熱交換器を介して生じる温度振動

玉 田 紀 治・富 山 朔 太 郎

電子技術総合研究所 東京都田無市向台町 5-4-1

(1978年 2月 2日 受理)

Temperature Oscillation Caused by Coupling of Heat Exchangers

Noriharu TAMADA and Sakutaro TOMIYAMA

Extreme Technology Division of Electrotechnical Laboratory
5-4-1, Mukodai-cho, Tanashi-shi, Tokyo

(Received Feb. 2, 1978)

Synopsis :

In large-scale refrigeration for superconducting magnets and power transmission cables, several types of fluid oscillations have been observed; thermal acoustic, mass flow, and temperature oscillation caused by coupling of heat exchangers. A considerable amount of work has been so far concerning to the former two types of oscillations, but the latter type of oscillation has not been studied yet.

In this paper, the state equations are formulated in the form of simultaneous ordinary differential equations, and transfer functions of a refrigeration system are derived by Laplace transformation. The characteristic equation is analyzed and the existence of temperature oscillation caused by coupling of heat exchangers is proved. The temperature oscillation is also observed in our experiments.

1. はじめに

極低温冷却技術の開発は大型超電導マグネット、および超電導送電ケーブル等の技術開発により、ここ数年来大幅に進歩してきた。しかし、これら冷却対象が大型化するに伴い、小型実験装置ではわからなかった冷却上の諸問題が新たに議論されている。これらの問題の一つとして、極低温流体の振動がある。

極低温流体の振動に関しては、これまで多くの研究が発表されている³⁾が、それらはいずれも冷却対象(たとえば超電導送電ケーブル)内に起因する振動であり、冷却機内に原因がある振動に関しては、ほとんど研究がされていない。

本論文においては、冷却機内の熱交換器の組み合わせによる振動解が存在し得ることを、理論解析により明らかにするとともに実験により、この温度振動の存在

を明らかにしている。

2. 冷却系内温度ループの存在

極低温を発生させるための冷却機の構造は、冷却に必要な温度、圧力、流量によって違いがある。しかし、冷却温度が20K以下の装置においては、共通して2つの温度ループを構成している。すなわち室温から液体窒素(LN₂)温度までの高温側温度ループとLN₂温度から液体He(LHe)温度までの低温側温度ループである。

この2つの温度ループを構成している代表的な冷却機の系統図をFig. 1に示す。同図において、前者の温度ループは第1熱交換器とLN₂熱交換器であり、後者の温度ループは第2熱交換器とLHe熱交換器である。

冷却機内で発生する流体の温度振動の発生を議論す

Fig. 1 An example of refrigeration system.

る場合、第2熱交換器とLHe熱交換器で構成する低温側温度ループが重要な意味をもつ。なぜならば、流体の温度振幅が1Kであるとする、LN₂温度では温度変化率は1.25%にしかならないが、LHe温度でのそれは23.8%にもなり、温度振動の冷却機に与える影響が大きいためである。したがって以後本論文では、低温側温度ループ内で発生する温度振動について議論を進める。

3. 熱交換器の伝達関数

低温側温度ループ内で発生する流体温度の振動は、熱交換器の組み合わせにより生じる現象であり、Fig. 1に示した冷却系においては、LHe熱交換器と第2熱交換器とで構成する極低温側温度ループにより発生する。すなわち、第2熱交換器点aのガス温度が何かの理由で上昇すると、この温度上昇 ΔT_a はLHe熱交換器内の液体Heの蒸発量を増す。この量を $\Delta \dot{m}$ とすれば、 $\Delta \dot{m}$ は第2熱交換器を介して再び点aの温度を変えるため $\Delta \dot{m}$ が変化して、温度振動が発生するのである。この機構を伝達関数表示すると、次のようになる。点aの温度上昇 ΔT_a が液体Heの蒸発量増加 $\Delta \dot{m}$ に及ぼす影響を $G_{Tm}(s)$ と表現し、 $\Delta \dot{m}$ が点aの温度に及ぼす影響を $G_{mT}(s)$ と表現すれば、低温側温度ループは次式で表わせる。

$$G_{Tm}(s) \cdot G_{mT}(s) = 1 \quad (1)$$

ここに $G_{Tm}(s)$ 、 $G_{mT}(s)$ は熱交換器の伝達関数であり、以後詳しく計算し、求めてみる。

3.1 $G_{Tm}(s)$ の計算

$G_{Tm}(s)$ は、点aの温度、つまりLHe熱交換器高压側入口温度の上昇が、液体Heの蒸発量をどの程度増加させるかを表わす式であるから、液体He熱交換器の動特性を表わしている。

液体He熱交換器の特性は次式で表わせる。

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = -Cu \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha_{he}(T_{he} - T) \quad (2)$$

ここに T 、 C はLHe熱交換器高压側ガス温度及び、単位長当りのガス熱容量、 u は高压側ガス流速、 α_{he} は液体Heと高压側ガスとの伝熱系数、 T_{he} はLHe温度である。高压側入口温度が ΔT_a だけ上昇した場合、高压側任意の点 x の温度上昇は次のようになる。

$$\Delta T(s, x) = \frac{\Delta T_a}{s} \exp\left(-\frac{s + \alpha_{he}/C}{u} x\right) \quad (3)$$

ここに s はラプラス演算子である。

(3)式から単位長当りの液体Heへの熱侵入増加 Δq は

$$\Delta q = \alpha_{he} \Delta T = \frac{\alpha_{he} \Delta T_a}{s} \exp\left(-\frac{s + \alpha_{he}/C}{u} x\right) \quad (4)$$

となる。

液体Heに入った全熱量増加 ΔQ は Δq を全長にわたり積分すれば良いから

$$\Delta Q = \int_0^L \Delta q dx = \frac{\Delta T_a}{s} \left(-\frac{\alpha_{he} u}{s + \alpha_{he}/C} \right) \left[\exp\left(-\frac{s + \alpha_{he}/C}{u} L\right) - 1 \right] \quad (5)$$

となる。

ここに L は液体He(LHe)熱交換器の熱交換長である。

一般のLHe熱交換器は(5)式の $\alpha_{he}L/Cu$ の値が200程度になるため s (ラプラス演算子)のあらゆる値に対して $\exp\left(-\frac{s + \alpha_{he}/C}{u} L\right) \rightarrow 0$ が成立する。つまり(5)式は

$$\Delta Q = \frac{\Delta T_a}{s} \cdot \frac{\alpha_{he} u}{s + \alpha_{he}/C} \quad (6)$$

となる。したがってLHeの蒸発潜熱を λ^* とすれば、LHe熱交換器の入口温度上昇に対する蒸発He量増加を与える伝達関数は次のように表わせる。

$$G_{Tm}(s) = \frac{\alpha_{he} u / \lambda^*}{s + \alpha_{he}/C} \quad (7)$$

さらにLHe熱交換器高压側管内容積を V_{he} 、ガス密度を ρ_{he} 、そのときの流量を $\dot{m}$ 、ガス定圧比熱を C_p とすれば(7)式は次のように表わすことができる。

$$G_{Tm} = \frac{C_p \dot{m}^2}{\lambda^* \rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}} \quad (8)$$

$$s + \left(\frac{\dot{m}}{\rho_{he} V_{he}} \right) \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}}$$

ただし ϕ_{he} は LHe 熱交換器のエントルピー効率を表す。

3.2 $G_{mT}(s)$ の計算

$G_{mT}(s)$ は、蒸発 He ガス増加が Fig. 1 の点 a のガス温度をどのように変えるかを表す第 2 交換器動特性伝達関数である。第 2 熱交換器の特性は、高圧及び低圧ガス流速を u_1 , u_2 , また低温端位置を $x=0$ とすると、次式で表わすことができる⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} &= C_1 u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + \beta (T_2 - T_1) \\ C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} &= -C_2 u_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + \beta (T_1 - T_2) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに T_1 , T_2 は高圧及び低圧側ガス温度, C_1 , C_2 は高圧及び低圧側ガス熱容量, β は高圧, 低圧間のガス伝熱係数である。

仮に低圧側ガス流速が, LHe の蒸発量増加によって $t=0$ の瞬間に u_2 から $u_2 + \Delta u_2$ に変わったとき, 高圧側冷端温度 (Fig. 1 の点 a のガス温度) は次式のように求まる⁶⁾。

$$\Delta T_1(0, s) = -\frac{\beta G \Delta u_2 / C_1}{s^2 (s + \beta / C_1 + \beta / C_2)} \quad (10)$$

ここに s はラプラス演算子であり, G は $\partial T_2 / \partial x$ すなわち定常状態における低圧側温度勾配の値であり,

$$G \doteq \frac{T_H - T_L}{l} \quad (11)$$

と近似できる。ここに T_H , T_L は定常状態における低圧側高温, 低温端温度であり, l は熱交換長である。

第 2 熱交換器の高圧及び低圧側内容積を V_1 , V_2 , 密度を ρ_1 , ρ_2 とし, ガス定圧比熱を C_{p1} , C_{p2} とすると, (10) 式から流量増加 $\Delta \dot{m}$ に対する高圧側冷端温度の変化を与える伝達関数は次のように求まる。

$$G_{mT}(s) = \frac{-\frac{\beta l^2}{C_{p1} V_1 V_2 \rho_1 \rho_2} G}{s \left[s + \beta l \left(\frac{1}{C_{p1} V_1 \rho_1} + \frac{1}{C_{p2} V_2 \rho_2} \right) \right]} \quad (12)$$

4. 低温側温度ループ内の振動解の存在

低温側温度ループは (1) 式で表わせるので (8), (12) 式で表わせる $G_{mT}(s)$, $G_{Tm}(s)$ を (1) 式に代入すると, 次に示す s の多項式を得る。

$$s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad (13)$$

$$a_2 = \frac{C_p \dot{m}^2}{\lambda^* \rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}} + \beta l \left(\frac{1}{C_{p1} V_1 \rho_1} + \frac{1}{C_{p2} V_2 \rho_2} \right)$$

$$a_1 = \frac{C_{p2} \beta l \dot{m}^2}{\lambda^* \rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}} \cdot \left(\frac{1}{C_{p1} V_1 \rho_1} + \frac{1}{C_{p2} V_2 \rho_2} \right)$$

$$a_0 = \frac{C_{p2} \beta l^2 G}{C_{p1} V_1 \rho_1 V_2 \rho_2} \cdot \frac{\dot{m}^2}{\lambda^* \rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}}$$

(13) 式で示される s の多項式を $f(s)$ と定義すれば

$$f(s) = s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \quad (14)$$

s に対する $f(s)$ の軌跡は Fig. 2 に示すとおりである。

a_2 , a_1 , a_0 はすべて正の値であるから, 同図に示すように $f(s)$ の極大, 極小を与える s を s_{max} , s_{min} とすると,

$$\left. \begin{aligned} s_{max} &= \frac{1}{6} \left\{ -2a_2 - \sqrt{4a_2^2 - 12a_1} \right\} \\ s_{min} &= \frac{1}{6} \left\{ -2a_2 + \sqrt{4a_2^2 - 12a_1} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となり s_{min} , s_{max} の実数部は必ず負となる。また同図より, 振動解は $f(s_{min}) > 0$ のときに存在することがわかる。一般的な冷却系では (13) 式の a_2 の第 2 項は第 1 項より大きく, Fig. 2 に示すように次の不等式が成立する。

$$f(s_{min}) \leq f \left(-\frac{1}{2\rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}} \right) \quad (16)$$

$$f \left(-\frac{1}{2\rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{\dot{m}}{\rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{\dot{m}}{\rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}} - \beta l \left(\frac{1}{C_{p1} \rho_1 V_1} + \frac{1}{C_{p2} \rho_2 V_2} \right) \right\} + \frac{\beta l^2 G}{C_{p1} \rho_1 V_1 \rho_2 V_2} \cdot \frac{C_p \dot{m}}{\lambda^* \rho_{he} V_{he}} \ln \frac{\phi_{he}}{1 - \phi_{he}}$$

振動解が存在する場合は,

Fig. 2 Root locus chart.

$$f\left(-\frac{1}{2\rho_{\text{he}}V_{\text{he}}}\ln\frac{\phi_{\text{he}}}{1-\phi_{\text{he}}}\right)>0 \tag{17}$$

が成立するから、この式から流量に関する次式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{m}>\dot{m}^*= & \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_{\text{he}}V_{\text{he}}}\ln\frac{\phi_{\text{he}}}{1-\phi_{\text{he}}}\right)^2\left\{4\left(\frac{1}{C_{p1}V_1\rho_1}\right.\right.} \\ & +\left.\left.\frac{1}{C_{p2}V_2\rho_2}\right)\frac{1}{\rho_{\text{he}}V_{\text{he}}}\ln\frac{\phi_{\text{he}}}{1-\phi_{\text{he}}}-\frac{C_p\beta l}{\lambda^*C_{p1}V_1\rho_1V_2\rho_2}\right.} \\ & \left.\times(T_H-T_L)\right\} \end{aligned} \tag{18}$$

(18)式から、振動は流量 $\dot{m}$ が $\dot{m}^*$ 以上になったときに発生することがわかる。

つまり、大型の冷却機では流量が $\dot{m}^*$ 以上となり、振動が発生しやすいことになる。また、振動を防止するためには $\dot{m}^*$ をできる限り大きくすれば良く、これを実現するためには、 (T_H-T_L) を小さくすること、つまり第2熱交換器の高温側と低温側の温度差をできる限り小さくすれば良いことがわかる。

5. 実験

実験装置は Fig. 1 に示した系統であり、各熱交換器の容量を Table 1 に示す。冷却機には熱負荷として、銅製の内径 5 mm、外径 8 mm、長さ 100m のテスト管が接続されている。テスト管は Fig. 3 に示すような戻り寒冷を利用した内部熱シールド板、および LN₂ で冷却された外部熱シールド板により覆われており、極力熱侵入を小さくしている。テスト管には 5 ケのゲルマニウム (Ge) 温度計と、4 ケの圧力計がそれぞれ等間隔に配置されている。

実験方法は、まず Fig. 1 のバルブ V_1 のみを開にして冷却機に LN₂ を注入し、テスト管温度が LN₂ 温度に飽和するのをまつ。

テスト管を LN₂ で予冷したときの温度変化の代表

Table 1 Data of heat exchangers.

No. 1 heat exchanger	$V_H=3,400\text{cm}^3$	$V_L=10,000\text{cm}^3$
No. 2 heat exchanger	$V_H=1,300\text{cm}^3$	$\rho_H=6.8\times10^{-3}(\text{g}/\text{cm}^3)$
	$V_L=1,100\text{cm}^3$	$\rho_L=0.68\times10^{-4}(\text{g}/\text{cm}^3)$
	$L=22\text{m}$	$\beta=3.61\text{ W}/\text{km}^{\circ}\text{K}$
LHe heat exchanger	$V_H=100\text{cm}^3$	$\rho_H=0.13\text{ g}/\text{cm}^3$
	$l=527\text{cm}$	$\phi_{\text{he}}=0.98^*$

V_H ...content of high pressure pipe in heat exchanger

V_L ...content of low pressure pipe in heat exchanger

* β, ϕ_{he} ...presumed value by paper 5)

Fig. 3 Construction of heat load.

Fig. 4 An example of LN₂ cooling.

的な例を Fig. 4 に示す。同図に示す例は流量が 25 Nm³/h、圧力が 9 kg/cm² のときであり、LN₂ を注入してから約100分後に予冷が終っている。

LN₂ による予冷が終了後、バルブ V_1 とともに V_2 を開にして、液体 He (LHe) による冷却を開始する。LHe 冷却を行った場合のテスト管温度変化の一例を Fig. 5 に示す。この例はテスト管入口圧力が 18kg/cm² の場合で、安定に冷却が行えたときのものである。

しかし、LHe 冷却を行う際には、テスト管入口温度が20K以下になると、種々の振動

Fig. 5 An example of LHe cooling.

Fig. 6 An example of thermal acoustic oscillation.

が観測された。

Fig. 6 は、圧力が 4.1 kg/cm^2 、流量が $45.6 \text{ Nm}^3/\text{h}$ のときに観測された振動であり、Gel 温度計の指示値である。

この振動の特徴は、振動が発生すると 5 ケ所の温度計に同時に観測され、振動周期が 3.1 秒と短いことであった。

したがってこの振動は、超臨界 He の不安定性に起因する音響振動であると考えられる。ちなみに音響振動の理論解析¹⁾によりその周期を求めると秒となり、

Fig. 7 An example of mass flow oscillation.

理論値と実験値が一致している。

Fig. 7 は圧力が 15 kg/cm^2 以下になると観測された流量振動の観測例である。同図の例は圧力が 7.0 kg/cm^2 のときのものであり、周期は 300 秒である。この周期 T_0 はガス流速を V 、入口出口バルブ間距離を L とすると、

$$T_0 = \frac{2L}{V} \quad (19)$$

の関係があり、流量振動は温度密度波型の振動であることがわかっている⁸⁾。すなわち、この振動は何らかの理由で流量が増加すると、テスト管温度が以前より下り、超臨界 He の密度が増加し、この高密度超臨界 He が下流にある出口バルブに達すると、出口バルブを通過するガス流量が増加するため、バルブ内発生差圧が増加して、テスト管を流れる流量が減少する。しかし、流量が減少するとテスト管温度は上昇し、バルブ内発生差圧が減少するため、再び流量が増加しはじめ、振動が持続するのである。詳しくは文献⁸⁾を参照して欲しい。

また Fig. 7 を注意深く観測すると、温度波形において、温度が下った時点で周期の短い振動が見られる。

この短周期温度振動が、前節の解析で予想した熱交換器を介して生じる温度振動なのである。この温度振動は流量振動がわずかでも生じると、Fig. 8 および Fig. 9 に示したように観測された。

Fig. 8 An example of thermal oscillation caused by coupling of heat exchangers.

Fig. 9 An example of thermal oscillation caused by coupling of heat exchangers.

この温度振動の特徴は、超臨界 He の不安定性に起因する音響振動のように、5ヶ所の温度計に同時に現われるのではなく、Fig. 8および Fig. 9 に示すように温度波形は流速によって下流に移動していることである。つまり、この温度振動はテスト管にガスが入る以前の上流側にある冷却機内で発生していることがわかる。

観測された熱交換器を介して生じる温度振動について、振動周期 T と流量 $\dot{m}$ の関係を示したものが Fig. 10 である。同図において破線は Table 1 の第2熱交換器、LHe 熱交換器の容量を基にして、前節でのべた理論式から求めた計算値である。同図より明らかに、実験値と計算値は流量が多いときは良く一致しているが、流量が減少するに従って差が大きくなっている。この原因は理論計算を行う際に、第2熱交換器内の平均温度を直線近似で行ったためと考えられる。つまり流量が多いときは、熱交内温度分布が直線

Fig. 10 Relation between oscillation period and mass flow.

的になるが、流量が少なくなると温度分布が指数関数的になるため計算精度が悪くなるためである。

6. 検 討

前節までに述べたように、冷却機の構成上熱交換器を介して発生する温度振動解が存在し得るわけで、流量振動のように流量が変動すると、これが原因となって温度振動として観測できるのである。

これまで、この温度振動に関してはあまり議論されていなかったが、その理由は Fig. 1 に示すような代表的な冷却系では、振動解析を行った際に示した根一軌跡曲線 (Fig. 2) より明らかなように、 $a_0 > 0$, $\text{Real}(s_{\min}, s_{\max}) < 0$ が成立するため振動は安定であり、流量振動のような周期的な流量変化がないと、バルブ操作直後に発生するだけで直ちに減衰してしまい観測されにくかったためである。

しかし、冷却系が大型化して、たとえば内部強制冷却中空超電導線を用いた大型超電導マグネットや、超電導送電ケーブルのような大型の長尺冷却管が熱負荷となると、流量振動が発生し、この振動によって熱交換器を介する温度振動が誘発されやすくなる。

本論文では、Fig. 1 に示した冷却系の LHe 熱交換器と第2熱交換器を介して発生する温度振動の解析を行い振動が安定であることを示したけれども、LHe 寒

冷をできる限り有効に利用しようとして、冷却機の低温側ループを複雑にすると、場合によっては不安定振動解が出現する可能性がある。仮に不安定温度振動が発生すると、温度、圧力が制御できなくなるとか、冷却特性が低下するなどの問題が生じるため、冷却系の設計の際には熱交換器の動特性を求め、不安定根が存在しないことを確認する必要がある。

また、本論文における解析は、第2熱交換器の動特性を集中定数系微分方程式で表わせるという仮定に基づいてきた。しかし、第2熱交換器 (J - T 熱交換器) 内の超臨界 He の物性値は、温度、圧力の変化に対し大幅に変化することが知られており、物性値の変化が温度振動に与える影響も無視できないと考えられる。

今後の研究課題として物性値の変化を考慮した、より正確な振動特性を求めるために計算機による数値解法を行う必要がある。

参 考 文 献

- 1) R.S. Thurston et al. : Advance in Cryogenic Engineering (1966)
- 2) G. Yadigaroglu et al. : ASME (1972) 189
- 3) Hands : Cryogenics (1974) 179
- 4) V.E. Keilin et al. : Cryogenics (1975) 332
- 5) 伝熱工学資料 : 日本機械学会
- 6) 玉田 : 低温工学, Vol. 10, No. 6 (1975)
- 7) 玉田, 佐藤, 富山, 十合 : 低温工学, Vol. 11, No. 3 (1976)
- 8) 玉田, 富山 : 電気学会53年5月号B分冊