D 形トロイダル磁界コイルの設計

黒 田 邦 茂

(株)日立製作所日立研究所 茨城県日立市久慈町4026

(昭和52年9月9日受理)

Design of a D-shaped Toroidal Field Coil

Kunishige KURODA

Hitachi Research Laboratory of Hitachi, Ltd.
4026, Kuji-machi, Hitachi-shi, Ibaraki-ken

(Received Sept. 9, 1977)

Synopsis :

A method for making free a multi-layer toroidal field coil from bending moment is studied by applying File's theory to each winding layer. The theory seems to be valid for a line conductor in a toroidal magnetic field or for an ideal one-layer toroidal field coil. According to the present method, the shape of the multi-layer toroidal field coil is satisfactorily decided so that each winding layer is in pure tension or is not subject to any bending moment. The winding thickness of the resultant coil does not become uniform along the winding. The successive layers are no longer in contact leaving some empty space, and the tension on a conductor varies in magnitude from layer to layer. A practical toroidal field coil with a total ampère-turn of 18.8 MAT, a vertical bore of 1.51 m, and a horizontal bore of 1.07m has been designed by this method.

1. 序

超電導コイルの不安定の原因はコイル内に発生する応力に強く依存すると考えられている^{1)~3)}。ことに、曲げモーメントが作用するトロイダル磁界コイル (以下 TFC と呼ぶ) を超電導化する場合には、この種の不安定がさらに憂慮される。超電導線材、なかんずく化合物系線材は応力に対し敏感に不安定を示し^{4)~6)}、電流劣化や回復見込みのない特性の劣化をきたすことがある。そのため、完全安定化法をふくめ、線材の補強対策が不可欠と考えられている。

一方、このような線材面からの対策のみならず、TFC の場合には応力の軽減に関する研究も行なわれており、1971年にプリンストン大学の File らによって有効な方法が提案された⁷⁾⁸⁾。現在計画中の核融合炉用 TFC に、その方法を取り入れた例をみることで

きる^{9)~13)}。

しかしながら、この方法は厳密には、トロイダル磁界中におかれた一巻きの線状導体または一層巻きの理想的な TFC にのみ適用されるもので現実の有限な層厚を有する TFC にそのまま適用することはできないと考えられる。ある設計例では、完全に曲げモーメントを消去することができず、巻回部中局所的に応力集中がみられ、コイル形状を修正する試みがおこなわれている⁹⁾。

本報告は、多層巻きの理想的な TFC から曲げモーメントを完全に消去する方法を検討したもので、File の理論を各巻回線に適用する方法をとった。

2. 多層巻きトロイダル磁界コイル

Fig.1 に示すような、層厚 w を有する多層巻き TFC を考える。層当りの巻数を N (一定)、層数を M , 導

Fig. 1 Coordinates and geometry of a toroidal field coil.
Left : before deformation.
Right : after deformation.

体電流を I ，総巻数を $N_0 = N \cdot M$ ，総起磁力を $f = N_0 \cdot I$ ，原点 O に近い巻回部 (Inner leg) の最外層と最内層の動径座標を r_1, r_2 ，遠い巻回部 (Outer leg) の最内層と最外層のそれを r_3, r_4 とする。変形前の TFC の形状を円形とし，変形後のそれを仮りに D 形としておく。また， $r = r_1$ に固定した支点を置き，巻回部は作用する力のままに変形するものとする。

図中ハッチをほどこした，一卷きの線状導体もしくは一層巻きの TFC (以下総称して着目導体とよぶ) に着目し，File の理論に従って，コイル全体を曲げモーメント・フリー (BMF と略記する) にする方法を述べる。この着目導体はその外側にある巻回部の起磁力によるトロイダル磁界；

$$H = \frac{r_p \cdot H_p}{r} (r_p \cdot H_p = \text{const.}) \quad (1)$$

の中にあると考えられる。ここで， r_p は着目導体の作る TFC 内の任意点 (図示せず) で， H_p はそこでの磁界を意味する。式 (1) で与えられる磁界は外部印加磁界と考えても支障はない。

いま変形前の Q 点に着目する。 Q 点での導体単位長に働く電磁力は

$$F = \frac{\mu_0 r_p H_p I}{r} \quad (2)$$

となり，導体の曲率半径を a ， F によって生じた張力を T とすると法線抗力は

$$n = \frac{T}{a} \quad (3)$$

となる。変形が終了し $F = n$ なる平衡状態になったとき， P 点では，同様な議論から

$$\rho = kr, \quad k = \frac{T}{\mu_0 r_p H_p I} \quad (4)$$

が導びかれる。ここで ρ は P 点での導体の曲率半径である。

式 (4) で定義された比例定数 k がどんな物理量に依存するか明確にしておくことは，File の考えを理解する上で，重要であると思われる。これまでの議論からすると， k が陽に I や T や $r_p \cdot H_p$ に依存し，かつ k と T が互いに独立に表現しえない形になっている。そこで， k が本質的に何によって決定されるか明らかにし，以下の議論でいささかも疑問が残らないようにしておきたい。

Fig. 1 の右側の図でハッチをほどこした部分を薄肉パイプとみなし，磁気圧と静止流体圧の類似性から，このパイプの z 方向の力の釣り合い；

$$\Sigma F_z = \int_D (F \cdot ds) \cos \alpha - 2T = 0 \quad (5)$$

を考える。ここで，積分路はパイプを半割にした D 形の上半分， ds はパイプの周方向微小素片の長さ，そして α は ds における接線と動径軸がなす角である。このパイプの Inner leg と Outer leg の動径座標をそれぞれ r_i, r_o とし，式 (2) と (4) を使えば望みどおり k と T を別々に表現でき

$$T = \frac{1}{2} \int_{r_i}^{r_o} F \cdot dr = \frac{1}{2} \mu_0 r_p H_p I \cdot \log \frac{r_o}{r_i} \quad (6)$$

$$\text{と} \quad k = \frac{1}{2} \log \frac{r_o}{r_i} \quad (7)$$

をうる事ができる。したがって， k は究極的には着目導体の Inner leg と Outer leg の動径座標のみによって決定されると考えられる*。ここで導出された

* 第17回低温工学研究発表会予稿集で，筆者が k が H に依存すると記載した部分は誤りで，ここに訂正する。

Table 1 Specifications of a coil utilized for calculation.

Winding thickness of inner leg	w_i	0.3m
Inner radius of outermost layer	r_1	0.3m
Inner radius of innermost layer	r_2	0.6m
Winding thickness of outer leg	w_o	0.3m
Outer radius of innermost layer	r_3	1.67m
Outer radius of outermost layer	r_4	1.97m
Total number of turns (layers)	N_0	1880 (10)
Total ampère-turn	f	$1.88 \times 10^7 \text{ AT}$
Maximum field in the winding	H_m	6.27 T
Toroidal radius of innermost layer*	R	1.0m

* Radial coordinate where the differential coeff. of the innermost layer is zero.

式(7)は、Fileによって導びかれた、コイル形状を決める微分方程式;

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{(k^2 - (\log y)^2)^{1/2}}{\log y}, \quad y = \frac{r}{R}, \quad x = \frac{z}{R} \quad (8)$$

の右辺の分子から求められる k の式と合致する。なお、 R は着目導体の接線の微分係数が 0 になるところ、すなわち D の頂点の動径座標である。 r_i , r_o , R , そして k の間には次のような関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} r_i &= R \exp(-k), \\ r_o &= R \exp(k), \\ R^2 &= r_i \cdot r_o. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

以上から明らかなごとく、多層巻き TFC の各層に対し、 $\frac{r_{oj}}{r_{ij}} = \text{const.}$ ($j=1, 2, \dots, M$) を同時に満足させることはできない、すなわち、コイル全体に一つの k を割り当てるだけでは BMF を達成することは不可能といえる。したがって、各層の k の値を

$$k_j = \frac{1}{2} \log \frac{r_{oj}}{r_{ij}} \quad (10)$$

で求め、その値を使って層ごとに式(8)を解けばよいことになる。Fig. 1 の右側の図でハッチをほどこした部分を第 j 番目の層とし、各層の厚さを Δt 、Inner leg と Outer leg において挿入されるスペーサの厚さをそれぞれ Δs_i , Δs_o とすれば、式(10)の r_{ij} と r_{oj} は一般に

Fig. 2 The shape of each layer in the toroidal field coil free from bending moment under the condition of $w_i = w_o$.

Fig. 3 Relation between coil parameters and the number of layer of the coil shown in Fig. 2.

$$\left. \begin{aligned} r_{ij} &= r_{i1} - (\Delta t + \Delta s_i)(j-1) \\ r_{oj} &= r_{o1} + (\Delta t + \Delta s_o)(j-1) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

とかかれる。ここで、 $j=1$ は最内層を意味する。

3. 具体的なコイルへの適用

上記の設計法を適用するためのコイルとして、Table 1 に示す諸元を有するものをえらんだ。巻回導体は $\sim 6T$ で $10^4 A$ 通電可能な完全安定化超電導線材を考え、その幅と厚さは絶縁物やクーリング・チャンネルの寸法をふくめ $30 mm \times$

$\times 10\text{mm}^2$ とした。そして、これをエッジワイズに、ダブルパンケーキ方式で巻くようにした。TFCの最内層の動径座標 r_2 を60cm, r_3 を166.5cmにえらび、 $N=188$ ターン/層, $M=10$ 層とした。したがって、 $J_t=10\text{mm}$, $N_0=1880$ ターン, $f=1.88 \times 10^7\text{AT}$ となり、導体の最大経験磁界は6.27Tとなる。

まずはじめに、case 1として、 $\Delta s_1=\Delta s_0=0$, $w_1=w_0$ になるようなTFCの設計を行なった。その結果をFig. 2に示す。図中の各曲線は導体の中心線で示した各層の形状である。この結果から、 $r_1=30\text{cm}$, $w_1=w_0=30\text{cm}$, $r_4=196.5\text{cm}$, そして作動空間の高さは151cmになることがわかる。層ごとに形状が異なり、巻回部の厚さは一様でなく、Dの頂点のところで最も厚くなる。各パラメータの挙動を詳細に把握するため、層番号の関数として、 r_1 , r_0 , R , k , d , f , T , H らをFig. 3に示した。なお、 d は直線部の1/2長を意味する。最外層に近づくにつれ、 d と k が増大し、当然のことながら T と H は減少する。

つぎに、case 2として、 $\Delta s_1=2\text{cm}$, $\Delta s_0=0$, $w_1=1.67w_0$ になるようなTFCの設計を行なった。その結果をFig. 4に示す。この場合、 $r_1=10\text{cm}$, $w_1=50\text{cm}$, $w_0=30\text{cm}$, $r_4=196.5\text{cm}$ となり、case 1に比べコイル全体の大きさが極めて大きくなる。

同様に、case 3として、 $\Delta s_1=0$, $\Delta s_0=2\text{cm}$, $w_1=$

$0.6w_0$ になるようなTFCの設計を行なってみた。その結果をFig. 5に示す。この場合は、 $r_1=30\text{cm}$, $w_1=30\text{cm}$, $w_0=50\text{cm}$, $r_4=216.5\text{cm}$ となり、コイル全体の大きさは、case 2に比べやや小形となる。

作動空間の位置と大きさを同じにして比較すると、case 1のような設計手法がもっとも合理的であると考えられる。この場合、コイルの外寸法が小さくなるばかりでなく、隣接層が互いに接する箇所はInner legとOuter legの2箇所となり巻回作業もやや容易である。

4. 結果の検討

前章でえられたコイルについて、改めて曲げモーメントに対する応力計算をする必要はまったくない。各層の形状がFileの解そのものであるからである。ソレノイド・コイルと同様に、層中いたるところ張力は一定であり、応力が局所的に集中して現われるところはない。ソレノイド・コイルと異なる点は隣接層間に空隙が生ずる点である。層ごとに張力が異なることを考慮すれば、導体のズレを防止するために、この空隙をスペーサで満す必要があろう。

層間の空隙をスペーサで埋めるとなると、コイル巻回時の作業性は非常にわるくなる。しかし、曲げモーメントに対する支持部材が不要となり、かつそれに起

因する超電導の不安定がとり除かれる利点を考えれば、作業性に関する欠点を補って余りあるものがあるといえよう。

ANLの検討結果によると、層厚一定のTFCでは直線部と曲線部の境目辺りで極端に応力が集中する。一方、BMFを完全に達成したTFCの形状はFig. 2とFig. 4, Fig. 5でわかるように、直線部と曲線部の境目で著しく層厚が増大する。この2つの事実は互いに矛盾していないと考えられる。

最後に、TFCの最外層のとりあつかいについて検討する。確かに、 k は H や

Fig. 4 The shape of each layer in the toroidal field coil free from bending moment under the condition of $w_1=1.67w_0$.

I によらず、幾何学的な寸法である r_i と r_o のみに依存するが、最外層のように磁界が0のところに配置される場合は理論の前提である $H \propto \frac{1}{r}$ の関係がくずれ、その形状が何であってもよいということになる。この矛盾を除くために、最外層といえども磁界値を有限にとどめ $H \propto \frac{1}{r}$ を考慮できるようにしなければならない。そのためには、最外層導体の外壁で磁界を0にし、最外層導体を代表する線電流路を導体中心にとり、そこで有限な磁界を考えるようにしなければならない。本報告ではこのような考え方を採り、Fig.3 の $j=10$ (最外層) での H や T を有限にとどめるようにした。

5. 結 言

多層巻きトロイダル磁界コイルを完全に曲げモーメント・フリーにする設計手法を確立することができた。それは File の理論を層ごとに適用する単純な方法であった。その理由は比例定数 k が層の幾何学的な座標のみにより、電磁気的な量に依存しないためであった。この設計手法に従うと個々の層の形状は File の解を表わし正しくD形をしているが、コイル全体の形状は、これまでに考えられていたD形とは異なり、層厚が一樣にならないことがわかった。

終りに臨み、本研究を遂行するに当たり、終始有益な御討論と激励をいただいた、日立・日立研木村浩主任研究員と笠原達雄副技師長に感謝の意を表わしたい。

参 考 文 献

- 1) C. Laverick : Cryogenics 5 (1965) 152
- 2) C. B. Muller and E. J. Saur : Rev. Mod.

- Phys. 36 (1964) 103
- 3) K. Kuroda, M. Kudo, H. Kimura and N. Hara : Preprint of ICEC-5, Part-2 (1974) Q 7
- 4) J. W. Ekin : Appl. Phys. Letters 29 (1976) 216
- 5) M. Suenaga and W. B. Sampson : Report BNL-16415 (1972)
- 6) T. Luhman and M. Suenaga : Appl. Phys. Letters 29 (1976) 61
- 7) J. File : U. S. Patent No. 3736539 (1973)
- 8) J. File, R. G. Mills and G. V. Sheffield : IEEE Trans. on Nuclear Science **NS-18** (1971) 277
- 9) ANL-Report ANL/CTR-75-2 (1975)
- 10) J. W. Lue and R. W. Conn : UWFD-125 (1975)
- 11) J. File : MATT-1158 (1975)
- 12) J. W. Lue and J. N. Luton : ORNL/TM-5637 (1976)
- 13) G. Pasotti, M. V. Ricci, N. Sacchetti and M. Spadoni : IEEE Trans. on Magnetics Mag-13 (1977) 617

Fig. 5 The shape of each layer in the toroidal field coil free from bending moment under the condition of $w_i = 0.6w_o$.