蓄冷器の熱音響理論

富 永 昭

筑波大学物理学系 つくば市天王台 1-1-1

(1990年6月8日受理)

Thermoacoustic Theory of Regenerator in Refrigerator

Akira TOMINAGA

Institute of Physics, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennohdai, Tsukuba 305

(Received June 8, 1990)

Synopsis:

Performance of regenerator used in refrigerator is discussed in terms of thermoacoustics. Thermoacoustic theory results in two types of heat flux. One is due to isothermal reversible process and it contributes to heat-pumping effect. The other is due to irreversible process and it corresponds to regenerator loss. Limiting lowest temperature is independent of heat capacity of regenerator matrix. Large amplitude of pressure and small phase-difference between oscillations of pressure and velocity decrease regenerator loss. Refrigeration power is maximized at some frequency, where the loss is 50 % of ideal case. External work required for refrigerator is composed of isothermal reversible part and irreversible one corresponding to dissipation of energy. Ratio of irreversible work to reversible one increases as pressure amplitude increases. Local COP of regenerator is independent of heat capacity of regenerator matrix. Some methods of achieving higher efficiency are discussed.

1. はじめに

スターリング, G-M, V-M などの蓄冷器を使う冷凍機では, 蓄冷器の性能が冷凍機の能力を左右するが, 蓄冷器についての理解はあまり進んでいない。蓄冷器についての見解は二つに大別される。一つは周期的な流れの間の単純な熱交換器という立場であって, 周知のように, 蓄冷器の解析と設計は, ほとんど全て, この立場で行われてきた。この立場では流体の圧力変動は必要悪であって, 蓄冷器にとっては, 圧力変動は小さいほうがよいとされる。蓄冷器内の流体の占める体積は無駄な体積と見なされ死容積とも呼ばれている。

第2の見解は熱音響効果に基づくものであって, 蓄冷器を単純な熱交換器とは見なさず, より積極的に冷凍に寄与するものとする^{1,2)}。この冷凍能力は圧力変動と流れとの相関により生じるので, 圧力変動がなければ蓄冷器はその役割を果たさない。この立場では

圧力変動はある程度大きいほうがよい。

蓄冷器についてのこのような見解の相違は, 蓄冷器の設計方針の相違につながる。どちらの立場でも蓄冷材の熱容量は大きいほうがよいが, 蓄冷器内で流体の占める体積については, 立場により設計方針が完全に逆になる。この体積は, 単純な熱交換器という立場では小さいほうがよいが, 熱音響効果の立場からは, 適当に大きいほうが流体の変位が小さいので, 蓄冷器損失が少ない。

ところで, 冷凍機は低温部で吸収したエントロピーを高温部へ運ぶヒートポンプであって, エントロピーの通路が必要不可欠である³⁾。そうしないと低温部にエントロピーが蓄積されてしまい, 冷凍機の定常運転が不可能になる。

このエントロピーの通路は低温部と高温部とをつなぐところにある。Pulse-Tube 冷凍ではパルス管部もエントロピーの通路となるが, スターリング, G-M などの冷凍機では低温部と高温部とを接続する蓄冷器

がエントロピーの通路となり、低温部から高温部へエントロピーを運んでいるに相違ない。

熱音響効果の立場では蓄冷器のヒートポンプ効果と蓄冷器損失とを統一的に議論できるので、この論文では熱音響効果の立場から蓄冷器内の熱流束を考察し、蓄冷器の効率を議論する。

2. 蓄冷器内の熱流束

非粘性流体の熱音響理論^{1,2)}によれば、蓄冷器内の熱流束は熱力学的過程により二つに大別される。その一つは等温可逆過程によるものであり、ある条件下で、ヒートポンプ効果を示す。もう一つは不可逆過程によるものであり、通常は高温部から低温部へ向かう熱流束となる。この二つの熱流束の大小関係により、全体としての熱流束の方向も大きさも決まる。冷凍機の温度が高いうちはヒートポンプ効果のほうが遥かに大きい、温度が下がるにつれて後者が大きくなり、前者と釣り合うと冷凍能力が消失して、最低到達温度に達する。即ち後者は蓄冷器損失に対応する。

したがって、よい冷凍機を実現させるには、ヒートポンプ効果を大きくするように努力するだけではなく、蓄冷器損失を小さくするような努力も必要とされる。蓄冷器中の熱流束 Q は、熱音響理論^{1,2)}によると、3種類の熱流束の和である：

$$Q = Q_{\text{prog}} + Q_{\text{stand}} + Q_{\text{D}}$$

$$Q_{\text{prog}} = -F_S \chi' / \beta T_m \frac{1}{2} p_0 u_{0,\text{prog}} \quad (1)$$

$$Q_{\text{stand}} = -F_S \chi'' / \beta T_m \frac{1}{2} p_0 u_{0,\text{stand}} \quad (2)$$

$$Q_{\text{D}} = F_S \chi'' \omega C_p T_m \frac{1}{2} \xi_0^2 \quad (3)$$

いずれも、振動する流体と蓄冷材とのエントロピーの交換を考察することにより導かれたもので、蓄冷材の熱容量と係わりのある無次元量 F_S に比例している。

F_S は蓄冷材と振動する流体とのエントロピー交換の程度を示す。蓄冷材の熱容量が不足すると、振動する流体と交換するエントロピーが少ないために流れは断熱可逆的になる。断熱可逆的な振動流れが熱を運ぶことはない。逆に、蓄冷材の熱容量が充分に大きいと流体とのエントロピー交換が大きく、流体の振動により熱流が生じる。

蓄冷材と流体とのエントロピー交換を考察すると

$$F_S = 1 / (1 + \chi' C / \chi_R' C_R) \quad (4)$$

となる¹⁾。ここに χ_R' 、 C_R は蓄冷材の χ' と熱容量とである。ただし蓄冷材の熱容量 C_R は流体の単位体積当りの量である。 C は流体の単位体積当りの定圧熱容

量である。蓄冷材の熱容量 C_R が小さいと $F_S \sim 0$ となり、振動する流体が熱を運ぶことはない。逆に、蓄冷材の熱容量が充分に大きいと $F_S \sim 1$ となり、どの熱流束も最大となる。蓄冷材のうちで流体と熱交換する部分の割合が χ_R' であり、流体のうちで蓄冷材と熱交換する部分の割合が χ' である。

$F_S \chi'$ は等温可逆過程の程度を示す無次元量であって、これに比例する Q_{prog} は等温可逆過程の結果である。 u_{prog} は流速振動のうちで圧力振動と同位相の成分を表し、添字 0 はその振幅を表す。 Q_{prog} はスターリングや G-M のような進行波型冷凍機の蓄冷器のヒートポンプ効果に対応する。初めに述べた蓄冷器の積極的な役割とはこの Q_{prog} を指す。 $I \equiv (1/2) p_0 u_{0,\text{prog}}$ は、進行波による力学的なエネルギーの流束であり、音響学の分野では音波の強度と呼ばれる。 Q_{prog} はこれに比例している。負号は、熱膨張率 β が正ならば、熱流束と力学的なエネルギー流束 I との方向が逆であることを示している。即ち冷凍機の蓄冷器では、高温端から低温端へ向かう力学的なエネルギー流束 I により、低温端から高温端へ向かう熱流束（ヒートポンプ効果）が生じる。蓄冷器は力学的なエネルギー流束を熱流束に変換する変換器であり、その変換能力が $-F_S \chi' / \beta T_m$ である。ただし、 T_m は振動する流体の温度の時間平均を示し、 β は熱膨張率である。例えば流体が理想気体の場合には $\beta T_m = 1$ である。

$F_S \chi''$ は不可逆過程の程度を表す無次元量であり、これに比例する Q_{stand} は不可逆過程の結果である。 $u_{0,\text{stand}}$ は流速振動のうちで圧力振動とは位相が $(1/2)\pi$ ずれている成分の振幅を表す。 $\chi'' < 0$ なので Q_{stand} の向きは Q_{prog} とは逆であって、 Q_{stand} は蓄冷器損失の一つである。

Q_{prog} と Q_{stand} とは、どちらも熱膨張率 β に比例しているので、気体では液体に比べて大きい。 Q_{prog} と Q_{stand} とは βT_m に比例している。古典的理想気体では $\beta T_m = 1$ であるが、気液臨界点の近くでは $\beta T_m > 1$ となる。液体ヘリウムではラムダ線よりも約 0.1 K 高いところで $\beta = 0$ となる³⁾。

Q_{D} も、 $F_S \chi''$ に比例するから、不可逆過程の結果である。 Q_{D} は、温度勾配 ∇T_m に比例し $\chi'' < 0$ なので、高温部から低温部へ向かう熱流束を表し、蓄冷器損失の一つである。 ω は振動の角周波数であって、流速の振幅 u_0 、変位の振幅 ξ_0 との関係は

$$u_0 = \omega \xi_0 \quad (5)$$

である。 Q_{D} は流体の変位の振幅 ξ_0 の 2 乗に比例し、

圧力振幅や圧力振動との位相差とは関係がない。 Q_D は、流体の往復運動による熱侵入だから、蓄冷器中のシャトル損失と呼ばれる。シャトル損失 Q_D は流体の単位体積当りの熱容量 C にも比例する。

理想的な蓄冷器では、 $F_S \chi' = 1$, $F_S \chi'' = 0$ なので、蓄冷器中の熱流束は Q_{prog} だけとなるが、現実の蓄冷器では $F_S \chi''$ が有限だから、蓄冷器損失となる Q_{stand} と Q_D とを考慮に入れなければならない。蓄冷器損失を考慮した熱流束 Q は、最低到達温度では 0 となる。蓄冷器損失を減らすには、 $-\chi''/\chi'$ を小さくして、等温可逆過程に近付けることが望ましい。

進行波型冷凍機の蓄冷器では、普通は

$$u_{0, \text{stand}} \ll u_{0, \text{prog}}$$

なので、 Q_{stand} が無視できて、蓄冷器損失はシャトル損失 Q_D だけとなる。

等温可逆過程の尺度 χ' と不可逆過程の尺度 χ'' とは振動の角周波数 ω と熱緩和時間 τ に依存する。 $\omega\tau$ が充分小さい場合には、流体と壁とは熱平衡に近いので、流体の運動はほとんど等温可逆となる。逆に、 $\omega\tau$ が充分大きい場合には、流体と壁とは熱交換する暇がないので、流体の運動はほとんど断熱可逆となる。この中間では、熱交換が中途半端で不可逆の度合いが大きい。

流路の断面形状が円の場合の χ' と $-\chi''/\chi'$ の値を $\omega\tau$ の関数として Fig. 1 に示す。 $\omega\tau \ll \pi$ では、ほとんど等温可逆であり ($\chi' \sim 1$), $-\chi''/\chi' \sim (1/4)\omega\tau$ となっている。温度の緩和時間 τ は流路半径 r の 2 乗に比例し、流体の温度拡散係数 α に反比例する：

$$\tau = \frac{1}{2} r^2 / \alpha$$

Fig. 1 $\omega\tau$ dependences of χ' and $-\chi''/\chi'$ for a cylindrical flow channel: asymptotes are $\chi' = 1$ and $-\chi''/\chi' = (1/4)\omega\tau$ for $\omega\tau \ll \pi$, and $\chi' = (\omega\tau)^{1/2}$ and $-\chi''/\chi' = 1$ for $\omega\tau \gg \pi$.

Fig. 2 Thermal diffusivity of ^4He gas.

振動の角周波数を低くするだけでなく、流路を狭くすることも、等温可逆過程に近付けるのに有効である。ヘリウムガスの温度拡散係数 α の値を Fig. 2 に示す。この図からわかるように、温度が下がるにつれて α が小さくなるので、緩和時間 τ が長くなる。平均圧力 p_m が低いほうが、温度拡散係数 α が大きいので緩和時間 τ が短くなる。流体の熱伝導度を κ とすると、 $\alpha = \kappa / C$ なので、 $\tau = (1/2)r^2 C / \kappa$ となる。 τ を小さくするには、流体の単位体積当りの熱容量を小さくするのもよい。

3. 蓄冷器の冷凍能力

蓄冷器の冷凍能力は

$$Q = Q_{\text{prog}} + Q_D + Q_{\text{stand}} \\ = [1 + (Q_D + Q_{\text{stand}}) / Q_{\text{prog}}] Q_{\text{prog}}$$

だから、最低到達温度では

$$1 + (Q_D + Q_{\text{stand}}) / Q_{\text{prog}} = 0$$

となる。 Q_D , Q_{stand} , Q_{prog} は全て F_S に比例しているので、 $(Q_D + Q_{\text{stand}}) / Q_{\text{prog}}$ は F_S に依存しない。つまり最低到達温度は蓄冷材の熱容量とは無関係である。

蓄冷器の冷凍能力 Q を大きくする方法を考える。

$1 + (Q_D + Q_{\text{stand}}) / Q_{\text{prog}}$ を大きくするには、 $-\chi''/\chi'$ を小さくすればよい。これは不可逆過程を減らして等温可逆過程に近付けることを意味する。

角振動数 ω で振動する圧力 p と流束 u との位相差を ϕ とし ($0 \leq \phi \leq (1/2)\pi$)、複素表示で

$$p = p_0 \exp i\omega t \\ u = u_0 \exp i(\omega t + \phi) \\ = (\cos \phi + i \sin \phi) u_0 \exp i\omega t$$

とすると

$$u_{0, \text{prog}} = u_0 \cos \phi, u_{0, \text{stand}} = u_0 \sin \phi \quad (6)$$

となる。したがって、 $\phi=0$ では $Q_{\text{stand}}=0$ となる。 Q_{stand} は、 $\phi \neq 0$ のために生じる蓄冷器損失なので、位相損失と呼ぶ。

$\phi=0$ の場合の冷凍能力 Q を考察する。この場合には $Q_{\text{stand}}=0$ だから

$$Q = Q_{\text{prog}} + Q_{\text{D}} \\ = (1 + Q_{\text{D}}/Q_{\text{prog}}) Q_{\text{prog}}$$

となり、

$$1 + Q_{\text{D}}/Q_{\text{prog}} \\ = 1 - \frac{(-\chi''/\chi')}{(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}})} \quad (7)$$

である：冷凍能力 Q は、 $(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}})$ が充分大きければ Q_{prog} 程度であるが、 $(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}})$ の減少とともに減少し、

$$(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}}) = (-\chi''/\chi')$$

で $Q=0$ となる。つまり最低到達温度である。 $(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}})$ を大きくするには、 $\beta T_{\text{m}}/C = (\partial T/\partial p)_{\text{s}}$ だから、断熱圧縮による温度上昇の大きな流体を作業物質として、大きな圧力振幅 p_0 と小さな変位振幅 ξ_0 で運転するのがよい。なお、熱力学の関係式 $\beta T_{\text{m}}/C = (\partial T/\partial p)_{\text{s}}$ に注意すると、 $(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}})$ は断熱圧縮による温度変化 $(\partial T/\partial p)_{\text{s}} p_0$ の等温変位による温度変化 $\xi_0 \nabla T_{\text{m}}$ に対する割合を示している。

蓄冷器の冷凍能力を増すために、

$$Q_{\text{prog}} = -F_{\text{s}} \chi' \beta T_{\text{m}} \frac{1}{2} p_0 u_0 \quad (1)$$

を大きくすることを考える。

まず、 $F_{\text{s}} \chi'$ を大きくすることを考えよう。式(4)から

$$F_{\text{s}} \chi' = \chi' / (1 + \chi' C / \chi_{\text{R}}' C_{\text{R}}) \\ \leq 1 / (1 + C / \chi_{\text{R}}' C_{\text{R}})$$

である。 $\chi_{\text{R}}' C_{\text{R}}$ を大きくするために、熱容量の大きな蓄冷材を細線や粒状にして使う。しかし温度が下がると、流体の熱容量 C が増大し、蓄冷材の熱容量 C_{R} が減少するので C/C_{R} を小さく保つのは容易でない。流体の平均圧力を下げて C を小さくするのも一つの方法である。 $C > \chi_{\text{R}}' C_{\text{R}}$ の場合には差動蓄冷器⁴⁾にするほうがよい。差動蓄冷器では、 χ' によらず、 $F_{\text{s}}=1/2$ となる。

Q_{prog} を大きくするために $\beta T_{\text{m}} p_0$ を大きくしても Q_{D} が不変だから $Q_{\text{prog}} + Q_{\text{D}}$ も大きくなる。大きな

βT_{m} と大きな圧力振幅 p_0 が望ましい。

Q_{prog} を大きくするために $u_0 = \omega \xi_0$ を大きくすると、 $Q_{\text{prog}} + Q_{\text{D}}$ がどうなるか考えてみよう。 Q_{D} は ξ_0 の2乗に比例するので、冷凍能力 $Q_{\text{prog}} + Q_{\text{D}}$ を最大にするような ξ_0 がある。この ξ_0 を最適変位と呼び ξ_0^{OPT} と記すことにすると、最適変位 ξ_0^{OPT} は

$$(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0^{\text{OPT}} \nabla T_{\text{m}}) = 2(-\chi''/\chi')$$

の解である。 ξ_0^{OPT} は、 $(-\chi''/\chi')$ が小さいほど、大きくなる。 $\xi_0 = \xi_0^{\text{OPT}}$ では、 $Q_{\text{D}}/Q_{\text{prog}} = -1/2$ である：最適変位での冷凍能力は Q_{prog} の50%である。

$\omega \tau \ll \pi$ では $-\chi''/\chi' = (1/4)\omega \tau$ なので、 Q_{D} は ω の2乗に比例する。したがって、最適角周波数 ω^{OPT} が存在する：

$$\omega^{\text{OPT}} = (2/\tau)(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}})$$

$\omega = \omega^{\text{OPT}}$ では冷凍能力は Q_{prog} の50%である。 $(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}})$ が小さくなるにつれて最適角周波数 ω^{OPT} も低くなる。温度が下がると τ が大きくなるので、最適角周波数 ω^{OPT} はますます低くなる。

最後に最低到達温度を低くすることを考える。

最低到達温度では $Q=0$ である。この条件は、 $\phi=0$ では、

$$(\beta T_{\text{m}}/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_{\text{m}}) = -\chi''/\chi'$$

となる。だから、 $(-\chi''/\chi')$ が小さければ小さいほど最低到達温度での温度勾配が大きい。 $-\chi''/\chi'$ は振動数が小さいほうが小さい。振動数 ω を下げることにより G-M 冷凍機の到達温度が下がったとの報告⁵⁻⁸⁾ はまさにこのことに対応している。

$-\chi''/\chi'$ を小さくする他の方法は、熱緩和時間 $\tau = (1/2)r^2/\alpha$ を短くすることである。蓄冷器内の流路を狭くし、流体の温度拡散係数 α を大きくすればよい。平均圧力の低い流体を使えば、緩和時間 τ が短くなる。

4. 外界のなす仕事

振動流体のなす単位体積当りの仕事 W は、非粘性流体の熱音響理論^{1,2)}によれば、3種類の仕事の和である：

$$W = W_{\text{prog}} + W_{\text{P}} + W_{\text{stand}}$$

$$W_{\text{prog}} = F_{\text{s}} \chi' \beta \nabla T_{\text{m}} I \\ = -(\nabla T_{\text{m}}/T_{\text{m}}) Q_{\text{prog}} \quad (8)$$

$$W_{\text{P}} = F_{\text{s}} \omega \chi'' (\beta^2 T_{\text{m}}/C) \frac{1}{2} p_0^2 \quad (9)$$

$$W_{\text{stand}} = -F_{\text{s}} \omega \chi'' \beta \nabla T_{\text{m}} \frac{1}{2} p_0 \xi_{0, \text{stand}} \\ = (\nabla T_{\text{m}}/T_{\text{m}}) Q_{\text{stand}} \quad (10)$$

振動流体のなす仕事 W は、熱流束 Q と同様に、 F_{s} に

比例している。

W_{prog} は、 χ' に比例しているので、等温可逆過程の結果である。スターリングエンジンなどのような進行波型原動機の蓄冷器では、 $Q_{\text{prog}}/T_m < 0$ なので、 $W_{\text{prog}} > 0$ である；振動流体は、高温部から低温部へ向かう熱流束 Q_{prog} により、単位体積当り W_{prog} だけ仕事をする。進行波型冷凍機の蓄冷器では、 $Q_{\text{prog}}/T_m > 0$ なので、 $W_{\text{prog}} < 0$ である；低温部から高温部へ向かう熱流束 Q_{prog} のためには、外界が流体に対して単位体積当り $-W_{\text{prog}}$ だけの仕事をしなければならない。 $-W_{\text{prog}}$ は、可逆過程の結果だから、損失ではない。

W_P と W_{stand} とは、 χ'' に比例しているので、不可逆過程の結果である。理想蓄冷器では $\chi''/\chi' = 0$ なので、 W_P と W_{stand} とは無視できて、 W_{prog} のみ考えればよい。

W_P は、流体の変位 ξ_0 あるいは流束 u_0 を含まず、圧力振幅 p_0 の 2 乗に比例している。また、 $\chi'' < 0$ なので、 $W_P < 0$ である。つまり、 W_P は、圧力振動のみに依存するエネルギー散逸であって、蓄冷器のポンピング損失である。外界は、圧力振動を維持するために、単位体積当り $-W_P$ だけ余計な仕事をしなければならない。

蓄冷器中の W_{stand} は、 $Q_{\text{stand}}/T_m \leq 0$ なので、 $W_{\text{stand}} \leq 0$ である： $-W_{\text{stand}}$ は、 Q_{stand} と同様に蓄冷器損失である。 $-W_{\text{stand}}$ は、 Q_{stand} に比例しているから、 $\phi = 0$ では消失する。 $-W_{\text{stand}}$ と Q_{stand} とは、有限の位相差 ϕ に関連する損失なので、どちらも蓄冷器の位相損失と呼ぶことにする。

蓄冷器に外界のなす仕事 $-W$ のうちで冷凍に役立っているのは $-W_{\text{prog}}$ だけで、 $-W_P$ と $-W_{\text{stand}}$ とは無駄な仕事なので、冷凍に役立つ仕事を大きくして無駄な仕事を減らすには $(W_P + W_{\text{stand}})/W_{\text{prog}}$ を小さくすればよい。 W_P 、 W_{stand} 、 W_{prog} は全て F_s に比例しているので、 $(W_P + W_{\text{stand}})/W_{\text{prog}}$ も F_s に依存しない。 W_P と W_{stand} は χ'' に比例し、 W_{prog} は χ' に比例しているから、 $(W_P + W_{\text{stand}})/W_{\text{prog}}$ を小さくするには、 $-\chi''/\chi'$ を小さくすればよい：無駄な仕事を減らすためにも、不可逆過程を減らして等温可逆過程に近付けるのがよい。

$\phi = 0$ の場合に $(W_P + W_{\text{stand}})/W_{\text{prog}}$ を小さくする方法を考える。この場合には位相損失 W_{stand} がないので、

$$(W_P + W_{\text{stand}})/W_{\text{prog}}$$

$$= W_P/W_{\text{prog}}$$

$$= (-\chi''/\chi')(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0/T_m)$$

である。 $(W_P + W_{\text{stand}})/W_{\text{prog}}$ を小さくするために、 $(-\chi''/\chi')$ を小さくすると、 $(Q_D + Q_{\text{stand}})/Q_{\text{prog}} = Q_D/Q_{\text{prog}}$ の大きさも小さくなる。つまり不可逆過程が減って等温可逆過程に近付くと、少ない外部仕事で大きな冷凍能力を発揮する。しかし、 W_P/W_{prog} を小さくするために、 $(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0/T_m)$ を小さくすると、 Q_D/Q_{prog} の大きさが大きくなる。

つまり、ポンピング損失の割合を小さくすることとシャトル損失の割合を小さくすることとは競合する。こうして $(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0/T_m)$ の大きさの最適値はどんな基準で決めたらよいかという問題が生じる。

5. 蓄冷器の効率

蓄冷器中の流体の単位体積当りに外界のなす仕事が $-W$ であり、その結果生じる熱流束が Q だから、蓄冷器の局所的 COP は

$$\text{Local COP} = -Q/W \quad (11)$$

である。局所的 COP は、 Q と W とが F_s に比例しているので、 F_s によらない：局所的 COP は蓄冷材の熱容量とは無関係である。 $-Q_{\text{prog}}/W_{\text{prog}} = T_m/T_m$ はカルノーサイクルの局所的 COP に等しいので、蓄冷器の % Carnot に相当する局所的効率

$$\eta = \frac{1 + (Q_{\text{stand}} + Q_D)/Q_{\text{prog}}}{1 + (W_{\text{stand}} + W_P)/W_{\text{prog}}} \quad (12)$$

となる。 η が 1 に近ければ近いほど効率のよい蓄冷器である。最低到達温度で $\eta = 0$ となる。以後この η を蓄冷器の効率と呼ぶことにする。冷凍機の蓄冷器では

$$(Q_{\text{stand}} + Q_D)/Q_{\text{prog}} \leq 0$$

$$(W_{\text{stand}} + W_P)/W_{\text{prog}} \geq 0$$

だから、 $0 \leq \eta \leq 1$ である。

効率 η の位相 ϕ 依存性を考える。 $\phi = 0$ では位相損失となる Q_{stand} と W_{stand} とがないので、効率を高くするためにも、 $\phi = 0$ が望ましい。

以下では位相損失のない場合のみ考える。この場合には、蓄冷器損失はシャトル損失とポンピング損失だけである：

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1 + Q_D/Q_{\text{prog}}}{1 + W_P/W_{\text{prog}}} \\ &= \frac{1 - (-\chi''/\chi')[(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0/T_m)]^{-1}}{1 + (-\chi''/\chi')(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0/T_m)} \end{aligned}$$

冷凍機の場合 $\eta \geq 0$ は、 $\phi = 0$ の場合には

Fig. 3 $[1 + (\chi''/\chi')^2]^{1/2} + (-\chi''/\chi')$ and $\eta_{\max}$ as a function of $-\chi''/\chi'$.

$(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m) \geq -\chi''/\chi'$ となる。等号は最低到達温度での温度分布に対応するので、 $-\chi''/\chi'$ が小さいほど大きな温度勾配が実現される。

$\phi=0$ の場合の η は、

$$\begin{aligned} & (\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m) \\ & = [1 + (\chi''/\chi')^2]^{1/2} + (-\chi''/\chi') \end{aligned}$$

の時に、最大値

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{2(-\chi''/\chi')}{[1 + (\chi''/\chi')^2]^{1/2} + (-\chi''/\chi')}$$

をとる。Fig. 3 に示すように

$$\begin{aligned} 1 & \leq [1 + (\chi''/\chi')^2]^{1/2} + (-\chi''/\chi') \leq 1 + \sqrt{2} \\ 3 - 2\sqrt{2} & \leq \eta_{\max} \leq 1 \end{aligned}$$

だから、効率を高くするには $(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m)$ の値は、 $(-\chi''/\chi')$ の大きさにもよるが、 $1 \sim 2$ 程度がよい。よい蓄冷器では $-\chi''/\chi' \sim 0$ だから

$$(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m) \sim 1$$

が望ましい。

比熱比 γ 、平均圧力 p_m の理想気体では

$$\begin{aligned} & (\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m) \\ & = (1 - \gamma^{-1})(p_0/p_m)(-T_m/\xi_0 \nabla T_m) \end{aligned}$$

となる。

多くの実験ではヘリウムガスを使い、圧力比 $(p_m + p_0)/(p_m - p_0)$ の値が2程度なので、実験に対応して $1 - \gamma^{-1} = 0.4$ 、 $p_0/p_m \sim (1/3)$ とすると、 $(1 - \gamma^{-1})(p_0/p_m)$

$p_m) \sim (1/8)$ である。したがって、例えば $(-\chi''/\chi') \sim (1/8)$ の場合には

$$(-T_m/\xi_0 \nabla T_m) \sim 10$$

で効率が最大となり、

$$(-T_m/\xi_0 \nabla T_m) \sim 2$$

で冷凍能力が理想の場合の $1/2$ になり

$$(-T_m/\xi_0 \nabla T_m) \sim 1$$

で冷凍能力がなくなる。

5. ま と め

非粘性流体の熱音響理論に基づいて蓄冷器の冷凍能力を議論し、次いで蓄冷器の局所的 COP を議論した。蓄冷器損失には、シャトル損失とポンピング損失だけでなく、位相損失もある。シャトル損失は冷凍能力を下げ、ポンピング損失は無駄な仕事を増す。位相損失は冷凍能力を低下させ無駄な仕事を増やす。

冷凍能力と蓄冷器効率を高め、最低到達温度を低くするには不可逆過程と位相損失を減らす次の方法がある。

(1) $\omega\tau$ を小さくして不可逆過程を減らす。このためには次の3方法がある。周波数を下げることと、平均圧力を下げて緩和時間 τ を短くすることと、一つの流路を狭くして緩和時間 τ を短くすることとである。流路を狭くする場合には流路の本数を増やして ξ_0 が大きくならないように注意する必要がある。

(2) 位相損失を減らす。このために流速振動と圧力振動との位相差 ϕ を小さくする。 $\phi=0$ がよい。

効率を度外視して、冷凍能力を高めるには、シャトル損失を小さくする。このためには $(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m)$ が大きいほうがよいので、

(3) 大きな圧力振幅と小さな変位とで運転する。

(4) $\beta T_m/C = (\partial T/\partial p)_s$ の大きな物質を作業流体とする。古典的理想気体では、

$$\begin{aligned} & (\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m) \\ & = (1 - \gamma^{-1})(p_0/p_m)(-T_m/\xi_0 \nabla T_m) \end{aligned}$$

だから、比熱比、圧力比を大きくする。

Q_{prog} を大きくするために、 F_s を大きくする。このためには次の3方法がある。熱容量の大きな物質を蓄冷材とすることと、蓄冷材の量を増やすことと、流体の平均圧力を低くして流体の熱容量を小さくすることとである。差動蓄冷器では $F_s = 1/2$ となる。

F_s を大きくすることは、冷凍能力の増大に寄与するが、輻射などの熱侵入が無視できれば到達温度や効率とは無関係であり、最低到達温度を下げるには(1)～

(4)の努力が必要である。

$\omega\tau \ll \pi$ の場合に、冷凍能力を最大にするように角周波数を選ぶと、冷凍能力は理想的蓄冷器の50%になる。

ポンピング損失とシャトル損失とは、 $(-\chi''/\chi')$ が一定なら、競合する。ポンピング損失の割合は $(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m)$ に比例し、シャトル損失の割合はこれに反比例するからである。効率を大きくするには

$$(\beta T_m/C)(-p_0/\xi_0 \nabla T_m)$$

は1~2程度がよい。

参 考 文 献

- 1) A. Tominaga: Proceedings of Third Japanese-Sino Joint Seminar on Small Refrigerators & Related Topics, Okayama (1989) 141
- 2) 富永 昭: 低温工学 25 (1990) 132
- 3) D.L. Elwell and H. Meyer: Phys. Rev. 164 (1967) 245
- 4) 富永 昭, 榎原良正: 第43回低温工学・超電導学会予稿集 (1990) 199
- 5) T. Kuriyama, R. Hakamada, H. Nakagome, Y. Tokai, M. Sahashi, R. Li, O. Yoshida, H. Seshake, K. Matsumoto and T. Hashimoto: Proceedings of Third Japanese-Sino Joint Seminar on Small Refrigerators & Related Topics, Okayama (1989) 111
- 6) 長尾政志, 稲口 隆, 吉村秀人: 第43回低温工学・超電導学会予稿集 (1990) 205
- 7) 稲口 隆, 長尾政志, 吉村秀人: 第43回低温工学・超電導学会予稿集 (1990) 206
- 8) 栗山 透, 高橋政彦, 中込秀樹, 瀬社家 光, 吉田 治, 李 瑞, 橋本巍洲: 第43回低温工学・超電導学会予稿集 (1990) 207