極低温冷媒中の振動現象（その1）

富山 朔太郎・玉田 紀治

電子技術総合研究所極限技術部 茨城県新治郡桜村 1-1-4

(1979年9月7日受理)

Oscillatory Phenomena in very Low Temperature Cooling Media—Part 1

Sakutaro TOMIYAMA and Noriharu TAMADA

Advanced Technology Division, Electrotechnical Laboratory
1-1-4 Umezono, Sakura-mura, Niihari-gun, Ibaraki

(Received September 7, 1979)

Synopsis :

The types of the oscillations of very low temperature circulation systems are reviewed.

Despite the considerable success of the techniques which were developed in '60s to analyse the dynamical and transient behaviors of cryogenic systems, the incompetence thereof to predict exactly the modes of oscillations and instabilities of the He systems operated around the critical point now becomes gradually apparent. The chief aim of this review is to clarify where they fail and suggest how we can save them.

The evidences which show the abnormally swift diffusion of enthalpy along supercritical He channels are presented. The relationship between oscillation modes and inhomogeneities of temperature, density and velocity of He coolant is stressed.

1. はじめに

この稿では極低温冷媒の臨界点附近の振動現象について、最近の解析結果に私見をおりまぜて述べてみたい。もっとも話の中心は冷媒としての超臨界ヘリウムであり、実用上の意味からすれば、表題に対して、ややバランスを失っているかもしれない。現在の技術に重点をおけば、低温流体中の振動は、まず LNG、液体窒素、液体酸素、そして、我が国においても宇宙開発と関連してようやく日程にのぼってきた液体水素の、それも二相領域のものをまず扱ねばならなかった。これらの依然として魅力的な課題が除外された理由は、筆者が超臨界ヘリウムによる超電導送電線の冷却という研究に従事しており、そこでは、臨界点近傍のヘリウムという、やや特異な冷媒の循環冷却ループ内での不安定性がもたらす問題になるからである。研究上の興味からすれば、物性値またはその微係数の不連続な

変化が必ずしも見られない超臨界相の中で、振動の適当なモデルをたてることは、まだ完全には解決したとは言えない課題であるし、これに対応する測定手段を洗練することもぜひやらねばならない（物性値またはその微係数の不連続的な変化がある状況下で物理的な意味が明確な振動のモデルを作ることは比較的容易である——このことは後にもう一度触れる）。

本稿で述べようとする振動の原因に関する仮説や、現象の解釈のうちのあるものは、まだ精々ほのめかしの段階にある。臨界点附近の冷媒の動特性の理解は、数年前、例えば Zuber のレヴュー¹⁾以来、それ程進歩している訳ではなく、完全な展望が開けるまでには、まだまだ一見理屈に合わないデータを積み上げる必要がありそうである。しかし、振動の分類、整理が一応おこなわれ、これに対する対症療法が提示されている現在、振動の原因に関する、より以上の詮索は、純粹の研究上の興味に出るものであって、当面実用上の目

的にって裏づけられることはなさそうである。このような局面に変化がおけるとすれば、超臨界ヘリウムまたは水素の大量、遠距離輸送という技術上の新たな要請が、さしせまったものとなる時点においてであろう。

極低温における振動は、まず常温あるいは、より高温の熱機関、伝熱装置における振動、すなわち、周囲から温められたダクト、またはこれからなる熱交換器を含んだループの中の振動と類似したものとしてたちあられ、把握された。極低温配管には、常に周囲から熱侵入があるから、このアナロジーは当然のものである。また、振動の発生の基本的な条件として、流体の流路に沿う物性値の変化が大きいこと（これも臨界点附近が注目される理由の一つである）、ループの存在が必ずしも必要でないこと（溜めから流下する流体が自然に振動をおこす—simple blow down）、が研究の当初から知られていた。現象として真剣に問題とされたのはまず液体燃料ロケットの液体酸素の配管まわりにおこる振動であった。もちろん、液面計、圧力計配管、ヘリウムのトランスファチューブ等でおこる振動は、それ以前にも知られていたのであるが、ことが定量的検討の対象にはなっていなかった。この酸素配管の振動の解析を行い対策を講じたのは、主に低温屋ではなく、原子炉や燃焼装置の振動を扱ったことのある技術者達であった。実際、現在用いられている極低温系の振動解析の道具立ては、大体60年代後半にGE社の研究グループによって作られた。その後、このグループは、Friedly がロチェスター大学に移ったのをはじめちりぢりになった。

2. 臨界点近傍の持つ意味

振動が超臨界ヘリウム・ループ運転の上で大きな問題になるだろうという予測は以前から存在していたのであるが、いくつかの大規模ループ（D.C. マグネット、A.C. マグネット、送電線モデル）が支障なく動いている現状を見ると、このような心配は全くの杞憂だったのではない、という気分が次第に広がり出しているように感じられる。設計の選択によっては、超臨界ヘリウムが大規模システムの素材として、特に恐いものではない、という意味で、このような楽観的な気分は、技術のあるべき方向に沿っているといえよう。しかし、もちろん、振動が現象として存在しなくなった訳ではない。極低温冷媒の振動によって引きおこされた冷凍系のトラブルは、1) 機械的振動として、

2) 予想以上の熱侵入として、3) 冷却効率の低下として現れるのであるが、冷凍機器にこのような不都合が見られても保冷措置、熱交の追加、チェック・バルブの追加等の手段によってその都度処理されており、致命的な失敗として公表されることはめったにない。振動が真剣な議論、検討の対象となるのは、容易に作り代えのきかない超大型システムか、容量、効率などの点でぎりぎりの性能が要求される特殊な用途（例えば宇宙ロケット用の液体水素システム）に限られている。ヘリウム循環ループが数多く、種々のデザインで用いられるようになれば、振動に悩まされる事例も否応なしに増加するであろうが、少くとも亜臨界域では、米国の液体水素ロケットで蓄積された経験が、ヘリウムに対しても有効であって、対症療法に事欠かないだろうことは水素とヘリウムの物性値の類似からみても容易に想像できる。

では、超臨界域の特殊性とは何か。まず、動特性を議論する際には、超臨界相はしばしば、亜臨界相と同じように、二相共存を仮定することで旨く処理される場合が多い。ただし、共存のしかたは、統計的な分布の程度で済まされている。この処理は、一面実測に基づくものであるが、他方、振動の理論的処理を容易にするものであることは前に触れた。

二相分離で表現される平衡状態からのずれの緩和速度が、臨界点からかなりはずれた所でも実用的な問題になる程、十分に小さいかどうかは、疑問が残るところである。従って、このような別の相の“島”が単なる統計的なゆらぎの結果によるものではなく、動的な過程においてエネルギーの散逸速度に支配される散逸構造ではないか、という推測が生じる。この点についても節を改めて後に触れる。

超臨界相の次の重要な特性は、その種々の物性値の温度依存性の大きさ、圧縮性の大きさである。つまり超臨界相が長い管路を流下する際に、経路に沿った物性値の変化が大きく、大きな加速効果を生じる。このため、管路内の熱伝達特性が一様でなくなり、振動を含めた不安定性を生じ易くなる。この効果によって、同時に、最深部の熱交換器の特性が外部擾乱に対して敏感になり、極めて遅い緩和や、不十分な熱交換率を誘発する。また圧縮性が高いため、簡単に後に述べる密度振動が生じる。

3. 振動が生じる条件

先に述べた高温の熱機関と熱侵入を受けている低温

の配管のアナロジーを少し詳しく調べてみたい。熱侵入の存在だけが振動発生^の充分条件ではない。冷媒を熱機関の作業流体とみなせば、高温熱源、低温の熱のシンク、適当な数の過程と時間遅れ、そして粘性損を上まわる、外力とみなせる熱流入があれば、振動は維持増幅される。ここで過程^と時間遅れ^は、作業流体は、振動が維持されている状態では管壁から熱を受け取りそれに見合う仕事を外部に対してしているのであるが、そのためには P-V 平面で有限の面積を囲む軌跡を描ねばならない。そのためには、一箇のサイクルは少なくとも三つの部分過程から成り立っていなければならない。その各々について作業流体と低温の熱シンクとの接触の仕方が異なっていなければならない(図1)。また、時間遅れに関していうと、二つの熱的に緩く結合した系と相互のエネルギーのやりとりに関係した二

つの時定数または緩和時間から振動が構成できることを指摘すればよいであろう。緩和時間から振動が導かれるとは一見奇妙であるが、これは次の式からの当然の帰結である。

$$\begin{cases} \partial y / \partial t = f(x(t - \tau_1)) = f(x - \frac{\partial x}{\partial t} \tau_1 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \tau_1^2 - \dots) \\ \partial x / \partial t = g(y(t - \tau_2)) = g(y - \frac{\partial y}{\partial t} \tau_2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tau_2^2 - \dots) \end{cases}$$

上式最右辺の展開から振動項が得られることはただちに判る。ただ直結した熱的な系(例えば熱交換器の中の対向流)では、右辺の展開の形が同じで $\tau_1 = \tau_2$ であるから、振動項は派生しない。熱交換器を介した振動では一方から他方への影響が他の機器を経由して別の時定数で戻ってくればよいのであって、そのためには右辺のいずれかに、例えば変化する質量流量の項があるとすれば充分である。

では、外力とみなせる熱流入とは何か。外力とは振動の方程式の右辺にある励振項に相当するものである。例として内部に流体を含む管内に音波の定在波が立っている場合を考えよう。外壁からの熱侵入は表面層の密度の関数となるが、これにより時間的、空間的に変化する項によって問題の定在波が励振されることがあるだろうか。もし流れが無視できるとすれば、熱侵入はローカルな振動のパラメタ ΔT の関数、または精々 ΔT とその時間微分の関数となるだけであるから、これは全て振動の方程式の左辺に繰り込まれ励振項とはなり得ない。つまり、熱流入が振動を助長する外力であるためには、管に沿って流れがあり、温度勾配があるか、または、ヘルムホルツ型振動の場合のように流体の機械的慣性が無視できない場合に限られるとしてよい。ただし、これは充分条件ではないのであって、このように一応外力と見なせる熱侵入の中に振動数に対応するスペクトル項が存在していることが更に必要である。このような特定の ω で代表されるスペクトル成分を構成するためには、 l/c (c は音速、 l は管長)、 l/v (v は流速)、更に先に述べた種々の緩和時定数 Γ に依存した機構が熱流入に関連しているとしなければならない。

ここに述べた種々の振動の構成要因を表1に整理した。既知の全ての振動は、この適当な組合わせとして理解できる。例えば密度波振動は、侵入熱を液体溜めに、流体を経由して捨てることで成り立っており、その過程は、 l/v 、 l/c の二つの時定数で代表される時間遅れに依存している。また我々が既に記述している熱

図1 a) 振動中に冷媒の描くループ
b) “鞘”と“芯”の振動の模型

表 1 振動の要因の分類

高温源
◦ 管壁からの侵入熱
◦ 熱交換器高温端からの侵入熱
◦ 高温端流体溜め
低温熱シンク
◦ 低温端流体溜め、液溜め
◦ 管断面内の芯の部分
時間遅れまたは部分過程
◦ 流体の運動慣性、壁との不完全な熱接触
◦ 熱伝導
◦ 流れ ($\tau=l/v$)
◦ 音波 ($\tau=l/c$)
◦ スリップ・フロー
媒体
◦ 流体
◦ 管壁
◦ 中間熱溜め
◦ 音波の媒体

交換器を介した低温ループの振動¹⁸⁾は、熱交換器高温端からの侵入熱を、熱交換器からループを介して液体ヘリウム溜めに捨てており、その際熱交換器の伝熱、ループ中の冷媒の滞在、液溜めの蒸発の三つの時定数が時間遅れに関与している。

振動の過程を決定しているものが二箇以上の時間遅れ因子であるときには、これをフィード・バック経路と考えてもよい。上記の密度波振動では、流速に乗った経路と音速に乗った経路がループを作っていることになる (forward transfer function, backward transfer function)。

半無限の冷媒流管に管壁から熱侵入があるものとし、他の接続された部品の影響が無視できるものとすれば、どんな型の振動が期待できるだろうか。管断面の鞘の部分を作業流体と見なし、芯を低温の熱シンクと考えると、先に述べたことによりまず管の全長にわたる一様な膨張、収縮のモードは、図1の P-V 面上の三要素からなるループが構成できないから存在しない。次に流速、温度勾配、固有時定数の必要性から、起り得るモードは結局両端のしぼりの効果に起因する音響振動か密度振動の類でしかないことが判る。ただし後に述べる dissipative structure (散逸構造) が独自の緩和定数を持つならば、これと例えば管壁の熱伝導の時定数との組み合わせで振動のモードを作ることが可能かもしれない。

では、音響振動か密度振動で、図1の P-V 面上の軌跡の囲む面積が同図(F)部分の発生する余分な粘性発熱に見合うものであるという条件からは何が期待できるか。これに乱流粘性と乱流熱拡散の間の通常仮定されている密接な関係を援用すると、

$$[\text{粘性損}] \sim \Delta v^2 / C \Delta T \quad [\text{流入熱}]$$

([]内はいずれも単位面積当り)

となるが、ここで Δv は(F)部分の流速と考えて差しつかえない。[]内がほぼ等しい、というのであるから、ヘリウムが作業流体であるとし、 $C \sim 5 \text{ J/g} \cdot \text{K}$ とおくと、 $\Delta T \sim 10^{-3} \text{ K}$ に対して $\Delta v \sim 10^2 \text{ cm/sec}$ 程度ということが判る。このような機構で起る振動 (おそらくは音響振動であろうが) の振幅は、通常の冷媒の流速の値では極めて小さいものであることになる。これは発生した振動の原因の判定に一つの目安を与える。

概していえば、振動の解析手段の開発の現状は、管断面内の流体の物性値の一様性を仮定する限りでは、先にあげた分類の全てにわたって一応満足すべき段階にあるが、スリップや二次流といった流れの中の“構造”との関係はほとんど手がつけられていない。また現在の流体の測定技術は、振動の診断の分野においては充分とはいえないレベルにあるので、発生した振動が確実に分類のどれかに属していて、それ以外のどれにも該当しないという判定が自信をもって下せる状態にはない。従って、上記の“構造”との相互作用が振動の分類の上で重要かどうかは今のところ未解決の問題である。この解説では9節で特にこの構造について触れることにする。

なお、流路方向の物性値の不均一は依然として振動の要件の一つであるのだから(図1(b)のF部分)、臨界、超臨界状態がもっとも振動のおこり易い領域の一つであることは容易に理解できる。極低温部分から常温にのびる直接配管についても同様である。

4. 振動の実例

振動が、大規模な極低温ループを悩ませた一つの例として、Fermi Lab. の Energy Doubler のテスト区間をあげよう。これは全長 120 フィートのセクターであって、過冷却ヘリウム二重管 (末端に膨張弁を有し戻り流路が往路と熱接触をしている) によって、シンクロトロン用のマグネットを冷却しようとしている。このループの冷却は 1975 年に結局成功したのであるが、当初、セクターを収納する円弧状の地下室全体がふるえる程の振動が発生した。振動数から thermal-

acoustic 型であると考えられたが、原因は、極低温部から室温に延びる圧力配管であると推定され、そのつけねに全てチェック・バルブを付けることで振動をおさめることができた²⁾。thermal-acoustic な振動モードは、後に述べるように、膨張弁と局所的な熱源の間の音波による相互作用によって成立するのであるから、このモードの同定は一応うなずける。ただ、チェック・バルブがあまりにも有効に働いたので、詳しい詮索はうちきりになってしまった（ついでながら、このループの初期冷却は一種の black magic である、と担当者はいつている：担当者自身も上司も、この技術に格別の興味がないので、結果は公表されていない）。実在の大型ループで振動が発生すると、まず対症療法が先行してしまう好例である。

二相流ヘリウムのトランスファーチューブの大規模なもので、予想外に輸送効率が悪い場合、フラッシュロスとして片付けられるのが普通であるが、その内には、弁と局所熱侵入の相互作用による振動が主な原因となっているものも含まれているのかもしれない。

Stanford 大学の SLAC の低温装置の責任者である、Steve St. Laurant の言（彼の極低温装置に関する見識は、合衆国西部では最も秀れているという定評があるらしい）によると、この種の輸液管のつぎで問題をおこすのは必ず水平つぎであって、垂直つぎの場合はこれといった事故の例がない、とのことであるが、これも原因が単純なつぎ部分での熱侵入の大きさではなく、これから発生する振動の振幅ではないかと疑わせる一つの論拠になる。

ロケットの液体酸素輸送管に発生した振動は、1960 年代の極低温の振動の基礎研究をうながす動機になったことは先に述べたが、事故の実際例については、発表されていないように思う。

実験室の熱輸送効率の測定を目的とするループにおける振動は、より詳細な解析をうける。このような装置にあっても、システム振動（流速で伝播し、熱交換器を通じてフィードバックがかかる型のものが多い）のあるものはときに装置全体を破壊する程の振幅に成長する。

常温部の閉空間と極低温部分の間の配管を通じておこる Helmholtz 型の振動は、簡単なヘリウム液面計などに利用されているが、金属配管を経由する通常の熱伝導による侵入熱の百倍以上の熱が、この振動によって系内に持ち込まれるといわれている。多少とも系統的な実験は Bannister³⁾によって行なわれているが、

測定結果によると、1 mm 程度の径のステンレス配管によって 1~2W の熱が持ち込まれている。この種の振動の解析は、後で述べるように、集中定数系として簡単に行なえるのであるが、侵入熱量まで予測することは今のところできない。

5. 解析の方法と伝播関数

今までなされた冷凍ループの解析はすべて一次元近似によるものであって、ループ管断面内の不均一を考慮したものはないことは初めにおことわりしておく。

この一次元モデルにたつて問題を解くとき、使える方法は、(i)ループの各要素に振動子特性をわり当て、系の振動特性を求める、(ii)各要素を有限の区間に分割し、同様に振動子特性を割り当て、流路に沿った冷媒物性値の変化の動的な効果を取り入れられるようにする、(iii)伝播関数を導入する、(iv)管内の流体の時間、位置に依存した動特性を代表する有限箇のパラメータを導入するなどであるが、(iii)はさらに (i)、(ii) に対応して、(iii-A) 要素毎にある程度先験的に関数を割当てる方法、と (iii-B) 要素を有限箇の区間に分割し、冷媒の特性変化を考慮して全系の伝播関数を再構成しようとするもの、などがある。(iii-B) についてより具体的に述べる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{D\rho}{Dt} &= -\rho \frac{\partial U}{\partial x} && \text{(連続)} \\ \rho \frac{D}{Dt} (H + U^2/2) &= \frac{qP}{A} + \frac{\partial p}{\partial t} \text{(エネルギー)} \\ \rho \frac{DU}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{pfU^2P}{2R} \text{(運動量)} \end{aligned} \right\} (1)$$

($\frac{D}{Dt}$ は、流体に固定された座標系での微分、 P は管の周長、 A は管の断面積、 R は管の代表径)

図 2 は Jones のとつた方式であるが⁴⁾、(1)式の中で冷媒の圧縮性を無視すると、運動量の式と、エネルギー、連続の式が独立となり図 2 の方式が成り立つ、という訳である。図 2 は伝播関数の構成方法として極めて直観的に納得できる形をしているが、残念なことに、この方式から全系の解析的な特性が得られるのは、

図 2 密度振動の擾乱伝播の解析方式

限られた場合についてだけであり、非圧縮性の仮定を取り去れば、区間分割に対応する数だけの高次連立方程式を解く必要が生じる。

(iv)は、冷媒の物性値の管内での変化が余り大きいと問題が生じるが、簡単に解析解が得られる利点がある⁵⁾。ただし複雑な状況を扱おうとすれば、パラメータの数が増し、解の形式が直観的ではなくなる。強いといえば(iv)は冷媒の特性が単純で系の構成が複雑である場合に適していることになる。

ここでは伝播関数による方法について、少し詳しく見てみることにする。

伝播関数 $G(s)$ (s は、時間 t のラプラス変換) は、化学反応、熱の授受を伴うループの動特性、遷移特性の解析に重要な役割を果たしている。これは、ループの一部分の端部における擾乱 $U(s, x_1)$ と、出力 $W(s, x_1)$ の比として、一般的に定義されている。 $G(s)$ を問題の区間で求めることは、系の挙動を表す偏微分方程式の一般解析を求めることと等価であり、既知の入力に対する応答は、 $G(s)$ の分数展開式によって求められる*。また、いくつかの要素区間から成る系の遷移特性は、それぞれの $G(s)$ を合成することによって求められる。

*Friedlyの教科書の例をひく。末端に弁がある圧力伝達管の $G(s)$ を考えると、方程式は、変形によって、

$$\frac{dv}{dz} = -\frac{1}{v_s^2} s p$$

$$s v = -\frac{dp}{dz} \quad (v_s \text{ は音速})$$

となる。境界条件は、 $z=0$ で $p=0$ 、 $z=1$ で $v=k$ ($p-p_2$)、である。 $(p_2$ は弁より下流の圧力)。

p_2 から $v(0, s)$ への伝播関数は

$$\frac{v(0, s)}{p_2(s)} = G(s) = \frac{-k}{\cos hs/v_s + k v_s \sin hs/v_s}$$

となり、時間的な応答は右辺分母の因数分解によって得られるが、この場合には、根が

$$\lambda_j = \frac{v_s}{2} \ln \left(\frac{k v_s - 1}{p v_s + 1} \right) \pm i j \pi v_s \quad \text{但し } k v_s > 1$$

と、全て解析的に解けるので、パルス入力に対する時間的な応答は、

$$G(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{-k v_s}{1 - k^2 v_s^2} \frac{e^{\lambda_j t}}{\sin h \lambda_j / v_s}$$

$$= -\frac{k v_s}{1 + k v_s} \left| \frac{k v_s - 1}{k v_s + 1} \right| - (v_s t - 1) / 2$$

$$\times (1 + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \cos j \pi t v_s)$$

と求められる⁶⁾。

区間内で偏微分方程式の解を求めるためには、外部から与える擾乱の分をも含めて、境界条件が確定していなければならない。

よく知られているように、管壁からの熱流のある流れの式は、三次の双曲型の偏微分方程式に帰着し、解には、三種の特性速度が現れる⁷⁾。この型の問題に対する $G(s)$ は、一般には極を持たず、自励振動は起こさない。

上記の流管の中に発生する振動は、伝播関数によって、どのように表現されるであろうか。まず、管に沿った冷媒の物性値の変化が無視できる場合には、振動が起るためには、出口 (または入口) の制約条件が固有振動の唯一の原因になる。この間の事情は Friedly のガス流管の振動解析に好く表現されており⁷⁾、 $G(w)$ の形は、端的には、三種の流れの両端のしぼり箇所からの多重反射で記述される。このような末端部の拘束条件が重要であるケースの極端な場合として、流管部が一体となって振動する Helmholtz 型 (後述) では、端部拘束箇所の粘性抵抗が negative resistance を示すことが、振動成長の充分条件であることが知られている⁸⁾。

6. 振動の分類

Jones の最近の論文⁹⁾に従って、低温部の振動を分類してみると次のようになる (種類の数是人によって異なり、現に Jones も別の論文では六種に分類している¹⁰⁾。

- 1) 密度波振動
- 2) 音波振動
- 3) Helmholtz 型振動

この内、1)は、入口オリフィス付近で発生した圧力変動によって生じた密度変動が流速によって流下し、出口オリフィスで再び圧力変動を生じる。これが音速で入口までもどり、さらに密度変動に転換する、という型のフィードバック経路によって成立している。この説明から明らかなように、このモデルは流体の圧縮性を無視しており、上流への音波による影響は、単に出口オリフィスから出るものに限られている。振動の周期は、ほぼ流れが管部を通過する時間に等しくなる。

2)は、配管のしぼりの間に成立する定在波に起因する。これが振動の源になるためには、熱侵入 (局所的) もまた、増減をくり返し、これがその場所での圧力の上下と位相が合っていないなければならない。振動の周期は、音波が管のしぼりの間を往復するに要する時間に

なる。熱侵入の増減のための機構はいくつか考えられているが、例えば、熱流束の量が境界層の厚さに依存しており、厚さが圧力によって増減するとすればよい。この種の現象（圧力による境界層の厚さの変化）は、当然臨界点近傍で顕著である。

3)は、大きな空洞と、negative flow resistanceを示す出口チャンネルによって起る振動で、パネにつながれた大きな質量になぞらえられる。チャンネル流量は空洞圧に位相が合っているけれどもflow resistanceの微分の符号が負であるために、振動をひきおこす。振動数は、例えば

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\gamma p A}{V \int_0^1 \rho dx} \right)^{1/2} \quad (2)$$

で表される。ここでAは管路の断面積、Vは高温側の気体溜めの実効体積、 γ は断熱指数である。

なお、三種類の振動について、振動発生機構と、先に触れた、熱源、部分過程、時間遅れ因子等を、図3に示してある。

低温流管の振動を以上の三種に分類するとき、もち

ろんおちこぼれが生じる。1)についていえば図4のように中間地点からの圧縮性による音波の放射を取り入れるのが本筋である。これは、特にチャンネルの中間での冷媒物性値の変化がはげしく、チャンネル内に実質的なしぼりが生じている場合に妥当する。この作業は部分的には実行可能であって、Jones & Petersonは分割された simple blow down の例（压力容器から加熱されたチャンネルを流下して出口弁で大きな圧力降下～常圧まで～をする）について、圧縮効果を取り入れた場合と取り入れない場合のそれぞれについて ΔP_j , ΔV_j , ΔH_j についての多元連立方程式を解き、 $J(u) \cdot K(u)$ (forward transfer function と feed back transfer function の積) の Nyquist 図形*を描かせ、pole の存在について推測を行っている⁴⁾。特にきつい条件として、中間地点で T・C・T (擬臨界温度曲線)

* ω の関数である loop gain を、 ω -平面上の適当な線に沿って計算し、複素平面上にプロットしたものの。線が点(-1, 0) を囲むかどうかで安定性が判定できる。

図3 振動の三つのモデル

図4 中間からの圧力擾乱の反射

をよぎる、入口温度 $r.5^{\circ}\text{K}$ 、圧力 2.5 気圧についても、圧縮性を無視した近似が、重大な不都合をひきおこさないことを指適している。基本振動数 ($a=2/\tau$, τ : 流体の residence time) において圧縮性を無視しても、ほぼ pole があることが予言できるが、圧縮性をとり入れた計算では、はっきり pole が出ている、といった程度で、基本振動数付近では、ごく粗いグリッドでも、相当な計算精度が得られることが判明した。

基本振動数に対する不安定の判定のためには、この方法は充分に有効であると考えられるが、多少の問題が残っている。実験で得られた振動数が、密度波振動の基本振動数にほぼ一致する例は多いが、ぴったりと合致することはまずない。これは、系が simple blow down ではなく、熱交換器を含んだり、末端の絞り弁の特性が理想化されたものに遠かったりするからであると考えられる（絞り弁の特性のとり方によっては、基本周波数とその通倍波だけではなく、無限に pole が出てくる¹¹⁾）。困った点は、むしろ、この区間分割法が極く一般性があり、他の分類 (2), (3)) に属するものの以外の振動なら、皆扱えるはずであるにもかかわらず、予見された基本周波数から著るしくはずれた振動数がしばしば観測されることにある。その原因として、思い当たるものは、以下のようにいくつかあるが、どれも理論的、実験的な検証を経たものではない。例えば、a) チャンネル中間での温度の極小点、音速の極小点の存在(後述)、b) 階差方程式の限界(二成分系近似が適当する臨界点付近での楕円型方程式の混入の際に問題となる)、c) 準安定状態を含むような大振幅の現象(中間反射による)、d) チャンネル内の閉じたフィードバックループ(中間反射による)、などがあげられる。

この中で、中間反射は、チャンネル中間の冷媒物性値の異常な部分があれば、起りうる。中間で音速の異常があれば、連立微分方程式を変形して、波動方程式

のポテンシャルの井戸にあたるものを作ることができる。井戸の中に定在波ができれば、これに伴う共鳴、異常反射もまた可能である。

2)は、冷媒流管の中で起る振動の中で最も振動数が高い。特に、問題にしているような大規模システムに用いられるであろう熱交換器の熱拡散の時定数に比べて周期が短いから、熱交換器によって増幅される度合が低く、実際上の障害という点では、重要性が低い。また、チャンネルの共鳴モードは無限にある上に、駆動源となる局所熱侵入は、あらかじめ設けたものでなければ、大体位置の同定は難しいから、実在の装置でおこった振動は、振動数が音波モードの領域にある、として細かい解析なしに片づけられる場合が多い。

3)は、先に述べたように、微分流路抵抗が負であるという特定の条件下でのみ起る。この条件は、高温部に空洞がある垂直チャンネルでは充されるから、小型デューワーで好く観測される。ただ要は、この型の振動の成立のためには、チャンネルが二つの部分に分けられ、上・下の部分で流路抵抗のような変動成分に対する係数が逆符号になっていればよい。(速度—速度、圧力—圧力、エンタルピー—速度等、いろいろな組み合わせがあり得る)。流路抵抗については、二流体的な近似があてはまる場合には、比較的容易に導出できるから、長いチャンネルに起る正体不明の振動の中で、実はこのモードに帰着するものも、数多くあるに違いない。

三種類の振動の中に一応分類できるものでも、状況によって別に名前をつけて解析した方が直観的に理解し易い場合もある。pressure drop instability (flow excursion) と呼ばれているものがその例である。こ

図5 “flow excursion”の発生条件：A, Bはチャンネルの特性、C, Dは送り出し側の特性。B, Cの組合せの時に振動が起る。(ref. 12)

れは、チャンネル部分の流量と圧力降下の特性と送り出し側のインピーダンスが図5のような時に発生する。この特徴から明らかなように、この振動は広い意味の Helmholtz 型に分類できるのであるが、超臨界状態のように熱流入のあるチャンネルに沿う物性値の変化が甚しい時、全系統の圧力降下の分配をどのようにすれば、最も振動の危険が少いかという技術的な課題が存在するので独立の研究の対象となり得る。

図5の特性は、二相流の場合に顕著である。二相流の圧力降下は、気相と液相の混合比に敏感で中間の値の所で極大を持つことが知られている。このためある流量値で圧力降下の極小が起るのであるが、この特性が二相流的な超臨界相にも適用できるとすれば、同様な効果が期待できるのである¹²⁾。ただし、ヘリウムについては、二相流についても、超臨界流についても、十分な圧力降下のデータの蓄積がなく、既存の振動のデータから、それが、この型に属するかどうかの判定が確実には行れない。またヘリウムは気相と液相の密度の差が小さいから、二相でも超臨界相でも、この型の振動が重大な事態をひきおこす可能性は小さいとされている。

なお Helmholtz 型振動は、極低温部から常温に延びる計測用配管に沿ってしばしばおこる。この型の振動が起る条件は、前述のように負の微分粘性抵抗であるが、具体的には、管壁の熱伝導係数を使って次のように書かれる¹³⁾;

$$N > X_m / 2l$$

$$N = \left(\frac{PA^2k}{S} \right) \left(\frac{T_1 - T_2}{T_2} \right) \left(\frac{1}{D\omega\pi} \right) \quad (3)$$

(X_m : 振動する冷媒の最大移動距離, l : 熱交換壁の長さ; P : 圧力, A : 管路断面積, T_1, T_2 : 高温及び低温部の温度; D : 粘性係数, ω : 振動数)。

従って振動がわずらわしい場合の改造の指針(管壁の材質, 厚みを変える, 等)はあるのだが、面白いのは、前に紹介した Fermi Lab. の実寸大セクターの超電導化の試験の際に、室温に達する計測管路が原因で発生した振動であって、図6に示したチェック弁を、全ての低温開口部にとり付けたために、極めて安定した運転が可能になったことである。チェック弁の機能自体は、負の粘性抵抗特性を機械的に逆転させるものとして理解できるが、不審なのは限られた容積の常温空間の中の気体の出入口が原因でループの運転に支障をきたすような大振幅の振動が起りうるかどうかである。チャンネル内の冷媒の物性の不均一のような他の

図6 チェック・バルブ (ref. 2)

要因が存在したのではないかと考えられる。

7. 冷凍機側の振動

これまでに述べた振動は主に管路に原因があるものであった。冷凍システムの振動としては、冷凍機自身に原因があるものも、これらに劣らず重要である。

熱交換器を介しておこる冷凍機の振動は図7の三種類に代表されると考えられる。

図7a)は極低温の液体溜めとその上の熱交換器の相互作用によるものであって液体溜めの中の配管は、冷凍負荷に向う直前の冷却のためにある。ここに生じる振動は温度型のもので、図7a)点1に現れた $\Delta T_1 \oplus$ が溜めの液体の蒸発量の増加 $\Delta \dot{m} \oplus$ をひきおこし、これが上の熱交換器を冷却し、 $\Delta T_1 \ominus$ をもたらし、フィードバックループが成立する。この場合の時間遅れ τ は、tube in tube 型の熱交換器なら図7a) 1→3の伝播時間であり、plate fin 型であれば熱交換器の熱容量で決まる。

二番目は、熱負荷からの戻り冷媒が膨張弁を介して液体溜めからの戻りガスと共通の経路で高温側に向う場合である(図7, b))。ここで現れるのは温度振動であり、b)点1に現れた $\Delta T_1 \oplus$ が液体溜めを通り抜け(原理的には液体溜めより上で発生した温度擾乱は全て溜めで吸収されるはずであるが、実際はかなりの部分が溜めを通り抜ける; 十分な液量のある溜めを通り

図 7 冷凍機の振動を起す要素

たガスの温度がたびたびスパイク状の上昇を示すことが観測されている), 負荷をとおり 低圧で 溜めに帰るが, その時溜めにフラッシュ・ロスをおこす。この量によっては $\Delta T_1 \ominus$ が 1 点で再び生じ得る。フラッシュロスを考えに入れなければ, $\Delta T_1 \oplus$ は溜めで減衰し振動は維持されない。遅れ時間は冷媒の負荷中滞留時間と先の熱交の τ の和である。

三番目は膨張機を介したものであって温度型または流量型である(図 7 c)。何らかの原因で膨張機の流量に $\Delta \dot{m}_1 \oplus$ が生じたとする。これは熱交換器 II の点 3 に $\Delta T_3 \oplus$ か $\Delta T_3 \ominus$ をひきおこす ($\oplus$ か $\ominus$ かは最深部熱負荷の状況に依る)。これが熱交の伝播時間 τ を経て点 4 に $\Delta T_4 \oplus$ か $\Delta T_4 \ominus$ をもたらす。これによって $\Delta \dot{m}_1 \ominus$ の形でフィードバックがおこるかどうかは膨張機(特にターボ膨張機)の特性に依存するが, 好く知られているように, 普通の膨張機のように液の沸点よ

りかなり上で使われるならば, この種の振動は起らないか少くとも顕著ではない。問題は今後次第に使われると予想される J.T. 膨張機の特長である。

この他に, もちろん通常の密度型振動が二段膨張を採用したシステムでは現れるが, この際の事情は管路におけるものと違わない。普通の冷凍機では低温部の圧力降下が J.T. 弁や膨張器に集中して起るから, 密度型の振動は余り重要でない。入口における $\Delta \dot{m}$ と末端の絞りの関係は図 8 のように R, C 回路になぞらえられるがこれは 発振をおこさないことが明らかである。

冷凍機の起す振動の周期及び型が管路部の振動のそれと一致すると共鳴が起ることが予想される。システムの冷却の途中で特定の温度領域で起る振動にはこの種のものがあると考えられる。

参 考 文 献

- 1) N. Zuber : NAS 8-11422, NASA Marshall Flight Center, R. C. Hendricks, R. J. Simoneau and R. V. Smith : Advances in Cryogenic Engineering, vol 15, plenum press '69
- 2) IEEE Trans. on Magnetics Mag-11 '75 p. 565
- 3) J. D. Bannister : Pure and Applied Cryogenics vol. 6, p. 127 '66
- 4) M. C. Jones and R. G. Peterson, Jr : Journal of Heat Transfer ASME Series C 97 521 '75
- 5) R. Oldenburger and R. E. Goodson : Journal of Basic Eng. 86, 1, '64
- 6) "Dynamical Behavior of Processes" : John C. Friedly (Prentice Hall '72)
- 7) V. S. Krishnan and J. C. Friedly : Proceedings of 5th International Heat Transfer Conference, Tokyo, 174
- 8) V. D. Arp : to be published in Cryogenics

図 8 弁と低温気体溜りのモデル

- 9) M. C. Jones and W. W. Johnson : NBS TN 675
 - 10) BNL Power Transmission Technical Note #PTP 26 '73 (Appendices II)
 - 11) "*Structure, Stability and Fluctuations*" : Glansdorff and Prigogine (John Wiley and Sons, '71)
 - 12) B. A. Hands : Advances in Cryogenic Engineering, vol. 20, p.355 '57
 - 13) P. Thullien and J. L. Smith, Jr. : Advances in Cryogenic Engineering vol. 13, p.215
 - 14) F. F. Liu : Proceedings of the 1st International Cryogenic Engineering Conference, Tokyo. '67, p.74
 - 15) A. Craya and J. Boure : Compt rend., 263A, 477 '66
 - 16) J. D. Rogers : Advances in Cryogenic Engineering, vol. 13 p.223
 - 17) V. D. Arp, D. E. Daney, N. V. Frederick, M. C. Jones, P. R. Ludtke, W. R. Parrish and R. L. Powell : NBSIR 75-823 '75
 - 18) 玉田, 富山 : 低温工学 vol. 13 No.4, 1978
-