加圧超流動ヘリウム中の定常熱流束と温度分布

— 計 算 と 実 験 —

上 岡 泰 晴

東洋酸素株式会社 品川区小山1-3-25

(1982年11月26日受理)

The Prediction of Steady State Heat Flux and Related Temperature Profiles in Pressurized Superfluid Helium II

Y. KAMIOKA

Toyo Oxygen Co., Ltd. 1-3-25 Koyama Shinagawa-ku, Tokyo 142 Japan

(Received November 26, 1982)

Synopsis:

The steady state heat flux and the related temperature profiles in pressurized superfluid helium II are calculated using the universal Gorter-Mellink equation proposed by Soloski et al. The results are in good agreement with the data obtained in this study within an experimental error.

1. 序 論

定常状態での加圧 He II 中の熱伝達の研究は、多くの研究者によって研究されており、核融合装置^{1,2,3)}、超電導エネルギー貯蔵⁴⁾や、高エネルギー加速器⁵⁾への工学的な応用が進んでいる。しかしながら、He II の熱伝達計算には、Gorter-Mellink 式⁶⁾と呼ばれる、温度、圧力に依存する定数 A_{GM} を持つ半経験的な式を用いざるを得ない状態であり、実際の計算をする上で非常に不便であった。さらに、加圧 He II 中においては、飽和 He II には見られない液中での大きな温度差 (~ 1 K) が可能なため、He II の物性の大きく複雑な変化により、熱流束、温度分布を計算のみによって予知する事は困難であった²⁾。

幸いにも最近になって、 A_{GM} の代りに、定数 K_{GM} (=1.3) を持つユニバーサルな Gorter-Mellink 式が、Soloski と Frederking⁷⁾ によって提案された。Soloski 等は、低温での roton depletion limit における Dimotakis' criterion⁸⁾ と、normal fluid の臨界レイノルズ数から、 A_{GM} が、

$$\eta_n A_{GM} \sim (\pi \cdot 10^3)^{-1} \approx K_{GM}^{-3} \quad (1)$$

なる関係を持つ事を示した。また、ラムダ点近傍においては、 A_{GM} が (ρ/ρ_s) に比例する事に着目し、(1)式と組合せる事により、

$$A_{GM} = K_{GM}^{-3} (\rho/\rho_s) / \eta_n \quad (2)$$

なる関係を求めた。(2)式をオリジナルな Gorter-Mellink の式に代入するとユニバーサルな Gorter-Mellink の式が得られる⁷⁾。

$$q = K_{GM} \rho_s S T \{ (\rho_s / \rho_n) \cdot (\eta_n / \rho) \cdot S \cdot |\nabla T| \}^{1/3} \quad (3)$$

彼等は、自らのデータを含め、ダクト中の飽和 He II 臨界熱流束のデータを多くの文献より収集し、この式と比較する事によって K_{GM} の値を求めたのである。加圧 He II においては、筆者等によってこの式が有効である事が確認されている⁹⁾。

本研究の目的は、このユニバーサルな Gorter-Mellink 式を基に、オリジナルな Gorter-Mellink 式では不可能な、加圧 He II 中の定常状態での熱流束、臨界熱流束、温度分布を計算し、本実験で得られた、加圧 He II ダクト中での定常熱流束と温度分布のデータと

Fig. 1 Gorter-Mellink duct simulating He II path in a superconducting magnet

比較する事により、ここで述べる計算法が、加圧 He II 中での定常熱伝達を極めて有効に予知する事を示すにある。

2. Gorter-Mellink 式の積分と臨界熱流束

超電導磁石中の He II 流路を模擬したパイプダクト中の He II において、下部から加えられた熱は、上部低温部へと伝わる (Fig. 1 参照)。He II が超流動性を保持するのは、高温部の温度が T_λ までである。また、 T_λ は圧力に依存し、圧力は、飽和 He II の場合、水頭圧のみによるので、低温部、高温部間の温度差 ΔT は、水頭圧による圧力分の温度差以内に限られ、 $\Delta T = (dT/d\rho)_{\text{sat}} \cdot \rho gh$ なる関係が有る。従って、取りうる温度差は少なく、He II の物性値も大きく変化する事はない。この場合、熱流束を計算するための物性値は、平均温度での値を用いる事ができる。

一方加圧 He II の場合、ダクトの低高温部間の温度差は、過冷却になった分だけ大きくなり、この温度差での物性値は、大きく、しかも複雑に変化する。このため、熱流束を計算によって求めるためには、(3)式を温度 T に関して積分する必要がある。

(3)式を温度 T_b から T_λ まで積分すると、臨界熱流束 q_L が得られる。

$$\int_0^L q_L^3 dL = \int_{T_b}^{T_\lambda} K_{GM}^3 \rho_s^3 S^3 T^3 (\rho_s/\rho_n) (\eta_n/\rho) S dT \quad (4)$$

ここで、 L は He II のダクト長さ、 q_L は、ヒーターに接している He II の温度が T_λ を越え、He I となり、超流動熱伝達機構が破壊される時点での熱流束である。さらに $t = T/T_\lambda$ と置き、 q_L が L に依らないとすると、

$$q_L L^{1/3} = K_{GM} (S_\lambda^4 T_\lambda^4 \eta_\lambda \rho^2)^{1/3} \times \left[\int_{t_b}^1 (S/S_\lambda)^4 (\rho_s/\rho)^4 (1 - \rho_s/\rho)^{-1} (\eta_n/\eta_\lambda) t^3 dt \right]^{1/3} \quad (5)$$

となる。また、次の式を導入すると

$$f(T_\lambda) = (S_\lambda^4 T_\lambda^4 \eta_\lambda \rho^2)^{1/3} \quad (6)$$

$$g(t) = (S/S_\lambda)^4 (\rho_s/\rho)^4 (1 - \rho_s/\rho)^{-1} (\eta_n/\eta_\lambda) t^3 \quad (7)$$

$$G(t_b) = \left[\int_{t_b}^1 g(t) dt \right]^{1/3} \quad (8)$$

(5)式は次の様に見易くなる。

$$q_L L^{1/3} = K_{GM} f(T_\lambda) G(t_b) \quad (9)$$

ここで、密度 ρ は、圧力、温度による大きな変化を示さないため、ほぼ一定の値であると仮定した。計算結果を Fig. 2, 3, 4 に示す。Fig. 2 には、 $K_{GM} f(T_\lambda)$ が圧力の関数として示されている。また、 $g(t)$ は被積分項、 $G(t_b)$ は積分項であり、Fig. 3, 4 に示されている様に、圧力によっては大きな変化は無いが、温度に依って大きく変化している事がわかる (Fig. 4 における t は、今の場合 t_b となる)。臨界熱流束 q_L は、後に実験データと共に示す。

Fig. 2 $K_{GM} f(T_\lambda)$ as a function of pressure

Fig. 3 He II property function $g(t)$ as a function of reduced temperature $t(=T/T_\lambda)$
— saturated vapor pressure
--- 10 bar

Fig. 4 Integration function $G^3(t)$ plotted as a function of reduced temperature t .
— saturated vapor pressure
--- 10 bar

Fig. 5 The schematic of pressurized He II experimental system

Fig. 6 The Gorter-Mellink duct used in present study

Fig. 7 The plots of the calculated limiting heat flux $(q_L L^{1/3})_{calc}$ and the experimental data $(q_L L^{1/3})_{exp}$ obtained by several authors.

The pressure range: 0.19~3.2 bar

The temperature range: 1.612~2.15 K

The solid line represents a theoretical line

○ Linnet et al¹⁰

× Bon Mardion¹³

△ Van Sciver¹¹

⊖ Gentile et al¹⁴

□ Shigi et al¹²

◇ Kamioka¹⁵

3. G - M ダクト中の温度分布の計算

臨界熱流束 q_L を求める場合には、ヒーターに接している He II の温度が T_λ になる時の熱流束 q を求め、これを q_L としたが、ダクト中の温度分布を計算する場合には、ある熱流束 q での、ダクト中の温度 T の位置を L_T として求める事になる。従って(4)式において、 $L \rightarrow L_T$ とし、 $T_\lambda \rightarrow T$ とすればよく、これを整理すると、(5)~(9)式と同様にして、

$$q^3 L_T = K_{GM}^3 f^3(T_\lambda) [G^3(t_b) - G^3(t)] \quad (10)$$

を得る。この式により、すでにFig. 2 及びFig. 4 に計算されている。 $K_{GM} f(T_\lambda)$ と、 $G(t)$ を使用して、容易に温度分布を求める事ができる。

4. 実験と装置

Fig. 5 は、実験装置全体を示している。ガラス製クライオスタットは、真空レギュレーターにより圧力がコントロールされ、液体ヘリウムの温度を一定に保つようになっている。温度の不安定性は、1 mK 以下、圧力計による温度測定誤差は、1.4 K で約 1 mK で

Fig. 8 The critical heat flux at 1.0 bar. The solid line represents a theoretical line

○ Linnet et al¹⁰

□ Bon Mardion¹³

△ Gentile et al¹⁴

る。また装置には、クライオスタット内の実験装置の圧力をコントロールできるようなシステムが付随している。

実験に使用された G - M ダクトをFig. 6 に示す。ダクトは、真空断熱され、内径0.44 cm、肉厚0.03 cm 長さ20 cm、材質は、SUS 304 である。加圧 He II は、ダクト外側の真空断熱層外筒とさらにその外側の銅パイプとの間の空間に有り、ダクト上部と連絡し、 G - M ダクトの cold reservoir としての役目を果している。加圧ヘリウムは、装置上方の熱交換器により液化され、He II となり、銅管壁を介して、外側の飽和 He II と熱平衡に有る。圧力は、外部ヘリウムガス供給系により制御されている。

ダクト中の温度を測定するために、10コのカーボン温度計 (Allen-Bradley, 39Ω, 1/8W) がFig. 6 に示すように設置されている。加熱ヒーター (コンスタンタン線、直径 7.6×10^{-3} cm、厚さ 7.6×10^{-3} cm の PTFE あコーティング付) は、ダクト下端の円柱銅ブロック

Fig. 9 The comparison of the calculated heat flux $(qL^{1/3})_{\text{calc}}$ and the present data $(qL^{1/3})_{\text{exp}}$ at the pressure 1.1 bar, the temperature range $1.4\text{ K}-T_\lambda$. The solid line represents a theoretical line

に巻かれている。

定常状態のデータは、ヒーターに一定電流を通じる事に依って、ダクト下部を加熱し、温度変化を見て、定常になったところで、データロガーによって読み取られたカーボン温度計の信号を記録している。なお、実験における圧力は、全て 1.1 bar とした。

5. 結果及び考察

(9)式によって計算された臨界熱流束は、文献値^{10,11,12,13,14,15)}と共にFig. 7及びFig. 8に示されており、計算値と文献値は、良く一致している。また、(11)式に依って計算された熱流束は、Fig. 9に示されている様に、実験値と非常に良い一致を見ている。Fig. 10には、熱流束を温度の関数として示してある。ここで、 $qL^{1/3}=0$ における温度が各データの T_0 を示している。これに依っても計算値と実験値が良く一致している事がわかる。

Fig. 11a, b, c, には、ダクト中の温度分布が図示されており、実験誤差範囲内で、計算値と実験値との良い一致が見られる。

以上の計算に用いた加圧 He II の物性値は、Maynard¹⁶⁾, Brewer et al¹⁷⁾, Goodwin¹⁸⁾ に依ったが、加圧 He II のノーマル成分の粘性率は、±30%程度の誤

Fig. 10 The heat flux density product $qL^{1/3}$ as a function of temperature at 1.1 bar. The solid lines are theoretical lines.

差があり、計算結果にも同程度の誤差が含まれていると考えられる。また、実験結果には、カーボン温度計の大きさが有限である事(長さ0.368cm)、及び T_λ 近傍での大きな温度勾配による正確な位置での正確な温度測定の問題から来る誤差が、他からの誤差よりも大きな割合で含まれていると思われる。

6. 結 論

Soloski 等に依って提案されたユニバーサルな Gorter-Mellink の式により、加圧超流動ヘリウムにおける定常臨界熱流束及び、定常熱流束と温度分布との関係を計算によって求め、これが、実験結果と良く一致する事が示された。ダクト中での臨界熱流束の予知は、加圧超流動ヘリウムを使用した超電導磁石内の He II 流路の設計または、加圧 He II 熱交換器の設計に際し、非常に重要である。また、定常熱流束と温度分

Fig. 11 The temperature profiles at various bath temperature at 1.1 bar. The full lines represent theoretical lines

- a. ○-0.4123W/cm² △-0.6320W/cm² □-0.9063W/cm²
 ●-1.577 W/cm² ▲-2.419 W/cm² ■-3.366 W/cm²
 b. ○-2.056 W/cm² △-2.056 W/cm² □-2.646 W/cm²
 ●-2.872 W/cm² ▲-3.079 W/cm² ■-4.392 W/cm²
 c. ○-1.493 W/cm²

布を計算によって求められる事は、超電導磁石や、加圧He II 熱交換器内部の He II の様子を理解する上で有益である。さらに、この温度領域での He の比熱は、他の物質に比べ格段に大きい事から、He II の温度分布を知れば、超電導磁石内の温度分布も予知する事は可能であろう。

謝 辞

カリフォルニア大学、ロスアンゼルス校 T.H.K., Frederking 教授による多くの有益な助言に対し、深く感謝致します。また、実験に際し、援助して下さい、品川徹、村上稔の両氏に対し感謝致します。

Nomenclature

A_{GM} ,	Gorter-Mellink constant (turbulent reciprocal viscosity)	cm s/g
g ,	gravitational acceleration	980 cm/s ²
h ,	height	cm
K_{GM} ,	universal Gorter-Mellink constant	11.3
L ,	length	cm
L_T ,	length corresponding to the position temperature T	cm
P ,	pressure	dyn/cm ²
Q ,	heat flow	W
q ,	heat flux	W/cm ²
q_L ,	limiting heat flux	W/cm ²
S ,	entropy	J/gK
S_λ ,	entropy at T_λ	J/gK
T ,	temperature	K
T_b ,	bath temperature	K
T_λ ,	lambda temperature	K
ΔT ,	temperature difference	K
∇T ,	temperature gradient	K/cm
t ,	reduced temperature T/T_λ	—
t_b ,	reduced bath temperature T_b/t_λ	—
ρ ,	density	g/cm ³
ρ_n ,	normalfluid density	g/cm ³
ρ_s ,	superfluid density	g/cm ³
η_n ,	normalfluid shear viscosity	g/cm s
η_λ ,	shear viscosity at T_λ	g/cm s

参 考 文 献

- 1) Aymar, R., Claudet, G., Deck, C., Duthil, R., Genevey, P., Leloup, C., Lottin, J.C., Parain, J., Seyfert, P., Torossian, A., Turck, B.: IEEE Trans. on Magnetics MAG-15 (1979) 542.
- 2) Bon Mardion, G., Claudet, G., Seyfert, P.: ICEC-7 (1978) 214.
- 3) Bon Mardion, G., Claudet, G., Seyfert, P.: Cryogenics **19** (1979) 45.
- 4) Wisconsin Superconductive Energy Storage Project. Vol. 1 and 2 Univ. of Wisconsin 1974, 1976.
- 5) Taylor, C., Althaus, R., Caspi, S., Gilbert, W., Hassenzahl, W., Meuser, R., Rechen, J., Warren, R.: VII Int. Conf. on Magnet Technology 1981.
- 6) Gorter, C.J., Mellink, J.H.: Physica **XV**(1949) 285.
- 7) Soloski, S.C., Frederking, T.H.K.: Int. J. Heat. Mass Transfer **23** (1980) 437.
- 8) Dimotakis, P.E.: Phys. Rev. **A10**(1974) 1721.
- 9) Kamioka, Y., Lee, J.M., Frederking, T.H.K.: ICEC-9 (1982) 283.
- 10) Linnet, C., Frederking, T.H.K.: J. Low Temp. Phys. **21** (1975) 447.
- 11) Van Sciver, S.W.: Cryogenics **18** (1978) 521.
- 12) Shigi, T., Yamamoto, J.: Proc. Supercon. Energy Storage. Osaka (1979) 153.
- 13) Bon Mardion, G.: ICEC-6 (1977) 159.
- 14) Gentile, D., Francois, M.X.: Cryogenics **21** (1981) 234.
- 15) Kamioka, Y.: The 43th Autumn Meeting of the Japan Society of Applied Physics. Fukuoka, September 1982.
- 16) Maynard, J.: Physical Review B **14** No. 9(1976) 3868.
- 17) Brewer, D.F., Edwards, D.O.: LT-8 (1963) 96.
- 18) Goodwin, J.M.: Physica **76** (1974) 177.