超流動ヘリウムのポーラス・プラグ内流れの 熱流体力学的考察

仲井 浩孝, 村上 正秀*

高エネルギー物理学研究所トリスタン計画推進部電子リング研究系 茨城県筑波郡大穂町上原 1-1
*筑波大学構造成工学系 茨城県新治郡桜村天王台 1-1-1

(1986年9月29日受理)

Flow Phenomena of Superfluid Helium through Porous-plug Phase Separator Hirotaka NAKAI and Masahide MURAKAMI*

TRISTAN Project, Main Ring Department, National Laboratory for High Energy Physics,
1-1 Kamihara, Oho-machi, Tsukuba-gun, Ibaraki 305
*Institute of Engineering Mechanics, University of Tsukuba,
1-1 Tennohdai 1-chome, Sakura-mura, Niihari-gun, Ibaraki 305

(Received September 29, 1986)

Synopsis :

Measurements of temperature distribution inside porous-plugs were carried out to understand actual flow phenomena inside plugs. It is found that He II flows ideally, i.e. the London equation is valid, through the most part of a plug. The flow of the normal component remains laminar under any experimental conditions. He II flow finally changes to vapor one in the downstream most part of a plug. Large drops in temperature and pressure across a plug are caused in the vapor flow region. A thermodynamic consideration of porous-plug phase separation is also presented.

1. 序 論

超流動ヘリウム (He II) を相分離するポーラス・プラグ (PP) に関する研究は、すでに数多く行われているが、これら一連の研究において、PP 内部の流れの真の姿が完全に理解されているとは言い難い。前報¹⁾で述べたように、He II の流動特性における非線形性や He II の PP からの漏れといった問題は未解決のままである。この研究では、このような問題について明らかにすることを目的としている。そのために、相分離の際の PP 内部の温度分布を測定し、PP 内を流れる He II とその蒸気の状態について考察した。

2. 実 験

実験装置および方法については、前報¹⁾で述べたとおりであるが、PP 内の温度分布を測定するために前報¹⁾ Fig. 2 に示したように、内部に温度計を挿入した PP を用いている。材質は、圧縮成形したアルミナである。実験には3種類の PP を使用し、その諸元を Table 1 に示す。PP 内部の温度計は、すべて炭素抵抗温度計であり、温度分布は、PP の両端および内部

Table 1 Basic parameters of porous-plugs.

No.	1	2	3
Area $A (\times 10^{-4} \text{ m}^2)$	2.01	1.77	1.77
Permeability $K (\times 10^{-14} \text{ m}^2)$	15.9	1.96	1.91
Thickness $t (\times 10^{-3} \text{ m})$	10	17	17
Porosity ϵ	0.375	0.375	0.375
Position of T_1 $x_1 (\times 10^{-3} \text{ m})$	3.3	4	9
Position of T_2 $x_2 (\times 10^{-3} \text{ m})$	6.6	8	13

2か所の計4か所の温度を測定して得られた。

3. 実験結果および考察

3.1 ポーラス・プラグ内の温度分布

測定した PP 内の温度分布を Fig. 1 に示す。He II の二つの異なる温度 T_B におけるデータを、質量流量 $\dot{M}$ の関数として与えてある。図中の position 軸は、PP の入口から測っており、各温度計の位置を示して

Fig. 1 Temperature distributions inside PP No. 3; (a) $T_B=2.043$ K, (b) $T_B=1.696$ K. A broken line at the bottom in each figure presents the computed liquid-vapor phase boundary as mentioned in the text later.

いる。上流側では、温度は流れの方向に線形的にわずかに降下しているが、下流側では、比較的狭い範囲で大きな温度降下が生じている。中間部では、 $\dot{M}$ が小さい場合や T_B が低い場合は、上流側と同じ傾向を示すが、 $\dot{M}$ が増加するにしたがって温度降下が大きくなり始める。同様の特性は、Fig. 2 に示す PP No. 2 でも見られる。ただ、PP No. 2 では温度計が上流側に片寄って入れているので、温度降下の大きい領域が見かけ上厚くなっている。

3.2 理想的な超流動ヘリウムの流れ

Fig. 3 には、 $\dot{M}-\dot{M}_0$ を温度差に対してプロットし

Fig. 2 Temperature distribution inside PP No. 2 at $T_B \approx 2.00$ K.

Fig. 3 Relationship between the mass flow rate, $\dot{M}-\dot{M}_0$, and the temperature differences in each layer bounded by thermometers. Theoretical prediction is given by a solid and a broken lines.

たものを示す。 $\dot{M}_0$ は熱侵入によって誘起された質量流量である。図中の T_B-T_1 , T_1-T_2 および T_2-T_F は、それぞれ PP の上流部、中間部および下流部での温度差である。図より、上流および中間部で $\dot{M}-\dot{M}_0$ に比例する温度降下が見られる。もし、He II の流れが理想的ならば、 $\dot{M}$ は前報 (1) 式に London 方程式²⁾と局所温度勾配 ∇T_i を用いて

$$\dot{M} = -\{(\rho S)^2 T / (\lambda + ST)\} (AK / \eta_n) \nabla T_i \quad (1)$$

と与えられる。 $\rho, S, T, \lambda, \eta_n$ は、それぞれ He II の密度、比エントロピ、温度、蒸発潜熱および常流動成分の粘性係数である。また、 A と K は PP の断面積および透過率である。 ∇T_i は、隣合う二つの温度計の温度差 ΔT_i とその間隔 l_i によって、 $\nabla T_i = \Delta T_i / l_i$ と計算した。図では、式 (1) を上流部に対しては実線で、中間部に対しては破線で示してある。式 (1) と実測値は非常によく一致しており、He II が PP の上流部および中間部において、London 方程式に従って理想的に流れていることがわかる。下流側の温度差 $T_2 - T_P$ は、横軸のスケールをはるかに越える程大きい。

さらに、He II 全体が理想的に流れていることから、He II の常流動成分の流れは層流であると考えられる。常流動成分を添字 n で示すと、 $\dot{M}_n$ は前報 (1) 式より

$$\dot{M}_n = (\rho_n / \rho) \{(\lambda + ST) / (ST)\} \dot{M} \quad (2)$$

と与えられる。以下の考察では、常流動成分の流れを通常の粘性流体として扱う。多孔質物質中に粘性流体が流れる場合、 K は、

$$K = D_p^2 \cdot \varepsilon^3 / \{150(1 - \varepsilon)^2\} \quad (3)$$

と表わされる³⁾。ここに、 D_p, ε は、それぞれその物質の平均粒子径および有孔率である。このような流れに対する Reynolds 数 Re は、

$$Re = D_p \cdot G_0 / \{\eta_n(1 - \varepsilon)\} \quad (4)$$

によって定義される。 G_0 は He II の常流動成分の流れに対しては、 $G_0 = \dot{M}_n / A$ である。したがって、常流動成分の流れに対する Re は、

$$Re = (1 / \eta_n) (\dot{M}_n / A) (150K / \varepsilon)^{1/2} \quad (5)$$

で表わされる。一方、friction factor F は、

$$F = (\rho D_p / G_0^2) \{\varepsilon^3 / (1 - \varepsilon)\} \nabla P \quad (6)$$

で定義される。 ∇P は圧力勾配である。常流動成分の流れに対しては、London 方程式により ∇P の代りに ∇T を用いて

$$F = (A / \dot{M}_n)^2 \rho_n (150 \varepsilon^3 K)^{1/2} \rho S \nabla T \quad (7)$$

となる。実験データから式 (5) および (7) を用いて計算した Re と F の関係を Fig. 4 に示す。図中の実線は、Blake-Kozeny の式³⁾

$$F = 150 / Re \quad (8)$$

を示している。この式は、多孔質物質中の層流に対する実験式である。乱流の場合は、 F は Re に依存しないので、図より、常流動成分の流れは乱流的ではなく、およそ層流的であることがわかる。

Fig. 4 Variation of friction coefficient as a function of Reynolds number for normal component. Solid line represents the Blake-Kozeny equation.

3.3 ヘリウムの蒸気の流れ

前報で述べたように、実験において、PP 内部では単純な理論では説明がつかない程の大きな温度降下が観測されたが、その原因を調べるために、別の一連の測定を行った。

$$\Delta P_H = \rho g h \quad (9)$$

で定義される、PP 入口にかかる He II の静水圧 ΔP_H をさまざまに変化させて、温度分布の測定を行う。 h は PP 入口からの He II の自由表面の高さ、 g は重力加速度である。これらの結果を Fig. 5 に示す。PP を完全に He II に浸し、排気バルブを閉じて漏れが生じた状態では、温度分布は一様になっている。排気を開始して相分離をはじめると、下流側の温度が下りはじめる。 ΔP_H が減少するにつれて、気液界面は PP 内を上流に向かって移動する（ドライアウト）と考えられる。界面が測定点を通過したとき、温度は急激に降下するであろう。Fig. 6 に、この状態が明確に示されている。中間部の温度差 $T_1 - T_2$ は、 $\dot{M} - \dot{M}_0$ が小さいときには実線で示されている理想流れに対する理論に従っているが、 $\dot{M} - \dot{M}_0$ がある値を越えると理論値から大きくはずれてくる。さらに、Fig. 5 において、PP が He II から完全に引き上げられた場合は、どの温度計も大きく温度降下を示しており、これより、大きな温度および圧力の降下は PP 中のヘリウム蒸気の流れの中で生じていることが理解される。しかも、気液界面は $\dot{M}$ の変化によってその位置を変えることも、実験

Fig. 5 Temperature distributions under varying hydrostatic pressure.

Fig. 6 Relationship between the mass flow rate, $\dot{M}-\dot{M}_0$, and the temperature difference. Large deviation from the theory indicates that flow situation turned from liquid flow to two-phase or vapor flow at each position of thermometer.

的に明らかとなった。ヘリウムの気相の厚さ l_v は、Darcy の法則を蒸気の流れに用いて

$$l_v = \{ \rho_v A K / (\gamma_v \dot{M}) \} (P_{\text{sat}} - P_P) \quad (10)$$

Fig. 7 Numerical computation of liquid-vapor phase boundary inside plug at $T_B = 2.043$ K.

と与えられ、数値的にも求められる。ここに、添字 v は気相を表わしている。界面での圧力は、十分な精度で、 T_B での飽和蒸気圧 P_{sat} で近似できる。また、二相領域での圧力降下は、気相中と同じと仮定している。計算結果は、液相厚さ、 l_v として Fig. 7 に示す。ここで、 ρ_v および η_v の値は、PP 中の平均温度 $(T_B + T_P)/2$ におけるものを採用している。この計算した PP 内部の界面の位置を温度分布と一しょに、Fig. 1 に破線で示したが、両者の変化は定性的かつ定量的によく一致している。また、 T_B が低くなるにつれて PP 内の気相の厚さが薄くなることが明らかであり、前報で述べたように (文献 1, Fig. 5) 低い T_B で実験値と理論値とのずれが小さくなる理由が理解できる。

4. ポーラス・プラグによる相分離現象の熱力学的考察

クライオスタット内の He II の自由表面上の熱力学的状態は、圧力 P_0 (温度 T_B) で定まり、Fig. 8 では飽和蒸気圧曲線上の点 A で示される。地上実験では、PP 入口の状態は P_B と T_B で与えられる (点 B)。なお、 P_B は、 P_0 と式 (9) によって

$$P_B = P_0 + \Delta P_H \quad (11)$$

と表わされる。入口から PP 内に形成される相界面までは、熱力学的状態 (P, T) は London 方程式

$$P = \int_{T_B}^T \rho S dT \quad (12)$$

Fig. 8 Schematic illustration of thermodynamic states inside plug in phase diagram.

に従って変化する。よって、界面での状態 P_I , T_I は点 B を通る London 方程式と飽和曲線との交点 C として決定される。ところで、後に述べるように、純粋な液相と乾いた気相との間には、当然気液二相領域が存在し、その変化は飽和曲線に沿っている ($C \rightarrow C'$)。ところで、この過程は厳密には等温変化ではないから、乾いた気相は点 C とは異なる点 $C' (P_{I'}, T_{I'})$ から始まることになる。気相中の状態変化 ($C' \rightarrow D$) は、 P_P の熱伝導率がよい場合に実験的に得られた等温変化⁹⁾と飽和曲線上との間にあるが、理論的にその変化は導けない。そのため、 P_P 出口の温度 T_P は理論では求まらない。しかし、そこでの圧力 P_P は、排気系のコンダクタンスや真空ポンプの容量といった外的条件によって決定される。

以上の考察より、 P_P によって相分離する、すなわち He II の漏れがないための条件の一つが得られる。 P_P 出口の圧力 P_P は、 P_0 や P_I よりも低ければよい、というわけではなく、さらに低い圧力 $P_{I'}$ よりも低くなければならない。つまり、

$$P_P < P_{I'} \quad (13)$$

が必要条件となる。だから、 $P_{I'} \leq P_P < P_I$ ならば多少の漏れが生じ、さらに $P_I \leq P_P$ ならば完全に漏れてしまう。

このことは、Fig. 9 に示すような 2 相共存状態を明確に表わす相図 (T - S 線図) の上に状態変化をプロットしてみれば、よくわかる。ここで、点 B から点 C への変化は、等エントロピー変化として近似している。状態変化が気相で終わるためには、 $C-C'$ で示される二相領域を横切らなければならない。つまり、 P_P で正常に相分離を行っている場合、理想的な He II の流れから乾いた気相の流れへの遷移領域として、二相流が

Fig. 9 Thermodynamic change as the results of phase separating flow of He II through a porous-plug shown in temperature-entropy diagram.

存在することを示している。前述のように、 P_P は外的要因で決まるので、もし P_P が十分低く取れば、点 D は気相のどこかに位置し、液は漏れてこない。

この考察は、宇宙で応用した場合の無重力状態下でも成り立つ。地上実験と異なる点は、静水圧が効かないから点 A, B, C がすべて一致してしまい、London 方程式を用いる領域がなくなってしまうことだけである。また、この場合、 P_P 中に純粋な液相は存在せず、二相流と蒸気の流れのみが P_P 中を流れていると考えられる。

5. 結 論

P_P 内部の温度分布を測定することによって、 P_P 中を流れる He II および蒸気の流れを理解できた。気液界面が P_P 内に形成され、 P_P を通過するヘリウム蒸気の質量流量の変化に伴ってその位置を変える。また、 P_P 上流側では He II が理想的に流れており、そこでは London 方程式が成立する。下流側ではヘリウム蒸気が流れ、大きな圧力および温度降下の原因となっている。

P_P による相分離を熱力学的に考察することにより、正常に相分離を行う、すなわち He II が漏れない条件の一つとして、 P_P 出口の圧力が P_P 内の二相領域の終わりにおける圧力よりも低くなければならないことなども明らかとなった。

謝 辞

この研究は、宇宙科学研究所および筑波大学 (学内

プロジェクト)からの援助によって行われたものである。

参 考 文 献

- 1) 仲井浩孝, 村上正秀, 中庭典行: 低温工学 22 (1987) 99
- 2) H. London: Proc. Roy. Soc. A171 (1939)
- 3) P. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot: *Transport Phenomena*, John Wiley and Sons (1960)
- 4) U. Schmidtchen: private communication
- 5) R. Schaellig and A. Seidel: Cryogenics 27 (1987) 42