加圧超流動ヘリウム循環システムの冷却特性

淵野修一郎, 玉田 紀治, 富山朔太郎

電子技術総合研究所 つくば市梅園 1-1-4

(1988年1月7日受理)

Characteristics of Forced Flow Superfluid Helium Circulation System

Shuichiro FUCHINO, Noriharu TAMADA and Sakutaro TOMIYAMA

Electrotechnical Laboratory, 1-1-4, Umezono, Tsukuba 305

(Received January 7, 1988)

Synopsis :

Forced flow superfluid helium circulation system has been developed. Steady state temperature distribution and transient thermal propagation behavior along the cooling channel have been investigated. The results are analyzed on the basis of the energy equation using Gorter-Mellink relation. Thermal oscillations occurred in this system are analyzed and suppressed successfully.

1. はじめに

加圧超流動ヘリウム (以後 He IIp) は, その優れた冷却特性により超電導マグネットの冷媒として注目され, すでに He IIp による冷却実験が報告されている¹⁾。この場合, He IIp の供給方法は He IIp の発生装置と超電導マグネットとが隣接しているため自然対流的に行われる。しかし装置が大型化した場合, 冷凍機をクライオスタットのそばに設置することは困難であり, 発生した He IIp を長距離間, 輸送しなくてはならない。また, パルスマグネットのようなパルスの熱負荷がかかる系では熱入力時には, He IIp の卓越した熱伝導で局所的には冷却できるが, その際に冷媒に蓄積された熱をパルス間に除去するのはむずかしい。そこで本システムは He IIp を強制的に循環させることによりこれらの問題点を解決することを目的として試作された。net mass flow がない場合の He IIp の熱移送については, かなり研究されている²⁾。また, net mass flow がある場合についても, すでにいくつか報告されている³⁻⁶⁾ が, その場合, チャンネルの両端は超流動ヘリウム槽に接続されており, 温度は固定されている。しかし実際の大型冷却システムにおいては, 本装置のように上流側に超流動ヘリウム槽, 下流側には熱交換器といったシステムになることが想定され, チャンネルに加わった熱負荷は, 上流および下流

に伝播してシステム全体に影響を及ぼす。そこで本研究ではこのシステムの冷却特性およびトランスファーチューブを模擬した超流動ヘリウム冷却チャンネルの定常温度分布ならびにヒートパルスを加えた場合の過渡熱負荷特性を解析したので報告する。

2. 実験装置および実験方法

Fig. 1 に本装置の冷却フローを示す。本装置は7個の熱交換器から構成されている。第2, 第4, 第7熱交換器が, それぞれ液体窒素, 液体ヘリウム, 飽和超流動ヘリウムの熱交換器である。高圧ヘリウム (約 0.5 MPa) は室温に置かれたコンプレッサーによって圧送され, 第1, 第2, 第3, 第4, 第6熱交換器を順に通って予冷され, 最後に第7熱交換器において飽和蒸気圧の超流動ヘリウムと熱交換することによって加圧超流動ヘリウムとなる。飽和蒸気圧超流動ヘリウム生成のための減圧排気は室温に置かれた 6,500 l/min の油回転ポンプによって行われる。生成された He IIp は, トランスファーチューブを模擬したチャンネル, そして第6熱交換器を通り, 最後に J-T 膨張して液体ヘリウム槽に戻る。He IIp が循環するチャンネルは, 長さ 10 m, 外径 4 mm, 内径 2 mm の銅パイプで直径約 20 cm のコイル状に巻かれている。チャンネル内には Fig. 2 の位置にゲルマニウム温度計とヒーターが取り付けられている。温度計の測定誤差は ± 0.01 K

Fig. 1 Flow diagram.

Fig. 2 Cooling channel arrangement.

以下である。また、チャンネルの両端に差圧計を取り付け、加圧超流動ヘリウムに生じる圧力損失を測定できるようにした。

次に冷却方法を述べる。まず初期冷却を行うため第2熱交換器に液体窒素を注入する。そして初期冷却用の起動弁V4、V6を開き、第4、第7熱交換器を液体窒素温度まで冷却する。またこのときV2、V5は微開、V1、V3はかなり開いておき、まだ熱い第5、第6熱交換器をバイパスする。第4、第7熱交換器がだいたい液体窒素温度に達したら液体ヘリウムを第4熱交換器に注入する。このときV4、V6は全開する。そして第4熱交換器に液体ヘリウムが溜ってきたらV1は全閉としV2によって流量を調整する。またV7を開き、第7熱交換器を少し減圧することによって液体ヘリウムを第4熱交換器から第7熱交換器に移す。初

Fig. 3 Initial cooling curves.

期冷却の一例を Fig. 3 に示す。そして液体ヘリウムが第7熱交換器に溜ったらV3は全閉し、V8を全開して飽和超流動ヘリウムを生成する。

実験方法は、V2を調整して流量を0.3~0.5 g/sに、V5を調整して超流動ヘリウム槽の温度を約1.7 Kに設定する。定常状態になったところで、チャンネル両端の差圧を測定する。また、Fig. 2 に示すチャンネル内のヒーターに0.1~0.5 Wの一定熱量を数秒間加え、チャンネル各点の温度変化を測定する。

3. 実験結果および検討

3.1 定常温度分布

以上のように加圧超流動ヘリウムを生成した後の冷却チャンネルの定常温度分布を Fig. 4 に示す。この図から温度分布は超流動ヘリウム槽からほぼ直線的に上昇し、チャンネル下流の熱交換器入口付近では急峻に上昇していることがわかる。また、温度勾配は流速に依存していることがわかる。以上の結果を解析的に考察してみる。

一般に超流動ヘリウムのエネルギーの式は Gorter-Mellink の式を用いて次式のように記述できる。

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = K \frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx} \right)^{1/2} - \rho C_p V \frac{dT}{dx} + Q_s \quad (1)$$

Fig. 4 Temperature distribution along channel.

Table 1 Thermophysical properties of He II (0.1 MPa).

T (K)	σ (g cm ⁻³)	C_p (J g ⁻¹ K ⁻¹)	K (W cm ^{-5/3} K ^{-1/3})
1.75	0.147	2.5	9.7
1.80	0.147	2.9	10.6
1.85	0.147	3.3	11.2
1.90	0.147	3.8	11.5

ここで、 ρ は密度、 C_p は定圧比熱、 V は流速、 Q_s はチャンネルへの定常侵入熱を表す。 K はみかけの熱伝導率を表し、次式で与えられる。

$$K = \rho_s s T \left(\frac{s}{A \rho_n} \right)^{1/3}$$

ここで、 ρ_s, ρ_n はおのおの超流動成分と常流動成分の密度、 s はエントロピー、 A は Gorter-Mellink の定数である。ここでは解析を簡略化するため各物性値は Table 1 の値を用いる^{6,7)}。いま、定常温度分布を考えるので(1)式の $dT/dt = 0$ さらに

$$\theta = \left(\frac{C_p \rho V}{Q_s} \cdot \frac{dT}{dx} \right)^{1/3}$$

とすると、(1)式は次式となる。

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{Q_s}{K} \left(\frac{C_p \rho V}{Q_s} \right)^{1/3} (\theta^3 - 1) \quad (2)$$

(2)式は、 x について積分を行うと次式となる。

$$\begin{aligned} Z &= \int \frac{1}{\theta^3 - 1} d\theta \\ &= \frac{1}{6} \log \left| \frac{(\theta - 1)^2}{\theta^2 + \theta + 1} \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \left(\frac{-2\theta - 1}{\sqrt{3}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、

$$Z = \frac{Q_s}{K} \left(\frac{C_p \rho V}{Q_s} \right)^{1/3} (x + a_1)$$

a_1 は積分定数を表す。

(3)式を図示すると Fig. 5 のようになる。縦軸は

$$\theta^3 = \frac{C_p \rho V}{Q_s} \cdot \frac{dT}{dx}$$

で温度勾配を表す。

結局、チャンネル内を流れる He II の定常温度分布の温度勾配は、(3)式に示す解析解として得られ、それを図示したものが Fig. 5 である。(3)式は $T = T(x)$ という陽関数では与えられないため、実用上やや不便である。しかし、 Z は θ だけの関数で与えられているため、一度正確に(3)式を数値解法すればあとは境界条件を与えるだけでチャンネル内を流れる He II の

Fig. 5 Temperature gradient curves.

の温度分布を知ることができる。(3)式から得られる解を本装置の冷却チャンネルに適合すると、超流動ヘリウム槽出口付近の温度勾配は、ほぼゼロである（なぜなら超流動ヘリウム槽内の出口付近の温度勾配はゼロと考えられるので）。そして超流動ヘリウム槽から離れるにつれて熱侵入が加わり、一定の温度勾配に落ち着くと考えられる。したがってこの様子を非常に的確に表しているのが、Fig. 5 における曲線(A)である（この場合座標系の符号はどちらを正にとるかによるので問題ではない）。もしこのチャンネルの両端が超流動ヘリウム槽に接続されていれば、温度勾配は上記の逆の過程をたどり、再び温度勾配がゼロとなる。本装置の場合は、このチャンネルは最後に熱交換器につながっている。一般的に向流型熱交換器内の温度分布は指数関数で表されるので⁸⁾、この境界条件を考慮すると冷却チャンネルの出口付近の温度勾配は Fig. 5 の曲線(B)に対応することがわかる。曲線(B)の $\theta^3 = 1$ 近傍では θ^3 は次式で近似できる。

$$\theta^3 = 1 + b_1 \exp(C_1 Z) \quad (4)$$

ここで b_1, c_1 は定数を表す。これに θ, Z を代入して積分すると次式となる。

$$T = \left(\frac{Q_s}{C_p \rho V} \right) x + d_1 \exp(C_1 Z) \quad (5)$$

ここで、

$$d_1 = \frac{b_1 K}{C_1 Q_s} \left(\frac{Q_s}{C_p \rho V} \right)^{1/2}$$

を表す。(5)式より温度分布は直線的に上昇し、最後は指数関数的に上昇することがわかる。また、係数から流速 V が速いほど直線の傾きは小さいことがわかる。

以上のことから境界条件の温度勾配がわかれば、Fig. 5 中の曲線のどの部分に対応するかがわかり、定常温度分布が求まることがわかった。

3.2 過渡熱負荷特性

次に定常状態に達した後、過渡熱負荷特性を調べるためチャンネルにヒートパルスを加える実験を行った。加熱時間が数秒程度の比較的長いヒートパルスの実験については、すでに報告しており⁹⁾、その温度分布波形の変遷について考察を行った。本実験では1秒以下の短いヒートパルスを印加した場合について解析的な考察を行う。Fig. 6 にヒートパルスを印加した後のチャンネルに沿った温度の時間変化を示す(実線が実験値)。Fig. 6 からパルス波形はピークがほぼ流速 V で移動しながら拡散していくことがわかる。そこで運動座標系に関する微分を用いると

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d^*T}{dt} - V \text{grad } T$$

ここで d/dt は静止座標系に関する時間変化の割合、 d^*/dt は運動座標系に関する時間変化の割合、 V は各点の速度ベクトルである。いま、一次元モデルを考え、移動座標を z とすると

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d^*T}{dt} - V \frac{dT}{dz}$$

これを(1)式に代入すると次式となる。

$$\rho C_p \frac{d^*T}{dt} = K \frac{d}{dz} \left(\frac{dT}{dz} \right)^{1/2} \quad (6)$$

ここでは簡略化のため(1)式中の定常侵入熱 $Q_s = 0$ としている。この微分方程式の特解は、L. Dresner¹⁰⁾ により求められており、簡略化すると次式となる。

Fig. 6 Temperature changes after heating ($V = 85 \text{ cm/s}$, $Q_p = 0.5 \text{ W} \times 0.65 \text{ s}$).

$$T - T_0 = \frac{a_2}{(X^4 + b_2)^{1/2} t^{3/2}} \quad (7)$$

ここで T_0 は初期温度、 a_2, b_2 は(6)式および境界条件より求まる定数、 $X = xt^{-3/2}$ である。次に静止座標系に逆変換するため、 $z = (x - Vt)$ とすると $X = (x - Vt)t^{-3/2}$ となる。これを(7)式に代入するとこの解は(1)式を満足する特解であることがわかる。次に係数を比較して a_2 を求めると次式となる。

$$a_2 = \sqrt{\frac{2^4}{3^3} \left(\frac{K}{\rho C_p} \right)^3}$$

また、 b_2 は次式を満足する定数となる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho C_p (T - T_0) dx = Q_p \quad (8)$$

ここで、 Q_p はヒートパルスの熱量である。ただし、(8)式が成立するのは断熱状態の場合であるので、ヒートパルスがチャンネルの端部の熱交換器に達してからは成立しない。そこでヒートパルスを印加してから数秒間は式(8)は成立するととして(Fig. 6 から $V = 85 \text{ cm/s}$ の場合、ヒートパルスが熱交換器に達するまで約5秒かかる)、 b_2 は次式で与えられる。

$$(b_2)^{1/4} = \frac{a_2 \rho C_p}{Q_p} \cdot 2 \int_0^{\infty} \frac{1}{(Y^4 + 1)^{1/2}} dY \\ = \frac{a_2 \rho C_p}{Q_p} \cdot \frac{[\Gamma(1/4)]^2}{2\Gamma(1/2)}$$

ここで、 $Y = X/(b_2)^{1/4}$ 、 $\Gamma(\quad)$ はガンマ関数を表し、 $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ 、 $\Gamma(1/4) = 3.626$ である。

ヒートパルスが熱交換器に到達してからは、 b_2 の値は本装置のような複雑なシステムでは一義的に求めることはむずかしい。そこで実験値から逆算すると b_2 は次式から求めた値とほぼ一致することがわかる。

$$(b_2)^{1/4} = \frac{a_2 \rho C_p}{Q_p} \int_0^{\infty} \frac{1}{(Y^4 + 1)^{1/2}} dY \times 1 \sim 2$$

さらに Fig. 6 からヒーター直後の温度上昇の時間遅れを考慮して $X = (x - V(t - t_d))t^{-3/2}$ とするとこの振舞いを非常によく記述することがわかる(この解も(1)式の特解となっている)。ここで t_d はパルスが最大となるまでの遅れ時間である。このときはパルスの最大値を決定するためのパラメータ c_2 を導入し、最終的には次式が求まる(1)式の特解となる。

$$T - T_0 = \frac{a_2}{(X^4 + b_2)^{1/2} (t + c_2)^{3/2}} \quad (9)$$

ここで $X = (x - V(t - t_d))(t + c_2)^{-3/2}$ である。以上のことを考慮して計算値を実験値に対応して図示すると Fig. 6 の点線のようになり、ほぼ等しい温度変化をしていることがわかる。誤差は温度変化に伴うヘリ

Table 2 Parameters used in calculation.

x (cm)	T_0 (K)	t_d	a_2	$(b_2)^{1/4}$	c_2
10	1.74	0.9	95	7.25×2	0.7
400	1.77	0.9	95	7.25×1.05	0.7
700	1.89	0.9	95	7.25×1.5	0.7

Fig. 7 Dependence of pulse wave shapes on flow velocity.

ウム物性値の変化によるものと思われる（物性値は平均温度として 1.8 K の値を用い、計算に用いた各パラメータは Table 2 に示す）。

Fig. 7 に流速を変化させた場合のパルス波形の違いを示す。流速が速い場合にはあまり拡散が起こらずに下流へ伝播していくことがわかる。逆に流速が遅いとパルスが伝播してくるまでに時間がかかるため拡散は進むが、再び元の状態に戻るまでに時間がかかる。したがって強制対流にすることによりすばやく排熱できることがわかる。

3.3 流速と圧力損失との関係

Fig. 8 に流速とチャンネル両端の差圧の関係を示す。直線はよく使われる乱流における流速と圧力損失の関係を表す Fanning の関係式で、次式で与えられる。

$$\Delta P = 2f\rho V^2 \frac{L}{D}$$

ここで ΔP は圧力損失、 f は摩擦係数、 L は管長、 D は有効直径、 ρ は密度、 V は流速である。また、摩擦係数 f は次式の通常乱流で用いられる Blasius の式を用いて計算した。

$$f = 0.079 Re^{-0.25}$$

ここでレイノルズ数 Re は次式で定義される。

$$Re = \frac{\rho V D}{\eta_n}$$

Fig. 8 Pressure drop vs. flow velocity.

ここで、 η_n は常流動成分の粘性係数である。流速が 60 cm/s 程度、レイノルズ数でいえば 10^5 くらいまでは、ほぼこの直線上にのっている。それ以上になると圧力損失はこの関係式より小さい値になる。そして直線の傾きは、(9)式の流速の 2 乗よりむしろ 1.75 乗に比例している。このように圧力損失に関しては、He II p flow でも従来から使われてきた Blasius の式がよく適合していることが明らかになった。

Fig. 9 Oscillation modes and its suppression.

3.4 振動解析

冷却中に種々の振動が生じ、詳細は他で報告するが、振動は2種類のモードがあり、一つは密度波振動、もう一つは音響振動であると思われる。V2を振動周期に応じて計算機で制御することにより流量振動の抑制に成功したが、その直後、より高い周波数の振動が生じた。その一例を Fig. 9 に示す。

4. 結 論

本論文では冷却チャンネルの定常温度分布を定性的に求めた。さらに、ヒートパルスが印加された場合の過渡熱負荷特性を解析的に求めた。また、流量と圧力損失との間には古典的な Fanning の関係式が成立することを明らかにした。これにより超流動ヘリウムの循環システムを制御する場合や、超電導体の冷却安定性を考慮する場合の参考になるとと思われる。今後導体も含めた冷却特性を明らかにしていく予定である。

参 考 文 献

- 1) G. Bon Mardion: Proc. ICEC-6 (1976) 159
- 2) V. Arp: Cryogenics 10 (1970) 96
- 3) W. W. Jhonson and M. C. Jones: Adv. Cryog. Eng. 23 (1978) 363
- 4) A. Khalil and S. W. Van Sciver: Proc. ICEC-9 (1982) 273
- 5) A. Kashani and S. W. Van Sciver: Adv. Cryog. Eng. 31 (1986) 489
- 6) R. Srinivasan and A. Hofmann: Cryogenics 25 (1985) 641
- 7) J. Maynard: Phys. Rev. B14 (1976) 3864
- 8) 塩治震太郎: 伝熱工学の基礎, オーム社, 東京 (1982)
- 9) S. Fuchino, N. Tamada and S. Tomiyama: Adv. Cryog. Eng. 31 (1986) 481
- 10) L. Dresner: Adv. Cryog. Eng. 29 (1984) 323