alpha_N, \beta_N) \} + \{ FE_2(\alpha, \beta) - FE_2(\alpha_N, \beta_N) \} \left(\frac{z}{a_1} \right)^2 + \{ FE_4(\alpha, \beta) - FE_4(\alpha_N, \beta_N) \} \left(\frac{z}{a_1} \right)^4 + \dots \right\} \quad (21)$$

ここで $\alpha_N = 2a_N/2a_1$, $\beta_N = 2b_N/2a_1$ である。

もし $2a_N$ または $2b_N$ を適当にして z^2 の係数をゼロにすれば(21)式は z^4 以上のみを含むので, そのようなコイルは4th order コイルとなる。またもし $2a_N$ と $2b_N$ を同時に最適化して z^2 , z^4 の係数を同時にゼロにすれば, コイルは6th order となる。

内ノッチはソレノイドの中心付近の磁場均一度を上げるのに最も簡単でかつ有効な方法である。4th order, 6th order コイルの磁場均一度はおおよそ, そのボア径を直径とする球内 (Diameter Spherical

図5 内ノッチ付きソレノイド

図6 外ノッチ付きソレノイド (原理図)

図7 実際的な外ノッチ付きソレノイド

Volume 略して DSV) でそれぞれ 10^{-4} 、 10^{-6} のオーダーと考えてよい。このように内ノッチ法は $10^{-4} \sim 10^{-6}$ の均一度のソレノイドを容易に得られるが、しかし実際には巻線が有限の太さをもつため、最適の $2a_N$ 、 $2b_N$ を完全に満たすようにコイルを巻く事は不可能である。容易にわかるように用いる線は細い方が設計した寸法のノッチを実現し易い。用いる線が決まれば試し巻きをする事によって1層当りの直径の増加分がわかるので、それを用いて $2a_N$ を与え、 $2a_N$ を変えながら $2b_N$ を最適化して4th order コイルとし、それらのうちから最も均一度のよいものを選ぶ。こうすると6th order に近いソレノイドを設計することができる。

(2) 外ノッチ付きソレノイド

外ノッチはシムと呼ばれることがあり、原理的なこのコイルの型を図6に示す。外ノッチ付きソレノイドの磁場も展開式を用いて以下のように表わされる。

$$H_z(z) = j \left\{ a_1 F(\alpha, \beta) - a_N F(\alpha_N, \beta_N) \right\} + \left\{ \frac{1}{a_1} FE_2(\alpha, \beta) - \frac{1}{a_N} FE_2(\alpha_N, \beta_N) \right\} z^2 + \left\{ \frac{1}{a_1^3} FE_4(\alpha, \beta) - \frac{1}{a_N^3} FE_4(\alpha_N, \beta_N) \right\} z^4 + \dots \quad (22)$$

ここで $\alpha_N = 2a_2/2a_N$ 、 $\beta_N = 2b_N/2a_N$ である。

外ノッチ付きソレノイドの原理的な型である図6の様なソレノイドは現実には巻線が困難である。それゆえ図7のようにシムを別ピンに巻くことになる。この場合磁場計算は(22)を用いることはできず、一つのメインソレノイドにスプリット型のシムが加えられたものとして計算する。すなわち

$$H_z(z) = j \left\{ a_1 F(\alpha, \beta) + a_3 \left\{ F(\alpha_N, \beta_N) - F(\alpha_N, \gamma_N) \right\} + \frac{z^2}{a_1} FE_2(\alpha, \beta) + \frac{z^2}{a_3} \left\{ FE_2(\alpha_N, \beta_N) - FE_2(\alpha_N, \gamma_N) \right\} + \frac{z^4}{a_1^3} FE_4(\alpha, \beta) + \frac{z^4}{a_3^3} \left\{ FE_4(\alpha_N, \beta_N) - FE_4(\alpha_N, \gamma_N) \right\} + \dots \right\} \quad (23)$$

ここで $\alpha = 2a_2/2a_1$ 、 $\beta = 2b/2a_1$ 、 $\alpha_N = 2a_4/2a_3$ 、 $\beta_N = 2b/2a_3$ 、 $\gamma_N = 2b_N/2a_3$ である。

外ノッチで4th order コイルにする条件は、したがって

$$\frac{1}{a_1} FE_2(\alpha, \beta) + \frac{1}{a_3} \{ FE_2(\alpha_N, \beta_N) - FE_2(\alpha_N, \gamma_N) \} = 0 \quad (24)$$

6th order コイルは(24)に加えて更に、(23)式の z^4 の係数がゼロになる条件が必要となる。

(3) 内ノッチ付きスプリットコイル

スプリットコイルにも内側にノッチを設けることによって高次コイルの設計が可能である⁶⁾。図8にその例を示す。本節の(1)に記した通りスプリットコイルは通常4th order である。しかしギャップが十分小さい時は図8のようなノッチによって6th order のスプリットコイルが可能となる。しかし最適化すべき変数が6ヶあるので計算は簡単ではない。詳細は文献を参照して頂きたい。

3.3 広域高均一磁場マグネット

前節で述べたコイルはいずれもコイルの中心附近の、高々そのボア径内で高均一度磁場を得る際に用

図8 内ノッチ付きスプリットコイル

図9 多重外ノッチによる広域高均一マグネット

いられ得るに過ぎない。もっと広い領域で均一度のよい磁場を得るためには全く無効である。今までの設計法はすべて磁場が(10)式の形に展開できることを利用して来た。しかし $z > a_1$ である場合は(10)式は発散してしまうので利用できない。そこでここでは、提案者の名を冠して栢谷法とも呼ばれるべき方法⁷⁾を紹介する。例えば図9のようなコイルで軸上のかなり広範囲にわたって均一度のよい磁場を得る事を考えよう。即ち多重外ノッチコイルで、各ノッチの長さを最適化して、所要の領域内 ($|z| < D$) で、できるだけよい磁場均一度を得ようという問題である。

今ソレノイド (内径 $2a_1$, 外径 $2a_2$, 長さ $2b$) が軸上でその中心から z の点につくる磁場を

$$F(a_1, a_2, b, z) \quad (25)$$

で表わす。(簡単のため電流密度は一様とし、表式からは省いておく) またシムは n 重とし、シムを除いた部分をメインコイルと呼んでその磁場を $H_M(z)$ とあらわす。領域 D を適当に分割し中心からの距離を、例えば z_j のように表わす。こうすると z_j における磁場と中心磁場との偏差 δ_j は

$$\begin{aligned} \delta_j = & \{H_M(z_j) - H_M(0)\} + \sum_{i=1}^N \left\{ F(a_{1i}, a_{2i}, b, z_j) \right. \\ & - F(a_{1i}, a_{2i}, b, 0) \left. - \{F(a_{1i}, a_{2i}, b, 0) \right. \\ & \left. - F(a_{1i}, a_{2i}, b, 0)\} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

領域 D のなかでできるだけよい均一度になるためには δ_j の2乗平均を最小にするように必要なパラメータ (ここでは b_i) を最適化すればよい。すなわち最適条件は

$$\frac{\partial}{\partial b_i} \sum_j \delta_j^2 = 0 \quad (27)$$

となる。

Kasuya は(27)の和を積分に直し、更にその積分をガウス積分で近似することによりよい均一磁場を得ているが、簡単には D 内を均等分割するだけで相当よい均一度のコイルを設計することができる。この方法は(27)式で与えられる連立方程式を解かねばならないの

で計算機なしで済ます事はできないが、どの様な型のコイルのどの様な問題に対しても応用できるので非常に便利である。

4. 電子計算機の利用

高均一度磁石の設計に電子計算機は欠かせない。ここではスプリットコイルの自動設計の問題と内ノッチの最適幅を決める問題の2つに例をとって簡単に説明する。

4.1 スプリットコイルの自動設計

この問題は前節の(20)式に定式化されている。再び抜き出すと

$$ja_1 \{F(\alpha, \beta) - F(\alpha, \gamma)\} = H_0 \quad (21)$$

$$FE_2(\alpha, \beta) - FE_2(\alpha, \gamma) = 0 \quad (22)$$

(21), (22)式で、 α 及び β 以外は全て与えられるものとし、従って上式を同時に満たす α , β を決める問題となる。(21), (22)をそれぞれ

$$f = F(\alpha, \beta) - F(\alpha, \gamma) - h_0, \quad (h_0 = H_0/ja_1) \quad (23)$$

$$g = FE_2(\alpha, \beta) - FE_2(\alpha, \gamma) \quad (24)$$

と書く、 $f=g=0$ なる連立方程式をニュートン法で解く。まず α と β の適当な近似値を α_0 , β_0 とし、次式に従って、次の近似値を計算する。

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta\alpha, \quad \beta_1 = \beta_0 + \Delta\beta \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Delta\alpha = & \left(f \frac{\partial g}{\partial \beta} - g \frac{\partial f}{\partial \beta} \right) / \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha} \frac{\partial g}{\partial \beta} \right. \\ & \left. - \frac{\partial f}{\partial \beta} \frac{\partial g}{\partial \alpha} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \Delta\beta = & - \left(f \frac{\partial g}{\partial \alpha} - g \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right) / \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha} \frac{\partial g}{\partial \beta} \right. \\ & \left. - \frac{\partial f}{\partial \beta} \frac{\partial g}{\partial \alpha} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

ここで $\frac{\partial g}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial f}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial g}{\partial \beta}$, $\frac{\partial f}{\partial \beta}$ を計算するためには

$$\frac{\partial F(\alpha, \beta)}{\partial \alpha}, \quad \frac{\partial F(\alpha, \beta)}{\partial \beta}, \quad \frac{\partial FE_2(\alpha, \beta)}{\partial \alpha}, \quad \frac{\partial FE_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta}$$

が必要であるが、それらの表式は表3にまとめて示す。 $|\Delta\alpha/\alpha_0|$, $|\Delta\beta/\beta_0|$ がいずれもあらかじめ与えておいた小さな数 ϵ よりも大きいなら、(25)で計算した α_1 , β_1 を α_0 , β_0 として再び(26), (27)を計算する。以上の操作を順次行なって $|\Delta\alpha/\alpha_0|$, $|\Delta\beta/\beta_0|$ がいずれも ϵ より小さくなればその時の α_0 , β_0 が(21), (22)を同時に満たす解である。こうしてスプリット (ヘルムホルツ) コイルの外径と長さが自動設計される。

4.2 内ノッチの最適化

ここでは図5のような内ノッチを設けたソレノイド

表 3 Error Coefficient の微分

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} &= \frac{2\pi}{10} \left[\frac{\beta + \xi}{\sqrt{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2}} + \frac{\beta - \xi}{\sqrt{\alpha^2 + (\beta - \xi)^2}} \right] \\
\frac{\partial F(\alpha, \beta)}{\partial \beta} &= \frac{2\pi}{10} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (\beta + \xi)^2}} - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2}} + \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2}}{1 + \sqrt{1 + (\beta + \xi)^2}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{1 + (\beta - \xi)^2}} + \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + (\beta - \xi)^2}} + \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + (\beta - \xi)^2}}{1 + \sqrt{1 + (\beta - \xi)^2}} \right] \\
\frac{\partial FE_2(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} &= -\frac{2\pi}{10} \frac{3\beta}{2\alpha^3} \left[\left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2} \right)^{5/2} + \left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (\beta - \xi)^2} \right)^{5/2} \right] \\
\frac{\partial FE_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta} &= FE_2'(\alpha, \beta, \xi) + FE_2'(\alpha, \beta, -\xi) \\
FE_2'(\alpha, \beta, \xi) &= \frac{2\pi}{10} \frac{1}{2\beta^2} \left[\left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2} \right)^{3/2} \left(1 + 3 \frac{(\beta + \xi)^2}{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2} \right) - \left(\frac{1}{1 + (\beta + \xi)^2} \right)^{3/2} \left(1 + 3 \frac{(\beta + \xi)^2}{1 + (\beta + \xi)^2} \right) \right] \\
\frac{\partial^2 F(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} &= F''(\alpha, \beta, \xi) + F''(\alpha, \beta, -\xi) \\
F''(\alpha, \beta, \xi) &= \frac{2\pi}{10} \left[\frac{\beta + \xi}{\sqrt{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2}} \left\{ \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2} + \frac{1}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + (\beta + \xi)^2}} \right\} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\beta + \xi}{\sqrt{1 + (\beta + \xi)^2}} \left\{ \frac{1}{1 + (\beta + \xi)^2} + \frac{1}{1 + \sqrt{1 + (\beta + \xi)^2}} \right\} \right]
\end{aligned}$$

で、軸上の領域|D|内での均一度を ε 以下にするようノッチの長さを最適化する問題を考える。最適化法は前節3.3で述べたものを用いる。

まず軸上 z 点における磁場 $H(z)$ は

$$H(z) = j a_1 \{ F(\alpha, \beta, z) - F(\alpha_N, \beta_N, z) \} \quad (28)$$

ゆえにその点での磁場均一度 $\varepsilon(z)$ は

$$\varepsilon(z) = \{ H(0) - H(z) \} / H(0) \quad (29)$$

最適化は、従って次の積分を最小にする β_N を求める問題に帰する。

$$\int_0^D (\varepsilon(z) - \varepsilon)^2 dz \quad (30)$$

すなわち

$$\int_0^D \frac{\partial}{\partial \beta_N} (\varepsilon(z) - \varepsilon)^2 dz = 0 \quad (31)$$

(31)をガウス積分によって書きかえると

$$f = D \sum_{i=1}^N A_i \frac{\partial}{\partial \beta_N} (\varepsilon(z_i) - \varepsilon)^2 = 0, \quad z_i = \frac{D}{2} (1 + u_i) \quad (32)$$

u_i は N 次ルジャンド多項式の零点、 A_i はガウス積分の重みである。さて(32)式を解かねばならないが、ここでもニュートン法を用いよう。今度は一変数なので

$$\Delta \beta_N = -f / \frac{\partial f}{\partial \beta_N} \quad (33)$$

適当な β_N から出発して $\Delta \beta_N$ を計算し、 $\Delta \beta_N$ が所要の小さくなったところで計算を打ち切る。以上の計算

を行うためには

$$\frac{\partial^2 F(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2}$$

が必要であるが、これも表3に示される。

5. 設計上の諸問題

5.1 電流密度の決定

これまでの話はどちらかと言えば数学であった。しかし電流密度をきめるのは、数学的手続きではなく、むしろ経験である。超電導マグネットの運転電流密度が線材自身の超電導臨界電流密度を越えられないことは言うまでもない。問題はこの上限よりもはるかに低い(場合によっては30%程度にも下ってしまう)値しか流せず、しかもその値を一意的に決定できないことである。超電導マグネットには超電導状態が破れるクエンチという困難な問題があり、これがコイルの運転電流密度をきめてしまう。そしてこの現象は今のところ完全には理論的に説明できず、従ってコイルの運転電流密度の上限を理論的に予想することができない。しかし経験的には、コイルの大きさや発生する磁場に関係している事がわかっている。筆者の経験ではコイルの大きさとして、コイルに貯えられる電磁エネルギーをとるとよい。電磁エネルギー(E)はコイルのインダクタンス(L)と運転電流(I)によって

$$E = \frac{1}{2} L I^2 \quad (34)$$

で与えられる。電流密度を $\langle j \rangle$ とし発生すべき磁場を H とすると、 $\langle j \rangle$ は経験的におおむね次の関係であらわせる。

$$E\langle j \rangle^m = C(H) \quad (35)$$

ここで m , $C(H)$ は用いる線材や、巻き方によって異なるパラメータで、特に $C(H)$ は、一定の磁場に対して一定となるような定数パラメータである。Lubell は完全安定化された大形マグネットに対して $m=6$ を与えている⁹⁾。完全安定化ではない中形以下の $Nb-Ti$ 丸線でもいたマグネットでは、しかし、筆者の経験は m が 6 よりもかなり小さくなることを示している。

超電導マグネットの運転電流が、用いている線材自身の臨界電流に達しない理由は、完全には理解されていないが、何らかの電磁気的不安定性または機械-電磁気的不安定性に因を求めべく努力が続けられている。

特に後者、機械-電磁気的不安定性については、巻線が電磁力によって動くことがその原因ではないかと考えられており、従って巻線全体を含侵してこの不安定性を除く試みが数多くなされている。含侵材としては、エポキシ樹脂が最も多く使われ、その他 ワックス⁹⁾、ウッドメタル¹⁰⁾ など用いられる。実験の結果は、マグネット電流が増加するとしたものが多いが、中形以上の大きさのコイルについては実験例が少なくまだ信頼性に欠けると言えそうである。

いずれにせよ、超電導マグネットの運転電流（電流密度）をきめることは、それ程簡単ではなく今後の研究、技術の進歩をまたねばならないが、今までの数多くの実験や製作例で得たデータを処理するソフトウェアを開発することは重要な課題となろう。

5.2 電磁力の問題

前項では電磁力による巻線の動きについて簡単にふれた。ここでは特に高均一度磁石との関連として電磁力の問題をとりあげる。

(1) スプリットコイルの場合

スプリットコイルでは、2つのペアーコイルが互いに引き合うので、その力を知っておかないと、ボビンの設計ができない。また巻線がボビンのフランジに強く押しつけられるので、線材の絶縁を傷つけたりすることがある。さらに2つのペアーコイルボビンが別々になっている場合はそれらの固定法が設計できない。もし不十分な固定だった場合は、磁場の均一度を悪くしたり、最悪の場合クエンチを引き起こさないとも限らない。それゆえスプリットコイルのペアーの引き合

図10 スプリットコイルの引張力を計算するためのダイアグラム

う力を求めることは重要な問題となる。

さて図10のような2つのコイルの引張力は、2つのコイルの相互インダクタンス M の微分を用いて

$$F_z = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} M I^2 \right) = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial M}{\partial x} \quad (36)$$

とあらわすことができる。

M 及び $\partial M / \partial x$ は Hak の近似式から導出したものが精度がよい。これらはペアーの一方のコイルの自己インダクタンス $L_{(x)}$ が次のように書けることを利用して導くことができる¹¹⁾。

$$L_{(x)} = w^2 D \phi \times 10^{-9} (H) \quad (37)$$

ここで w : 巻数, D : コイル平均直径 (cm), また ϕ は

$$\phi = \frac{1}{A + B(\alpha + p\beta)} \quad (38)$$

という函数であり、 A , B , p は $\alpha=0 \sim 1.6$, $\beta=0 \sim 1.0$ に対して表4に示す定数である。

M , $\partial M / \partial x$ の表式は結果だけを記すと次の通りである。

$$M = \frac{1}{2} (L_{(2d+x)} - 2L_{(d+x)} + L_{(x)}) (H) \quad (39)$$

$$L_{(x)} = \frac{D(x/2d)^2 (2w)^2}{A + B(\frac{x}{D} + p\beta)} \times 10^{-9} \quad (40)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{(2w)^2}{2(2d)^2} (U_{(2d+x)} - 2U_{(d+x)} + U_{(x)}) \quad (41)$$

$$U_{(x)} = \left(Bx^2 \phi_x^2 - 2Dx \phi_x \right) \times \frac{10^{-5}}{980} \quad (42)$$

表4 ϕ , $L_{(x)}$, ϕ_x を計算するための定数

α	β	A	B	P
0~0.8	0~0.5	0.038	0.118	1.02
0.8~1.6	"	0.036	0.111	1.32
0~0.8	0.5~1.0	0.040	0.136	0.783
0.8~1.6	"	0.019	0.140	0.900

$$\phi_x = \frac{1}{A+B\left(\frac{x}{D} + p\beta\right)} \quad (43)$$

スプリットコイルの引張力は以上の式で計算すればわかることであるが、比較的小形の内径数 cm、外径 15~20 cm のものでも、数トンに及ぶのが普通であり、外径 50 cm 程度の中型のものでは数 10 トンという膨大なものになる。スプリットコイルの引張力に対して十分な対策の要求されることがわかる。また外シムのついた高均一度コイルの場合にも、外シムがまさにスプリットコイルの形をしているので、スプリットコイル同様十分な注意が必要である。シム用のボビンフランジが曲がったり、シムコイルが動いて位置が変わったりという事故を時々耳にする。シムの設計に際してもスプリットペアーの引張力の計算は忘れてはならない。

(2) 内ノッチ付きソレノイドの場合

この場合はボビンやフランジの変形ではなく、巻線の移動が問題になる。磁場の最も強いコイル中心部分に巻線の断層を持っているのが内ノッチソレノイドである。ノッチの両側の巻線が中心部分へ向かって押されるため、ひどい時にはノッチの端へ巻線が押し上げられたりする。それ程でなくとも、巻きが乱され易く、均一度を悪くするだけでなく、クエンチの原因になることが多い。ノッチ外径の決定が慎重に、かつ巻線を常に考慮してなされなければならないゆえんである。

5.3 ボビンの材質

ボビンの材質は 2 つのこと、すなわちボビンの磁化と機械的強度を考慮して決められる。高均一度磁石、例えば 60 kG の中心磁場に対して 10^{-6} の均一度を要求される磁石では 0.1 ガウス程度の磁場が問題になる。もしボビンの 1 部分が局所的に磁化を有していると、このくらいの磁場不整は容易に起こる。磁化をもたないという点からはアルミや銅が望ましいが、これらは機械的に弱く電磁力はもちろん、巻線時のテンションによってすら、しばしば容易に変形する。アルミ合金か銅合金を用いて強度を増して使用する場合が多いが、真鍮の使用は注意を要する。時々高磁場下で磁化を帯びるものがあるからである。これらの合金でも機械的に不十分な場合、ステンレスを用いることになるが、オーステナイト鋼も、使用に当たって注意を要する。オーステナイト鋼自身は磁化をもたないが、加工、溶接、熱サイクル、その他のストレスによって歪が導入されるとその部分が磁気を帯びて来る。これは歪によって相変態(マルテンサイト変態)が引き起こされ、

マルテンサイト相に磁化を有する強磁性の bcc 相があらわれるためと考えられている¹²⁾。ボビンの磁化はこれ他、励磁(減磁)中のうず電流損を増加させ、これが低磁場でのヒステリシスを大きくする。特に SUS 303, 304 として知られるオーステナイト鋼は、ボビンのみならず、低温容器にしばしば用いられているが、これらの鋼材中の強磁性マルテンサイト相が、熱サイクルによる歪に比例して増加するのは面倒な問題である。このように高均一度の超電導磁石にとって、そのボビン材質の磁化はやっかいな問題である。しかしこの方面の研究は必ずしも十分とは言えず、今後に残された課題の一つである。

5.4 超電導線の磁化の問題

もう一つの厄介で大きな問題は超電導線の磁化の問題である。磁場計算やマグネット設計のところで述べたことはすべて、超電導線であることを考慮の外に置いている。すなわち巻線はいわば銅線と同じで、導線を通れる電流の密度は断面内で一様であるとみなされている。しかるに超電導線の内部では一様な電流密度で電流が流れてはいないし、また内部の磁束分布も一様ではない。この事は超電導線の磁化として知られており、外部磁場の掃引に対してヒステリシスを描く。超電導マグネットの磁場が前節の方法で計算した値から幾分ずれていたり、励磁中と減磁中で異なる磁場の値を示したり、あるいは残留磁場があらわれたりするの、ほとんどこの超電導線の磁化のためである。それゆえ高均一度の超電導磁石を製作するには、磁化のできるだけ小さい線材を用いる必要がある。ヒステリシスや残留磁場というと磁場の空間的分布状態を意味するものではないけれども、それらの原因となる磁化が磁場の強さに(したがってマグネット内の場所に)依存することを考えれば、磁化が磁場の均一性に大きな影響を与えることがわかる。

さて超電導マグネットの磁化の大きさを局所的に知れば、それによる磁場を計算して、残留磁場やヒステリシス、均一度の乱れ等を予測できるわけであるが、それは簡単ではない。まず超電導線の磁化が超電導線自身の還流電流及びマルチ線ならフィラメント間のマトリックスを介して流れる電流とによってもたらされるのでそれらを知らねばならないが、ここでは前者のみを考える。(後者は励磁中または交流的使用において著しい問題となるが、定常状態では無視する)

超電導線の線径 D 、臨界電流密度 J_c とすると、この線の磁化の大きさは、 D^3 と $J_c(H)$ の積に比例す

ると考えられる¹³⁾。したがって超電導マグネットの磁化（または残留磁場、ヒステリシス）も $D^3 J_c(H)$ に比例すると考えてよい。しかし個々のマグネットについて残留磁場の分布を計算することは余り行なわれていない。

もっとも Nb_3S_n や V_3Ga のテープ状線材でつくったコイルに関しては、そのヒステリシスや残留磁場が非常に大きいのでしばしば計算されている。実際例えば幅 5 mm ~ 10 mm のテープで巻いた Nb_3S_n のマグネットでは 1 kG 以上の残留磁場が残ることは普通である。一方 $Nb-Ti$ の丸線（線径 0.35 mm ϕ ）ではこの値は高々数 10 G である。しかしこの大きさは高均一度磁石にとっては小さくない値である。

超電導線自身のヒステリシス、残留磁場をできる限り小さくすることが高均一度磁石の製作には不可欠である。そのためには、超電導線（フィラメント）の径をできるだけ細くすること、超電導線の臨界電流を低磁場で大きくしないこと、そして加えうるにフィラメント同志の結合をできる限り切断することが要求される。いずれにせよこの分野もまた今後大いに研究されるべき課題であり、線材及びマグネットの設計製作者が緊密な連絡を保ちつつ、ハード、ソフト両面から進めて行く必要があるだろう。

5.5 永久電流スイッチ

高均一度磁石は必然的に高安定であることを要求する。磁場が試料中でいかに均一であっても、それが時間的に変動したのでは何ものならず、またデータを積算する場合に不都合である。通常の電源で励磁するモードでは安定度は電源のそれで決定され、概ね $10^{-5}/HR$ の程度である。それ以上の安定度を望む場合は永久電流（Persistent Current）モードで運転する。超電導のゼロ抵抗を巧妙に利用したもので、この運転モードでの安定度は $10^{-9} \sim 10^{-10}/HR$ が可能である。永久電流モードは、最初電源からコイルに流し込んだ電流を、コイルの両端子間の超電導線で短絡し、その後電源をゼロにして実現される。それゆえコイル両端子間を開放したり短絡したりするスイッチ、すなわち永久電流スイッチが必要である。永久電流モードの良否は永久電流スイッチの特性、すなわち開放時の抵抗、短絡時のゼロ抵抗性、及びスイッチのレスポンスタイム等によってきまる。幾つかの永久電流スイッチが提案され^{14)~17)}、またその解説も公けにされている¹⁸⁾ので、詳細はそれら文献に譲るが、高均一磁石用としては熱式永久電流スイッチが通常使われる。高均一磁石は通

常比較的インダクタンスが大きいので永久電流スイッチの開放時抵抗は大きい方がよい。短絡時抵抗は熱式スイッチでは超電導状態なので完全にゼロであるが、コイルそのものとスイッチの接続部の抵抗が問題になる。実際、例えば $L=10$ Henry のコイルで永久電流の減衰を $10^{-9}/HR$ にするためには Joint の抵抗は $2.8 \times 10^{-12} \Omega$ でなければならない。これは容易なことではないが Luderer¹⁹⁾らは $10^{-13} \Omega$ 以下、Leupold²⁰⁾らは $10^{-14} \Omega$ 以下の Joint を作ることに成功している。一方開放時抵抗を大きくするためには、安定化銅を除去した超電導を用いたり、あるいは銅マトリクスの代りに Cu-Ni マトリクスを用いた超電導線が用いられる。しかし開放時抵抗が大きいことは、コイルのクエンチの場合にスイッチの破損を招き易いので、励磁速度との兼ね合いで決定するのがよい。

今までは、高均一磁石は合金系線材の独壇場であった。それゆえ、永久電流スイッチもまた合金線材で製作されて来た。しかし今後化合物 FM 線による高磁場高均一磁石が実現されるようになった時、永久電流スイッチ及び Joint が極めて重要な問題になるであろう。

6. おわりに

以上主として Nb-Ti 線でまくことを前提にして、磁場均一度のよい超電導マグネットについて記して来た。特殊な方法、例えば特殊な補償コイルを用いる²¹⁾とか、あるいは特殊な超電導シールドを用いる²²⁾とか、超電導と常電導の補償コイルを組み合わせたかといった方法が行なわれている。また 10^{-8} 程度の均一度を得るために試料を回転することも報告されている²³⁾。いずれにせよ超電導マグネットのみで得られる均一度は略 10^{-6} の程度でそれ以上の均一度を得るためにはさまざまな補償コイルやシールドその他の方法が必要である。詳細については文献を参照していただきたいと思う。

Nb-Ti 線以外では今のところ、非常に均一度の高いマグネットが作られたという報告を知らない。しかし今や金属間化合物の FM 線の研究がかなり進んでおり、 Nb_3Sn 線または V_3Ga 線によって 100 kG はもちろん、恐らく 130 kG 程度の中心磁場で、 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ またはそれ以上の磁場均一度をもつマグネットが作られる日はそう遠くないと考えられる。実際アメリカではそのような計画が実行されつつあり、超高周波 NMR のためのマグネットの計画が進んでいる¹⁶⁾。我

が国においても、Nb₃Sn/FM 線の研究開発はここ1～2年各社において着実に進められている。超高磁場、高均一度超電導マグネットの実現は時間の問題といっ
てよい。超電導マグネットの今後の方向の一方の雄
(他方は核融合への応用を頂点とする大形システム)
として超高磁場高均一度マグネットはクローズアップ
されるであろう。

参 考 文 献

- 1) 竹山説三:「電磁気学現象理論」丸善
 - 2) D. B. Montgomery: "Solenoid Magnet Design" Willey 1969
 - 3) E. E. Caleaghan et al: NASA Technical Note, NASA TN D-2372, July 1964
 - 4) 例えば一松信: "数値計算" 至文堂, 昭和38年
 - 5) Abramowitz et al eds.: "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables" Appl. Math. Ser. No. 55, NBS, 1964
 - 6) J. P. Scott: J. Phys. E, Sci. Inst. Vol. 7, 1974
 - 7) T. Kasuya et al: Jap. J. Appl. Phys. Vol. 12, No. 10, Oct. 1973
 - 8) M. S. Lubell: Cryogenics, Vol. 12, No. 5, 1972
 - 9) P. F. Smith et al: Cryogenics 4 (1975)
 - 10) 黒田: 低温工学, Vol. 10, No. 6 1975
 - 11) 林: 電気学会雑誌81巻, 870号 Sept. 1961
 - 12) D. C. Larbalestier et al: Cryogenics 10 (1970)
 - 13) M. A. Green: Proc. Conf. Mag. Tech, Brookhaven 1972
 - 14) D. Hagedorn et al: Cryogenics 8 (1974)
 - 15) G. Luderer et al: Cryogenics 9 (1974)
 - 16) R. D. Isaac et al: Rev. Sci. Instrum., Vol. 46, No. 5, May 1975
 - 17) 多田直文他: 低温工学研究発表会予稿集 (第13回) 1974年11月
 - 18) 石原昭: 低温工学 Vol. 8, No. 4, 1973
 - 19) 15) に同じ
 - 20) M. J. Leupold et al: Cryogenics 4 (1976)
 - 21) V. B. Nazarov et al: Cryogenics 12 (1972)
 - 22) Yu. F. Bychnos et al: Cryogenics 4 (1975)
 - 23) G. Bogner: Proc. ICEC-3, Berlin, May, 1970
 - 24) IGC News Letter: Vol. 3, No. 2, Winter 1975
- この他、高均一度マグネットに関して以下の文献を
あげておく。
- 西陰 et al: 第12回低温工学発表会 1973年11月
M. Sauzade et al: Proc. Int. Conf. Mag. Tech.
Stanford, 1965
H. C. Hitchcock: 同上
A. Dela Harpe et al: Proc. ICEC. 1, Kyoto,
1967
E. Boyes et al: Proc. Int. Conf. Mag. Tech.
Hamburg, 1970
G. R. Court et al: Proc. Int. Conf. Mag Tech.
Rome, 1975
S. T. Wang et al: 同上