浸漬冷却型超電導導体の温度テイクオフ条件

西 尾 茂 文, 永 井 二 郎*

東京大学生産技術研究所 東京都港区六本木 7-22-1

* 東京大学大学院工学系研究科船用機械工学専攻 東京都港区六本木 7-22-1

(1991年6月7日受理)

Temperature Take-Off Condition of Superconductors Cooled in Liquid Coolant

Shigefumi NISHIO and Niroh NAGAI*

Institute of Industrial Science, University of Tokyo, 7-22-1 Roppongi, Minato-ku, Tokyo 106

* Marine Engineering, Division of Engineering, Graduate School,

University of Tokyo, 7-22-1 Roppongi, Minato-ku, Tokyo 106

(Received June 7, 1991)

Synopsis:

In the present paper, a model for the temperature take-off condition of superconductors cooled in a liquid coolant is presented to estimate the maximum operating current and allowable thermal disturbance in the critical current-margin design criterion for high performance magnet stability. In the model, the take-off time of conductor temperature is estimated as the sum of transient heat conduction and macrolayer evaporation periods. The former is estimated by a transient heat conduction analysis and an activation criterion of pre-existing nuclei. To estimate the latter, the macrolayer model proposed by Haramura and Katto for steady-state critical heat flux is extended to transient states. Prediction from the present model is in good agreement with the experimental data of the take-off time.

1. 緒 言

周知のように、超電導導体の冷却安定化には、クエンチ状態が定常状態となった状況を基準とする「定常安定化」と、擾乱発生→常電導領域発生→消滅あるいは伝播といった過渡過程を評価する「過渡安定化」とがある^{1,2)}。すなわち、前者では全体的あるいは局所的に常電導遷移した導体の定常発熱量が定常冷却量を下回るよう安定化するのに対し、後者では印加擾乱により形成される局所的常電導遷移が過渡冷却により擾乱終息後には消滅するよう安定化する。

ところで、一般に高安定化の概念は、高電流密度およびコンパクト化といったコイル性能に関する概念と両立せず、定常安定化ではコイル性能が犠牲となり、過渡安定化では安定化の程度が犠牲となる傾向にある。したがって、両者を高度に両立できる冷却安定化の発掘が必要となる。

本論文では、現段階で両者を高度に実現できるものとして、Iwasa³⁾により提案された「臨界電流マージン安定化」に注目し、この過渡安定化において対処できる擾乱エネルギーを評価する上で重要な、「導体温

度テイクオフ条件」のモデル化を試みる。

2. 臨界電流マージン安定化と温度テイクオフ条件

2.1 臨界電流マージン安定化

いま、超電導導体を通して流れている電流を I とし、冷却材飽和温度 T_{sn} における超電導材（臨界温度 T_{cr} ）の臨界電流を $I_{cr,sn}$ とすると、安定化材への電流分岐開始温度 T_{cs} は次式により与えられる⁴⁾。

$$T_{cs} = \left(1 - \frac{I}{I_{cr,sn}}\right)(T_{cr} - T_{sn}) + T_{sn} \quad (1)$$

ここで、エネルギー Q の熱擾乱が導体に印加されたときの導体到達最高温度を T_{mx} とすると、

$$T_{mx} < T_{cs} \quad (2)$$

であれば、常電導遷移すなわちジュール発熱は発生せず、少なくとも Q 以下のエネルギーの擾乱に対して導体は安定である。すなわち、この安定化が許容する最大通電電流 I_{mx} は、次式で与えられることになる。

$$I_{mx} = \left(1 - \frac{T_{cs} - T_{sn}}{T_{cr} - T_{sn}}\right) I_{cr,sn} \quad (3)$$

この種の安定化を、「臨界電流マージン安定化」³⁾ と

Fig. 1 Temperature-time history under stepwise heat input.

呼ぶ。

2.2 温度テイクオフ

超電導導体に熱擾乱が印加される場合の状況は、熱容量の小さい発熱体を過渡発熱させることにより模擬できる。例えば冷却材に浸漬された発熱体を、Fig. 1に示したように、発熱体表面熱流束 $[W/m^2]$ に換算して q の一定割合でステップ発熱させると過渡沸騰が生じる。この過程において冷却材に伝えられる熱流束を q_w とすると、 q_w が定常沸騰の限界熱流束 q_{SCHF} 以下の場合には、沸騰状態はやがて定常核沸騰状態に落ちつく。しかし、 q_w が q_{SCHF} 以上に至る場合には、発熱体温度は、発熱開始後の一定期間は上昇するが、その後のある期間は T_{TCHF} にほぼ静定し^{5,11)}、さらにその後発熱が続くと膜沸騰領域に向かって急上昇を開始する「温度テイクオフ」⁶⁾が発生する。

2.3 臨界電流マージン安定化と擾乱エネルギー

$q_w > q_{SCHF}$ の場合、温度テイクオフが発生するまでの（発熱体単位長さ当たりの）発熱量 $Q_{mx} [J/m]$ は、次式で与えられる。

$$Q_{mx} = \int_{T_{sn}}^{T_{TCHF}} A_c \rho_c c_c dT + \int_0^{\tau_{to}} S_w q_w dt \quad (4a)$$

ここで、 A_c は発熱体断面積 $[m^2]$ 、 S_w は発熱体単位長さ当たりの冷却面積 $[m^2/m]$ 、 ρ_c 、 c_c は発熱体密度 $[kg/m^3]$ 、比熱 $[J/kgK]$ であり、 τ_{to} は温度テイクオフ時間 $[s]$ である。また、熱容量の小さい発熱体では (4a) 式は次式となる。

$$Q_{mx} = S_w q_w \tau_{to} = S_w q \tau_{to} \quad (4b)$$

ここで、 q はステップ発熱熱流束 $[W/m^2]$ である。したがって、 $T_{TCHF} = T_{es}$ と選定できる冷却材が存在する場合には、(3) 式より、

$$I_{mx} = \left(1 - \frac{T_{TCHF} - T_{sn}}{T_{cr} - T_{sn}}\right) I_{cr, sn} \quad (5)$$

が持続時間 τ_{to} 、エネルギー Q_{mx} の擾乱に対して、常電導遷移を生じない最大通電電流を与える。この臨界電流マージン安定化では、ジュール発熱特性によらず安定限界が定まり、定常安定化などにおいてジュール発熱を低減するために要する安定化材が原理的には不要となり、電流密度が増大できることになる。しかし、この安定化により対処できる擾乱エネルギー Q_{mx} を評価するには、テイクオフ時間 τ_{to} 、テイクオフ温度 $T_{to} (= T_{TCHF})$ などの温度テイクオフ条件を明らかにする必要がある。

3. 温度テイクオフ条件のモデル化

以下では、ステップ発熱する発熱体を対象とする。

3.1 従来の温度テイクオフ条件モデル

これまでに、Schmidt⁶⁾ が超電導導体を対象として、また Serizawa⁷⁾ が原子炉炉心などを対象として、いずれも熱容量の小さい発熱体の温度テイクオフに関するモデルを提案している。

Schmidt は、発熱時の過渡熱伝導により冷却材中に形成される温度境界層厚さを δ として、厚さ δ の冷却材層がすべて蒸発するに要するエネルギーがこの層中に蓄積されたときに温度テイクオフが発生するとした。この考えに従えば、ステップ発熱時の温度テイクオフ条件として次式が成立する。

$$A_w q \tau_{to} = A_w \rho_l L \delta \quad (6)$$

ここで、 A_w は伝熱面積 $[m^2]$ 、 ρ_l は冷却媒密度 $[kg/m^3]$ 、 L は蒸発潜熱 $[J/kg]$ である。過渡熱伝導解より δ を求めると、(6) 式より次式が得られる。

$$\tau_{to} = \frac{4 \kappa_l \rho_l^2 L^2}{q^2} \quad (7)$$

ここで、 κ_l は冷却材の温度伝導率 $[m^2/s]$ である。この式は、大気圧液体ヘリウムにおける測定値に近い傾向を与える⁶⁾が、 $q = q_w \leq q_{SCHF}$ でも温度テイクオフが発生することになり、現実的でないと思われる。

一方、Serizawa は、甲藤・横谷⁸⁾ が提案した定常限界熱流束モデルを過渡限界熱流束 q_{TCHF} へと拡張した温度テイクオフモデルを提案している。甲藤・横谷の定常限界熱流束モデルは後述する本モデルとも関連するので、以下に概略を述べておく。すなわち、水平上向き平面系を例とすると、高熱流束核沸騰における沸騰構造は、Fig. 2 に示したように、沸騰面表面に形成される「マクロ液膜」と、その蒸発により液膜上部に

Fig. 2 Nucleate boiling at high heat fluxes.

形成される「合体気泡」とにより構成される。合体気泡は、マクロ液膜の蒸発により成長し、ある時間 τ_{bd} の後に離脱する。マクロ液膜は合体気泡が成長するにつれ消耗され、合体気泡が離脱する以前に消耗し尽くされると、沸騰面に乾燥面が現れ、限界熱流束に至る。本論文では、以上の考えを「マクロ液膜消耗モデル」と呼ぶ。要するに、マクロ液膜消耗モデルでは、核沸騰熱伝達における時間スケールに注目し、合体気泡離脱周期 τ_{bd} 内にマクロ液膜が消耗し尽くされると限界熱流束が発生すると考える。Serizawa は、マクロ液膜消耗モデルに基づき、さまざまな発熱条件 $q[t]$ に対して、 $q=q_{\text{SCHF}}$ となる時刻 $t=\tau_{\text{SCHF}}$ におけるマクロ液膜内液体と、それ以後にマクロ液膜に供給される液体の和の量の液体を蒸発させるに要するエネルギーが発熱体より与えられる時刻に温度テイクオフが発生するとしている。筆者らは、Serizawa のモデルを先導のモデルとして高く評価するが、合体気泡形成後のマクロ液膜への液体供給を考慮していることに疑問を持つと同時に、いくつかの整理式を必要としている点で発展させる必要があると考える。

3.2 温度テイクオフ条件の修正 Serizawa モデル

さて、本論文では、発熱体を定常限界熱流束に近いとかそれ以上の熱流束 q でステップ発熱させた場合の過渡沸騰様相を、前項のマクロ液膜消耗モデルを基礎として以下のように考える (Fig. 1 参照)。

① 過渡熱伝導期間：発熱体の発熱開始により、発熱体温度が上昇するとともに、冷却材中に過渡熱伝導により温度境界層が形成される ($0 < t < \tau_{sa}$)。

② 核沸騰開始：温度境界層が既存気泡核活性化条件⁹⁾を満足すると、気泡成長が開始されて過渡核沸騰が開始する ($t=\tau_{sa}$)。Steward⁵⁾の測定・試算によれば、液体ヘリウムでは $\tau_{sa} < t < \tau_{to}$ における発熱体温度上昇は小さく、発熱体温度は $t=\tau_{sa}$ でほぼ静定すると考えられる。したがってテイクオフ発生温度は、カピツツ抵抗を考慮した過渡熱伝導解析と 3.4 節で述べる既存気泡核活性化条件とにより定まる $t=\tau_{sa}$ における発熱体温度として評価できる。

③ マクロ液膜形成待ち期間：過渡核沸騰が開始すると、気泡発生点密度と気泡離脱頻度がともにしだいに高くなる ($\tau_{sa} \leq t < \tau_{sa} + \tau_{bc}$)。

④ マクロ液膜形成：気泡離脱頻度が十分に高くなると、Fig. 2 (a) のように気泡は蒸気茎を形成し、マクロ液膜と合体気泡が形成される ($t=\tau_{sa} + \tau_{bc}$)。既に述べたように、このときの発熱体温度は既に静定しへおり、したがって $q_w = q$ とする。

⑤ マクロ液膜消耗期間：マクロ液膜が形成されると、Fig. 2 (b) のようにマクロ液膜を消耗しながら合体気泡が成長する。この場合、合体気泡成長期間のマクロ液膜には液体は供給されないとする。マクロ液膜の形成から消滅に至るまでの時間を τ_{ml} 、合体気泡の形成から離脱に至る時間を τ_{bg} とすると、 $\tau_{ml} > \tau_{bg}$ の場合には、合体気泡離脱時に新たなマクロ液膜が形成されるので、やがて定常核沸騰状態に落ちつき温度テイクオフは発生しない。一方、 $\tau_{ml} < \tau_{bg}$ の場合には、合体気泡離脱以前に乾燥面が出現し温度テイクオフに至る ($t=\tau_{to}$)。

以上より、本論文ではテイクオフ時間 τ_{to} を次式で表す。

$$\tau_{to} = \tau_{sa} + \tau_{bc} + \tau_{ml} \quad (8)$$

3.3 マクロ液膜消耗期間

原村・甲藤¹⁰⁾は、上で述べた定常限界熱流束に関する「マクロ液膜消耗モデル」を発展させ、定常限界熱流束と重要な関連にあるマクロ液膜初期厚さ δ_{ml} を規定する機構として Kelvin-Helmholtz 不安定に注目し、 δ_{ml} に関する半理論式として次式を提案している。

$$\delta_{ml} = 0.00536 \rho_v \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right)^{0.4} \left(1 + \frac{\rho_v}{\rho_l} \right) \sigma \frac{L^2}{q_w^2} \quad (9)$$

ここで、 ρ_v は冷媒蒸気の密度 [kg/m^3]、 σ は表面張力 [N/m] である。既に述べたように、少なくともマクロ液膜消耗期間中は $q_w = q$ が成立する。そこで、 A_v を蒸気茎付着面積とすると、前節で述べたマクロ液膜消耗過程に要する時間 τ_{ml} は、平面発熱体の場合は、

$$A_w q \tau_{ml} = A_w \left(1 - \frac{A_v}{A_w} \right) \rho_l L \delta_{ml} \quad (10a)$$

直径 D の円柱発熱体の場合は、

$$A_w q \tau_{ml} = A_w \left(1 + \frac{\delta_{ml}}{D} - \frac{A_v}{A_w} \right) \rho_l L \delta_{ml} \quad (10b)$$

となる。いま $\delta_{ml} \ll D$ の場合を考えると、発熱体が平

Fig. 3 Non-dimensional macrolayer life-time.

面あるいは円柱の双方について (10) 式は同じ式となり、したがって、一般に $A_v/A_w \ll 1^{(10)}$ であることを考慮し、(10) 式に (9) 式を代入すると次式を得る。

$$\tau_{ml} = 0.00536 \rho_v \rho_l \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right)^{0.4} \left(1 + \frac{\rho_v}{\rho_l} \right) \sigma \frac{L^3}{q^3} \quad (11)$$

ただし、既に述べたように、温度テイクオフは次の場合に起こる。

$$\tau_{ml} < \tau_{bg} \quad (12)$$

Sakurai ら¹¹⁾は、直径 $D=0.3$ mm の水平円柱系における液体ヘリウム過渡核沸騰の τ_{ml} の測定を行っている。 $p=67.04$ kPa における彼らの測定値 τ_{mle} と (11) 式の値 τ_{mle} との比 τ_{ml}^* を、印加ステップ熱流束 q に対して Fig. 3 に示した。図中の水平実線は $\tau_{ml}^*=2$ 、鉛直実線は液体ヘリウム-水平円柱系の定常限界熱流束に関する Sakurai ら¹¹⁾の整理式の値である。この図より、 τ_{ml} の予測式として次式が得られる。

$$\tau_{ml}^* = 2 \quad (13a)$$

すなわち、

$$\tau_{ml} = 0.0107 \rho_v \rho_l \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right)^{0.4} \left(1 + \frac{\rho_v}{\rho_l} \right) \sigma \frac{L^3}{q^3} \quad (13b)$$

(13) 式を q について書き直すと、この式は τ_{ml} の寿命を有する核沸騰の過渡限界熱流束 q_{CHF} を表す式とも考えられる。Fig. 4, 5 は、圧力をパラメータとして彼らの液体ヘリウムの測定値を、Fig. 6 は彼らの水の測定値¹²⁾を、それぞれ (13) 式の予測値 (実線) と比較したものである。これらの図より、過渡沸騰における温度テイクオフ時間を構成するマクロ液膜消耗時間 τ_{ml} の予測式として (13) 式が一般性を有することがわかる。

3.4 温度テイクオフ時間

さて、本論文では、温度テイクオフ時間 τ_{to} は (8)

Fig. 4 Macrolayer life-time of liquid helium.

Fig. 5 Macrolayer life-time of liquid helium.

Fig. 6 Macrolayer life-time of water.

式で与えており、 τ_{to} を評価するにはさらに、核沸騰開始に要する待ち時間 τ_{sa} と、核沸騰開始からマクロ液膜 (あるいは合体気泡) 形成までの待ち時間 τ_{bc} とを評価する必要がある。

τ_{bc} については、現在のところ評価する方法がなく、ここでは $\tau_{bc} \ll \tau_{sa} + \tau_{ml}$ と仮定する。この場合は、(8) 式は次式となる。

$$\tau_{to} \sim \tau_{sa} + \tau_{ml} \quad (14)$$

また、 τ_{sa} は以下のように評価できる。既存気泡核活性化理論¹³⁾によれば、均一温度場において半径 R のキャビティに捕獲された気泡核は、次式で与えられる過熱度で活性化し気泡を発生し始める。

$$T - T_{sn} = \frac{2 \sigma (\rho_l - \rho_v) T_{sn}}{\rho_l \rho_v L R} \quad (15)$$

いま、 $0 \leq t < \tau_{sa}$ の間の過渡熱伝導を 1 次元とし、冷却材中に形成される温度分布を発熱体表面からの距離

x の 2 次式で近似して、境界条件および初期条件より係数を定めると、発熱体熱容量が小さい場合について次式を得る。

$$T_l - T_{sn} = \frac{q\delta}{2k_l} \left\{ \left(\frac{x}{\delta} \right) - 1 \right\}^2 \quad (16)$$

ここで、 δ は過渡熱伝導における温度境界層厚さ、 k_l は冷却材の熱伝導率 [W/mK] である。一方、エネルギーの保存式より次式が成立する。

$$q = \frac{d}{dt} \left\{ \int_0^\delta \rho_l c_l (T_l - T_{sn}) dx \right\} \quad (17)$$

(16), (17) 式より、 δ に関する次式が得られる。

$$\delta = (6 \kappa_l t)^{1/2} \quad (18)$$

核沸騰開始条件は発熱体近傍の温度分布により定まるので、冷却材温度分布を (16) 式の $(\partial T_l / \partial x)_{x=0}$ の勾配を有する直線で近似する。すなわち、

$$T_l - T_{sn} = \frac{q}{k_l} \left(\frac{\delta}{2} - x \right) \quad (19)$$

となる。 $x=R$ における冷却材温度が (15) 式を満足すると既存気泡核が活性化され核沸騰が開始するとする⁹⁾ と、(15), (19) 式より次式が得られる。

$$\frac{q}{k_l} \left(\frac{\delta}{2} - R \right) = \frac{2 \sigma (\rho_l - \rho_v) T_{sn}}{\rho_l \rho_v L R} \quad (20)$$

この式は R に関する 2 次方程式であり、 τ_{sa} の最短時間はこの 2 次方程式の重根条件で与えられる。すなわち、

$$\tau_{sa, mn} = \frac{16 \sigma c_l (\rho_l - \rho_v) T_{sn}}{3 \rho_v L q} \quad (21)$$

また、(18), (20) 式より、半径 R のキャビティに捕獲された気泡核は、次の待ち時間 $\tau_{sa}[R]$ の後に活性化する。

Fig. 7 Transient heat-conduction period.

Fig. 8 Take-off time of liquid helium.

$$\tau_{sa}[R] = \left(\frac{4 \sigma (\rho_l - \rho_v) k_l T_{sn}}{\rho_l \rho_v L R q} + 2 R \right)^2 / (6 \kappa_l) \quad (22)$$

Fig. 7 に (22) 式の τ_{sa} の値を例示した。 τ_{sa} は当然、発熱体表面に存在する既存気泡核分布に依存する。一方、Steward⁵⁾ が熱伝導計算と発熱体温度履歴の測定値より推定した τ_{sa} の値は、例えば $q = 10 \text{ kW/m}^2$ では $\tau_{sa} \sim 10^{-5} \text{ s}$ 、 60 kW/m^2 では 10^{-6} s 程度である。この値と Fig. 7 を比較すると、既存気泡核が $R < 0.007 \mu\text{m}$ 程度以下の半径範囲に存在するとすると、彼の待ち時間の推定値が説明できることがわかる。この半径範囲は、液体ヘリウムの接触角が小さいことを考えると不自然な値ではないと考えられる。

したがって、Steward の τ_{sa} の推定値はほぼ妥当と考えられ、液体ヘリウムにおける τ_{sa} は τ_{ml} に比べて十分に小さいと判断できる。以上より、液体ヘリウムでは次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \tau_{to} &= \tau_{sa} + \tau_{bc} + \tau_{ml} \sim \tau_{ml} \\ &= 0.0107 \rho_v \rho_l \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right)^{0.4} \left(1 + \frac{\rho_v}{\rho_l} \right) \sigma \frac{L^3}{q^3} \end{aligned} \quad (23)$$

Fig. 8 に、大気圧液体ヘリウムの τ_{to} の測定値^{5,6,14)} と (23) 式とを比較したが、一致は良好であると考えられる。ちなみに、Schmidt⁶⁾ の (7) 式は $\tau_{to} \sim q^{-2}$ であり、実験値と傾向を異にするとともに、紙面の都合で図示しないが水や高温超導体の冷却材として考えられている液体窒素ではテイクオフ時間を顕著に過大評価する。

4. 結 論

本論文では、コンパクト化・高電流密度といったコイル性能と安定性とを高度に両立できる臨界電流マージン安定化に注目し、この安定化により常電導遷移を発生せずに対処できる擾乱エネルギーおよび最大通電電流を評価する上で重要な温度テイクオフ条件のモデル的検討を、ステップ加熱について行った。本論文で

提案したモデルは、核沸騰開始からマクロ液膜形成までの待ち時間が省略されていること、経験定数を一つ含むことなど問題を残しているが、テイクオフ時間とステップ発熱量との一般的関係をきわめてよく表現する。

参 考 文 献

- 1) 西尾茂文：生産研究 41 (1989) 745
- 2) 西 正孝：低温工学 24 (1989) 198
- 3) Y. Iwasa: Cryogenics 19 (1979) 705
- 4) B.J. Maddock, et al.: Cryogenics 9 (1969) 261
- 5) W.G. Steward: Int. J. Heat Mass Transfer 21 (1978) 863
- 6) C. Schmidt: Appl. Phys. Lett. 32 (1978) 827
- 7) A. Serizawa: Int. J. Heat Mass Transfer 26 (1983) 921
- 8) 甲藤好郎, 横谷定雄：日本機械学会論文集 34 (1968) 345
- 9) C.Y. Han and P. Griffith: Int. J. Heat Mass Transfer 8-6 (1965) 887
- 10) 原村嘉彦, 甲藤好郎：日本機械学会論文集 (B編) 49 (1983) 1919
- 11) A. Sakurai, et al.: Adv. Cryog. Eng. 35A (1989) 377
- 12) A. Sakurai and M. Shiotsu: Trans. ASME, Ser. C, 99 (1977) 547
- 13) 西尾茂文：日本機械学会論文集 (B編) 54 (1988) 1802
- 14) C. Schmidt: *Stability of Superconductors*, Int. Inst. Refrig., Paris (1981) 17