複合超電導線中の電流分布

和 気 正 芳・小 林 嶺 夫・Bernard TURCK*

高エネルギー物理学研究所 茨城県筑波郡大穂町大字前野

(1977年2月15日受理)

Current Distribution in a Multifilamentary Composite Superconductors

Masayoshi WAKE, Mineo KOBAYASHI and Bernard TURCK*

National Laboratory for Highenergy Physics

Oho-machi, Tsukuba-gun, Ibaraki

* on leave from CEN Saclay France

(Received Feb. 15 1977)

Synopsis :

The electric field on the outermost shell of superconducting filaments depends directly on the current distribution inside a composite. Calculations are carried out taking into account the axial diffusion due to the resistivity of the matrix. Moreover, the critical state model is modified to account for the dependence of the local current density on the electric field. It is shown that a simple self field measurement is a very good way to evaluate the average transverse resistivity in a multifilament composite. Our samples made of very fine filaments show a resistivity in the range of a few $10^{-9}\Omega\cdot\text{m}$, i.e. much higher resistivity than that of the copper matrix itself. That resistivity decreases as the filament diameter increases. This fact shows that there exists a high resistive barrier at the interface between the superconductor and the copper.

1. 序

超電導線中の電流分布を知る事は電磁石を製作する上でも重要であり、興味深いのであるが、従来このための有効な実験手段が無く、電流分布を詳細に知る事はできなかった。これは超電導体中の電流は電圧降下を生じないため通常の方法で電流分布を観測する事は困難だからである。電流密度の分布が self field により決定される事は早くから指摘されている¹⁾が、実際に $1\text{ mm}\phi$ 以下の細い超電導線の中できわめて一様でない電流の分布が起こり、時には部分的に逆方向の電流が流れるといった一見矛盾とも思える事実については疑問視する向きも多かった。

しかし、最近 SACLAY のグループにより、電流変化時に線材外壁に現われる電場を測定する事により電流の分布を知る方法が試みられるようになった²⁾。こ

れにより、超電導線材中の電流分布・self field がピン止め力のもとで動く様子がほぼ明らかにされたが、単純な critical model をとった場合 J_c 付近で電場が発散してしまう不都合があって実験との一致は必ずしも十分ではない。また、実用線材である FM 線の場合には電流分布の拡散が起こると予想されるが、これについての研究もまだ進んでいない。

本論文では、電流分布の拡散を調べるためにおこなった FM 線についての実験について述べるが、結果は単純な critical model では説明できず、 J_c の電場依存性ないしは FM 線の critical current model からはずれた電流特性を考えに入れることによって解決された。 J_c の電場依存性を加味した解析は、従来から行なわれている self field の実験に対しても理論の不都合な点を改善し、かつ完全な一致を与える事が可能である。

拡散過程の観測は線材の transverse 抵抗 $\rho_{\perp}$ を決める事にも用いる事ができるが、twist の有無にかかわらず等他の測定法にくらべてすぐれた点が多い。いくつかの線材についての測定結果からは、 $\rho_{\perp}$ の filament 径依存性が見出された。これは matrix と filament の間に何らかの成因による高抵抗 barrier が介在している事を示すものである。

2. Self Field Effect

超電導体にあつては電流と磁場は表裏一体であり、超電導線に電流を流すことは、垂直に円形磁力線を侵入させる事と等価である。この場合、外部磁場の侵入と同じように、ピン力を受けた結果履歴を持った特異な磁束分布が達成される。電流の分布もこれに対応して定まっているはずである。

critical current model で考えれば、ゼロから電流を増加してゆくとき電流分布は線材の外から臨界密度 J_c で埋まってゆく。これは self field が一定の勾配で侵入して行くのに対応している。電流が I_c に達したとき、導体内のすべての部分が J_c の電流密度をもったときである。逆に電流を減らして行った場合は、内部に $+J_c$ の部分を持ったまま、外から $-J_c$ で相殺してゆくことになる。そのためゼロ電流の時も実は内側と外側で反対方向の電流が流れ、結果として外部から見れば電流が流れていないかのように見えるにすぎない。この状態から再度電流を増していった場合、逆電流のそのまた外側を正方向の電流が埋めてゆくのので1回目の通電の時とは全く異なる電流の分布となる。

このようにして電流が sweep される場合線材中に発生する電場は Maxwell 方程式より

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad (1)$$

$$E_z(r) = \int_0^r (\partial B_{\theta} / \partial t) dr \quad (2)$$

Fig. 1 Current distribution profile during the first rise, the down sweep and the second rise due to the simple critical current model.

Fig. 2 Electric field inside the composite during the first rise.

と self field の変化率の積分で与えられる。電流密度変化があるのは J_c に埋まって行く境界の位置 r_s のみなので

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \begin{cases} 0 & (r < r_s) \\ -\frac{\mu_0}{2\pi r} \left(\frac{dI}{dt} \right) & (r \geq r_s) \end{cases} \quad (3)$$

したがって中心より r の位置における電場は

$$E(r) = \begin{cases} 0 & (r < r_s) \\ -\frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} \right) \log \left(\frac{r}{r_s} \right) & (r \geq r_s) \end{cases} \quad (4)$$

線材の半径を R とすると外壁で観測される電場 E は次のようになる¹⁾。

$$E = E_z(R) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} \right) \log \left(\frac{R}{r_s} \right) \quad (5)$$

これは電流変化にともなう r_s の移動と共に logarithmic に変化する関数であり、 $dI/dt = 20 \text{ A/sec}$ とすればおよそ 10^{-6} 程度の電場であり、試料の長さ 1 m 当り数 μV の信号が得られることになる。これは容易に測定にかかる大きさである。 r_s の位置と電流の関係は

電流分布により異なるので1回目の通電と2回目以後の通電では電流分布を反映して異なった信号を観測することになる。

3. FM 線に発生する電場

前節の議論は critical current density J_c をもつ

Fig. 3 Electric field on the outermost shell calculated by critical current model.

た単純な超電導線に対するものであったが、ここでは Cu-matrix 中に超電導体を埋め込んだ複合多芯線 (FM 線) を考える。この場合も S.C. to overall ratio を η とすれば、 ηJ_c の臨界電流密度を持った連続体と見なしてさしつかえない。しかし I-V 特性は Fig. 4 に示すとおり、ある臨界電流以上で急に infinite な抵抗が出現する model (critical current model) からは、はずれたものになる。したがって電流分布を考える場合も単なる critical current model をとることは不都合であろう。通常 FM 線の場合 $E/J \sim 10^{-14} \Omega \cdot m$ での値を取り ηJ_c を定義したりするのであるが、ここでは $E \sim 0$ に対応する電流の最大値を ηJ_c ととる。定常状態では電場が発生していない状態が実現されているはずなのでこの考えは妥当であろう^{23,4)}。電流 sweep 中には各部に電場が発生しているので、それぞ

Fig. 4 I-E characteristic of FM composite sample No. 3; $5.6 \mu m \times 361$ filaments. Wire diameter is 0.22 mm. Bias field is 30 KOe.

Fig. 5 Actual current distribution and the model.

—— actual distribution
 --- averaged distribution due to our model
 current distribution after the end of sweep

れ電場の大きさに対応した電流密度分布が達成されているはずである。この様子を Fig. 5 に示す。とり扱いを簡単にするため場所による変化を平均してしまい、sweep 中には電流密度は $(1+\alpha)\eta J_c$ になるものと考えよう。 α は実験的に決め得る parameter である。このように仮定すると 1 回目の通電 (1st rise) の様子は次のようになる。電流 sweep 中の電流は外側から電流密度 $(1+\alpha)\eta J_c$ で順次内側へ埋まってゆき、sweep が終われば電流密度は定常状態の値の ηJ_c まで下る。そのかわり電流のある領域は少し内へ広がる。2 回目についても同様に sweep 中と停止中では異なる電流密度を考えてやるのである。それぞれの場合について、電流分布から (r_s/R) を全電流 I の関数として求めて (5) 式に代入してやると次のように電場を求めることができる。

1) 1 回目の通電 (1st rise) の信号として

Fig. 6 Electric field on the outermost shell of the composite. In this calculation, the electric field dependence on J_c is taken into account. The electric field does not diverge at I_c .

$$E_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} \right) \log \frac{1+\alpha}{1+\alpha-i} \quad (6)$$

2) Down sweep 時の信号として

$$E_d = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} \right) \log \frac{2+\alpha}{2+\alpha+i-i_M} \quad (7)$$

3) 2回目以後の通電 (2nd rise) の信号として

$$E_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} \right) \log \frac{2+\alpha}{2+\alpha-i} \quad (8)$$

を得る。ただし $i = I/L_c$ で i_M は i の最大値である。これらの電場の値は後で述べる実験結果と完全に一致し、従来の計算では $i=1$ での発散や J_c を実際より大きくとらないと実験結果に合うことができないといった困難を解決するものである。

4. ゼロ電流状態での減衰

一度通電した後ゼロ電流に下げた時、電流は内側で正方向、外側で逆方向に流れ、全体として打ち消し合っている状態にある。この電流は sample wire の端で matrix を横切って loop を作っているのであるが、matrix 部分は電気抵抗 $\rho_{\perp}$ を持っており、これによる損失のため loop 電流は減衰して行く。これは $\rho_{\perp}$ による拡散係数 $D = \rho_{\perp} / \mu_0$ で、ピン止めされている電流の拡散が起これと考えても同じことである。この場合の拡散方程式は

Fig. 7 Loop current inside the composite at zero transport current. This current crosses the copper matrix at both end of the wire.

$$\frac{\partial^2 J_z}{\partial z^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial J_z}{\partial t} \quad (9)$$

電流密度は ηJ_c からの減衰であるので

$$J(z, t) = \eta J_c \beta(z, t); \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (10)$$

と表わすことにすれば β は (9) 式の解として次のように与えられる。

$$\beta(z, t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos\left(\frac{1+2n}{2L} \pi z\right)}{1+2n} e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad (11)$$

$$\text{ただし } \tau_n = \frac{4L}{(2n+1)^2 \pi^2 D} \quad (12)$$

であり $2L$ は sample wire の長さである。 $\beta(z, t)$ の減衰の様子を Fig. 8 に示す。

実験は sample wire の中央から $\pm \frac{1}{2}L$ の部分に potential tap を取り付けて測定したので、この間の平均を見ている事になり、この平均値は次式で表わされる。

$$\bar{\beta}(t) = \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin\left(\frac{1+2n}{4} \pi\right)}{(1+2n)^2} e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad (13)$$

$t \gg \tau_1$ では高次の項は減衰してしまうので簡単化され

$$\bar{\beta}(t) \sim \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} \quad (14)$$

と表わされる。すなわち一度電流を上げ下げした後時間 t だけ待ったとき、ピン止めされて loop を作っている電流 $\beta \eta J_c$ は、 $\pm \frac{L}{2}$ に取った potential tap で観測する限り (13) 式ないしは (14) 式にしたがって減衰してゆくことがわかる。

この減衰の途中で再度通電を行なえば、この時現われる電場は Fig. 9 に示すような電流分布の結果次のようになる。

Fig. 8 Decay of residual counterflow current after sweep. Calculated value for $D=10^{-3}$, $L=1$.

$$E_3 = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} \right) \log \frac{1+\alpha+\beta}{1+\alpha+\beta-i} \quad (i \leq \frac{1+\alpha+\beta}{2} i_M) \\ \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} \right) \log \frac{1+\alpha-\beta}{1+\alpha+\beta(i_M^{-1})-i} \quad (i \geq \frac{1+\alpha+\beta}{2} i_M) \end{cases} \quad (15)$$

Fig. 9 Current distribution during the third rise. Dotted line shows the distribution just after the down sweep.

Fig. 10 Experimental arrangement. Sample wire is wound non inductively and the distance between pair of wires is 3 mm. Potential taps are taken at $\pm \frac{1}{2}L$.

Table 1

Sample No.	Filament diameter (μm)	Number of filaments	Wire diameter (mm)	Twist pitch (mm)	S. C. ratio* in filamentary region η_f	Over all Cu to SC ratio X	Sample length 2 L (m)	Decay constant τ (sec)	Diffusivity D (m ² /sec)	Transverse Resistivity $\rho_{\perp}$ (Ω•m)
1	1.0	79,949	0.52	20	0.42	2.6	0.96	45	2.1×10^{-3}	2.6×10^{-9}
2	2.2	14,641	0.52	20	0.42	2.9	2.70	350	2.1×10^{-3}	2.6×10^{-9}
3	5.6	361	0.2	5	0.45	2.4	1.90	410	8.9×10^{-4}	1.1×10^{-9}
4	8.0	271	0.2	20	0.62	1.4	2.00	260	1.6×10^{-3}	1.9×10^{-9}
5	14.0	361	0.5	∞	0.45	2.4	0.96	130	7.1×10^{-4}	9.0×10^{-10}

* Cu shell outside the filamentary region does not contribute to the current decay.

これは $\beta=1(t=0)$ で E_2 に等しく, $\beta=0(t=\infty)$ で E_1 に等しい結果を与え, その中間では E_1 と E_2 の間にくる曲線であるが, $i = \frac{1+\alpha+\beta}{2} i_M$ の位置に折れ曲りを持っている。このような曲線の特徴は実験結果とよく一致している。

5. 実験

実験は 2 m 程度の sample wire を無誘導に巻き, 中央部に 1 m 間隔の potential tap を付けて電位差を測定した。外部磁場は sample wire に垂直で 0~50 KOe をかけたが, これは J_c を変化させるだけで, 現象に本質的な影響を与えるものではない。 dI/dt は大きいほど大きな信号が得られるが, 記録計の応答速度に上限があり, 20 A/sec~60 A/sec を用いた。測定は, 超電導素線径の異なる種々の線材について行なった。線材はすべて Toshiba 製の Nb-Ti wire である。以下特にことわらないかぎり実験は Table 1 に示す No. 4 の試料について述べることにする。

Fig. 11 は横軸に電流, 縦軸に potential tap にあらわれた電圧を入れ X-Y 記録計に書かせたものである。sample wire を完全に無誘導にすることはできないので, 磁束変化 ($d\Phi/dt$) による一定の電圧 V_0 が sweep 中現われ, また sweep の最初の部分は時定数の長いチョッパー式アンプを使ったための遅れを生じてしまっているが, 1st rise, 2nd rise さらに 120 秒後の 3rd rise の信号を明瞭に区別して観測する事ができる。3rd rise の曲線が sweep end になっても, 1st rise の曲線に達していない事は, 従来の critical current model では説明がつかず, 前節で述べた J_c の電場依存性を考慮した model の必要性を示すものである。 $(d\Phi/dt)$ 分を差し引き, 理論曲線との比較を行なう事は容易である。

前節では 1st rise, 2nd rise の signal が一つの

Fig. 11 X-Y recorder trace of potential tap voltage versus transport current. (Sample No. 4) The third rise was applied after a pause of 120 sec. $dI/dt=20$ A/sec, $H_{ex}=30$ KOe.

Fig. 12 Another method for the evaluation of parameter α . If the current is swept only up to a current i_s during the first rise as like as ①, and then swept up to a value larger than i_s during the second rise, the voltage follows of course the second rise up to i_s , but then jumps to reach the first rise curve at a current level $(1+\alpha)i_s$. (②).

parameter α で記述される事を示したが, α の値は理論曲線の実験 data への curve fitting により決められる。この試料の場合 $\alpha=0.11$ を得たが, 数 $\mu V/m$ の発生電場である事を考えると Fig. 4 の I-V 特性と比較してもっともな値であろう。 α の値はまた, 別の方法でも決める事ができる。Fig. 12 に結果を示すように, 1 回目の通電は少し低い電流 i_s までにとどめ, 2 回目は i_s を越えてさらに大きな電流まで sweep を行なう。すると, 曲線は最初 2nd rise のものをたどりやがて 1st rise の曲線に移るが, 簡単な考察からわかるように, 1st rise の曲線に達するのは $(1+\alpha)i_s$ の位置となる。こうして求められた α の値も 0.1 程度となり, 前述の curve fitting の結果と一致する。このことから電流密度の電場依存性を取り入れる際, 平均化してしまい 1 つのパラメーター α で表現するのは, そう悪い近似ではないと言える。

Fig. 13 は Fig. 11 の実験結果から $d\Phi/dt$ 分を取り去ったものと $\alpha=0.11$ の理論曲線を比較したものである。1st rise と 2nd rise については理論と実験は完全な一致を示し, 120 秒後の 3rd rise についても $\beta=0.6$ の曲線すなわちピン止めされた電流が 60% まで減衰した状態からの sweep に対応する曲線により説明されることがわかる。

理論曲線との fitting により, その時の減衰の parameter β を決める事ができるので, 時間をおいて何度も 3rd rise を行なえば, β の時間変化を測定する事ができる。Fig. 14 はその結果を plot したものであるが, いくつかの異った外部磁場のもとでの測定に大きな差異がなく, Cu-matrix の磁気抵抗効果の影響があらわれていない事が注目される。実験は $\tau_1=260$

Fig. 13 Fitting of the experimental curves of E vs i to the theoretical curves
 --- theoretical curves
 ——— experimental curves

Fig. 14 Axial diffusion law $\bar{\beta}(t)$ between intermediate taps for different magnetic field

sec としての時(13)式により計算される $\bar{\beta}(t)$ であるが、実験結果との一致は良いと言える。

6. Effective Resistivity

この実験から Cu-matrix の transverse 抵抗 ρ を定めるには前節で述べたように、 β の時間変化を測定し、(13)式への curve fitting から τ_1 を定め、(12)式より拡散係数 D 及び $\rho_{\perp}$ を求める。すなわち

$$D = 4L^2 / \pi^2 \tau_1 \quad (16)$$

$$\rho_{\perp} = 4\mu_0 L^2 / \pi^2 \tau_1 \quad (17)$$

となる。この方法は $\rho_{\perp}$ の測定方法として従来の magnetization decay 法等とくらべて、信号を積分しなくても良いという点で直接的であり、また twist の有無にかかわらず測定可能であるという利点を持っている。

我々が測定したいくつかの線材についての結果を Table 1 に整理しておく。このようにして求めた $\rho_{\perp}$ は銅の電気抵抗 ($\sim 10^{-10} \Omega m$) よりもかなり大きい。このことは、磁気抵抗の影響があらわれない事とも合わせて考えると、Cu の電気抵抗以外のものにより effective な transverse resistivity が決まっている事を示唆するものである。

Table 1 に他の研究者による Deta⁵⁾も含めて filament 径の関数として plot したのが Fig. 15 である。これから $\rho_{\perp}$ は明らかに filament 径の減少関数であり、超電導体と matrix 金属の境界面の大きさに依存する量である事がわかる。以上の実験事実は SC filament と Cu-matrix の間に何らかの高抵抗 barrier が存在しているとして説明する事ができる。簡単な slab model によれば barrier の厚さを b として $\rho_{\perp}$ は次のようになる。

$$\rho_{\perp} = \rho_b \frac{2b}{d+2b+W} + \rho_{cu} \frac{W}{d+2b+W} \quad (18)$$

ただし、 d は filament 径、 W は filament 間の Cu 部分の厚み、 ρ_b と ρ_{cu} はそれぞれ barrier 及び Cu の電気抵抗である。このような高抵抗 barrier は filament と Cu の機械的な接触抵抗あるいは、Ti の Cu 中への拡散で形成された Cu-Ti 層に起因するもので

Fig. 15 Effective transverse resistivity as a function of filament diameter
 $\triangle$ M.E. Davoust & J.C. Renard results⁵⁾
 + our results

はないかと思われる。

7. 結 論

以上により, self field effect による超電導線中の電流分布が, 分布の拡散過程を含めて明らかにされた。これは, matrix 金属の有効抵抗を測定する方法として, 有効に応用される事もわかった。いくつかの線材についての測定から filament と matrix の間の barrier の問題を提起する事ができたが, これは FM 線の filament 径を決める際考慮されるべき重要な事である。

この barrier 層の存在及び形成については引続き実験をすすめている。

参 考 文 献

- 1) M.N.Wilson : Proceedings of Applied Superconductivity Conference, Anapolis (1972) 385
- 2) J.L. Duchateau, B.Turck, L.Krempasky, M.Polak : Cryogenics 16 (1976) 97
- 3) B.Turck : Proceedings of ICEC-6 Conference, Grenoble France (1976)
- 4) M.N.Wilson: Proceedings of Vth Conference of Magnet Technology, Roma (1975) 615
- 5) M.E.Davoust, J.C.Renard: Proceedings of the ICEC 6 Conference, Grenoble France (1976)