超電導マグネットの力学的挙動とコイル剛性

進藤 裕英, 庄子 哲雄*, 中島美樹子**, 中嶋 秀夫***
杉本 誠***, 吉田 清***, 辻 博史***

東北大学工学部材料加工学科 仙台市青葉区荒巻字青葉

* 東北大学工学部破壊力学応用研究施設 仙台市青葉区荒巻字青葉

** 東北大学工学部機械航空工学科 仙台市青葉区荒巻字青葉

*** 日本原子力研究所那珂研究所 茨城県那珂郡那珂町向山 801-1

(1991年8月27日受理)

Mechanical Behavior and Coil Rigidity of Superconducting Magnet

Yasuhide SHINDO, Tetsuo SHOJI,* Mikiko NAKAJIMA,** Hideo NAKAJIMA,***
Makoto SUGIMOTO,*** Kiyoshi YOSHIDA*** and Hirohumi TSUJI***

Department of Materials Processing, Faculty of Engineering, Tohoku University,
Aramaki Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai 980

* Research Institute for Fracture Technology, Faculty of Engineering, Tohoku University,
Aramaki Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai 980

** Department of Aeronautics and Space Engineering, Faculty of Engineering, Tohoku University,
Aramaki Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai 980

*** Japan Atomic Energy Research Institute, 801-1 Mukaiyama, Naka-machi, Naka-gun, Ibaraki 311-01

(Received August 27, 1991)

Synopsis:

A theoretical and experimental study on the mechanical behavior of the coil structure of a superconducting magnet have been performed to evaluate the coil rigidity. A two-dimensional finite element analysis of the composite structure is used to interpret the experimental results. It was found that the sample coil received the bending moments, so the bending effect should be considered. The validity and limitations of analytical and numerical techniques for evaluating the coil rigidity was examined.

1. 緒 言

現在計画中の次期大型核融合装置では、プラズマの磁気閉じ込めに強磁場が大きな空間で必要となるため、大型超電導マグネットを使用しなければならぬ。また、超電導マグネットの大型化、高磁界化により、超電導マグネットには、巨大な電磁力が作用し、極低温環境下においては、冷却熱応力も生じる。このような電磁力や冷却熱応力は、電気的・熱的絶縁材料としての複合材料中に存在するマイクロクラック進展、導体と絶縁材のすべり・剝離を誘起し、コイル剛性を劣化させる。超電導コイル剛性評価は、コイルの応力解析のほか超電導マグネットの構造健全性評価に不可欠であり、その評価手法確立は急務の研究課題である。

超電導コイル剛性評価に関し、Hattori et al.¹⁾はモ

ノリス導体からなる浸漬冷却型超電導コイルについて剛性評価試験を行っている。また、Nakajima et al.²⁾は強制冷却型実証ポロイダル・サンプルコイルの剛性試験を行い、予想以上のコイル剛性劣化現象を報告している。これらの研究では、理論値と実験値の間かなりの差が認められ、コイルの適切な剛性評価および剛性劣化現象の解釈までには至っていない。超電導マグネットの応力解析は、従来 Kokavec et al.³⁾, Arp⁴⁾, Bobrov et al.⁵⁾によって行われているが、解析対象はいずれも小型のソレノイドマグネットであり、複合則を利用し、異方性材料モデルを用いて、解析が行われている。大型超電導コイル構造においては、コイルの初期不完全性や、導体と絶縁材のすべり・剝離等、小型ソレノイドマグネットでは顕著でない現象が数多く発生しており、応力解析に均質異方性材料モデルを採用すると、大きな誤差を生じるようである。したがっ

て、超電導コイル剛性評価法を確立していくためには、より精密で実際の状態に近い解析モデルを採用し、正確なコイル剛性特性に係わる基礎データを蓄積していかなければならない。本研究は、モノリス導体を用いて巻線したサンプルコイルを対象に、コイル剛性評価法について基礎的検討を行ったもので、超電導コイル剛性評価試験結果を踏まえて、実験結果の解釈および理論ならびに数値解析を行い、コイル剛性評価法確立に資する。

2. 一様内圧を受ける不均質直交異方性円環

超電導コイルの応力解析は、コイル構造や荷重不均一などを考慮する必要があるが、まず最初に、第一近似として、不均質直交異方性円環モデルを採用し、一様内圧が作用する場合を考える。Fig. 1 に示すように、極座標 (r, θ) 、直角座標 (x, y) を採用する。コイル構造は m 個の等方性導体リングおよび $m+1$ 層の異方性絶縁材より構成されるものとする。

問題の対称性より、 i 番目リングの平衡方程式は

$$\frac{d\sigma_{ri}}{dr} + \frac{\sigma_{ri} - \sigma_{\theta i}}{r} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (1)$$

ここに、添字 i は i 番目リングを示し、 σ_{ri} , $\sigma_{\theta i}$ は、おのおの径方向および周方向応力成分、 $k=2m+1$ はリングの総数である。

一般化平面応力を仮定すると、直交異方性材料に対する応力とひずみの関係式は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ri} &= \frac{E_{\theta i}}{n_i^2 - \nu_{\theta ri}^2} (\varepsilon_{ri} + \nu_{\theta ri} \varepsilon_{\theta i}) \\ \sigma_{\theta i} &= \frac{E_{\theta i}}{n_i^2 - \nu_{\theta ri}^2} (\nu_{\theta ri} \varepsilon_{ri} + n_i^2 \varepsilon_{\theta i}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

直交異方性材料では、相反定理により次式が成立す

る。

$$\frac{\nu_{\theta ri}}{E_{\theta i}} = \frac{\nu_{r\theta i}}{E_{ri}} \quad (3)$$

ここに、 ε_{ri} , $\varepsilon_{\theta i}$ はひずみ成分、 $n_i^2 = E_{\theta i}/E_{ri}$ は材料の異方性を表すパラメータ、 E_{ri} , $E_{\theta i}$ は r, θ 方向の縦弾性係数である。また、 $\nu_{\theta ri}$, $\nu_{r\theta i}$ は Poisson 比であり、 $\nu_{\theta ri}$ は、 θ 方向垂直応力による θ 方向垂直ひずみを $\varepsilon_{\theta\theta i}$, r 方向垂直ひずみを $\varepsilon_{r0 i}$ とすると、 $\nu_{\theta ri} = -\varepsilon_{r0 i}/\varepsilon_{\theta\theta i}$ である。ひずみを径方向変位 u_i で表すと

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ri} &= \frac{du_i}{dr} \\ \varepsilon_{\theta i} &= \frac{u_i}{r} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式 (2)~(4) を考慮すると、変位で表した平衡方程式は次のようになる。

$$\frac{d^2 u_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_i}{dr} - n_i^2 \frac{u_i}{r^2} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (5)$$

式 (5) を解くと

$$u_i = c_{1i} r^{n_i} + c_{2i} r^{-n_i} \quad (6)$$

ここに、 c_{1i} , c_{2i} は境界条件式より決定される未知係数である。ひずみおよび応力を求めると

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ri} &= \frac{du_i}{dr} = n_i c_{1i} r^{n_i-1} - n_i c_{2i} r^{-n_i-1} \\ \varepsilon_{\theta i} &= \frac{u_i}{r} = c_{1i} r^{n_i-1} + c_{2i} r^{-n_i-1} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ri} &= \frac{E_{\theta i}}{n_i^2 - \nu_{\theta ri}^2} [(n_i + \nu_{\theta ri}) c_{1i} r^{n_i-1} - (n_i - \nu_{\theta ri}) c_{2i} r^{-n_i-1}] \\ \sigma_{\theta i} &= \frac{E_{\theta i} n_i}{n_i^2 - \nu_{\theta ri}^2} [(n_i + \nu_{\theta ri}) c_{1i} r^{n_i-1} + (n_i - \nu_{\theta ri}) c_{2i} r^{-n_i-1}] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

リング間の連続条件を仮定すると、境界条件式は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r1}(R_1) &= -p \\ \sigma_{rk}(R_2) &= 0 \\ \sigma_{ri}(r_i) &= \sigma_{ri+1}(r_i) \quad (i=1, 2, \dots, k-1) \\ u_i(r_i) &= u_{i+1}(r_i) \quad (i=1, 2, \dots, k-1) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 r_i は i 番目リングの外半径、 p はコイルに作用する内圧であり、 R_1 , R_2 はそれぞれコイルの内半径と外半径である。 $2k$ 個の未知係数 c_{1i} , c_{2i} は $2k$ 個の連立一次方程式 (9) より求まる。

材料定数がすべてのリングで等しく E_r , E_θ , $\nu_{\theta r}$ であると仮定すると、未知係数は、 $c_{11}=c_{12}=\dots=c_{1k}=c_1$, $c_{21}=c_{22}=\dots=c_{2k}=c_2$ となり、均質直交異方性円環の場合の解が得られる。すなわち

Fig. 1 Inhomogeneous orthotropic annular plate.

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{(n-\nu_{\theta r})R_2^{-2n}}{R_1^{n-1}(R_1^{-2n}-R_2^{-2n})} \frac{p}{E_\theta} \\ c_2 &= \frac{n+\nu_{\theta r}}{R_1^{n-1}(R_1^{-2n}-R_2^{-2n})} \frac{p}{E_\theta} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、 $n^2=E_\theta/E_r$ であり、等価ヤング率 E_r , E_θ は複合則より求まり

$$E_r = \frac{\sum_{i=1}^k L_i}{\sum_{i=1}^k \frac{L_i}{E_{ri}}}, \quad E_\theta = \frac{\sum_{i=1}^k E_{\theta i} A_i}{\sum_{i=1}^k A_i} \quad (11)$$

上式中、 A_i , L_i は、それぞれ i 番目リングの断面積および径方向長さである。また、等価 Poisson 比 $\nu_{\theta r}$, $\nu_{r\theta}$ は

$$\nu_{\theta r} = \frac{\sum_{i=1}^k \nu_{\theta r i} A_i}{\sum_{i=1}^k A_i}, \quad \nu_{r\theta} = \frac{E_r}{E_\theta} \nu_{\theta r} \quad (12)$$

3. 超電導コイル

サンプルコイルは、GFRP テープで絶縁したモノリス導体を巻いた2種類の試作パンケーキ（巻張力 2.4 kN）で、詳細を Table 1 に示す。2種類のコイルを考え、GFRP テープがフィラー（マイカ）を含む場合をコイルG01、フィラーを含まない場合をコイルG02とする。また、コイル内の導体断面形状を Fig. 2 に、サンプルコイルおよび荷重点の位置を Fig. 3 に示す。12 個の矢印が荷重点で、丸印（0° および 180° 方向、1, 5, 10 ターン上）がコイルの表・裏面における径方向と周方向ひずみ測定位置であり、ひずみゲージはモノリス導体に直接貼付してある。

Table 1 Sample coil.

Conductor	
Material	NbTi/Cu-Monolithic
Cu/Sc ratio	8.0
Size	7×7 mm ²
Young's modulus	108.8 GPa
Poisson's ratio	ν : 0.33
Insulator	
Material	GFRP
Young's modulus	E_r : 5.9 GPa E_θ : 19.6 GPa
Poisson's ratio	$\nu_{\theta r}$: 0.21
Shape	
Size	I.D. 655×O.D. 807
Num. of turn	10 turns
Force loading	12 points

Fig. 2 Cross section of coil.

Fig. 3 Sample coil and loading point.

内周および外周における径方向変位を測定するため、変位計を Fig. 4 のように内・外周の4方向（90°ごと）に取り付けた。実験では、6 個の油圧ラムによってサンプルコイルに内側 12 点で段階的に負荷し、荷重・発生ひずみおよび変位の測定を行った。

上述のサンプルコイルを同心リングからなる均質および不均質な構造と考え、コイル内周 12 点に荷重を加えて、有限要素法による解析を行った。実験結果を検討した結果、荷重のばらつきが±8%以内であるこ

Fig. 4 Displacement gauge position.

とから、12点で等しい荷重が作用するものとして解析を進めた。不均質モデルの有限要素法の計算においては、対称性から4分の1の部分を対象に、また、超電導コイル絶縁材の径方向寸法がきわめて小さい点を考慮し、945個の四角形8節点アイソパラメトリック要素を採用し、節点総数は2,968とした。外力としての荷重は、実測総荷重から1点当たりの荷重を算出し、負荷治具幅を考慮して分布させた。また、均質モデルの計算に必要な等価横弾性係数 $G_{r\theta}$ は、等価縦弾性係数と同様にコイル構造を考慮し、複合則より算出した。すなわち

$$G_{r\theta} = \frac{\sum_{i=1}^k G_{r\theta i} L_i}{\sum_{i=1}^k L_i} \quad (13)$$

4. 数値解析結果および考察

数値解析には、Table 2に示す弾性定数を用い、 E_s , G_s , ν_s は NbTi/Cu の弾性定数、 E_{gr} , $E_{g\theta}$, $G_{gr\theta}$, $\nu_{g\theta r}$ は GFRP の弾性定数である。GFRP の弾性定数はフィラーを含む場合と含まない場合とで同じである。Fig. 5はコイル G01 に対する $r=361.7\text{ mm}$ における表面、裏面周方向ひずみ-荷重曲線であり、ひずみ値は $\theta=0^\circ$ と 180° の平均値を用いた。超電導コイルは、支持条件などの影響を受けやすく、ひずみ測定値はどれも理論解析値と大きな差を示している。この差は何らかの原因でコイルに作用する曲げの影響と考えられるため、表面と裏面での測定値の平均値をとることにより、曲げの影響を除いて検討を行った。破線

Table 2 Elastic constants.

1) Homogeneous

E_r (GPa)	44.4
E_θ (GPa)	95.4
$G_{r\theta}$ (GPa)	17.1
$\nu_{\theta r}$	0.31

2) Inhomogeneous

NbTi/Cu	E_s (GPa)	108.8
	G_s (GPa)	40.9
	ν_s	0.33
GFRP	E_{gr} (GPa)	5.9
	$E_{g\theta}$ (GPa)	19.6
	$G_{gr\theta}$ (GPa)	2.3
	$\nu_{g\theta r}$	0.21

Fig. 5 Strain ε_θ versus total load for inhomogeneous orthotropic annular plate.

は実験結果の表面と裏面における平均値を示し、有限要素解析では、不均質直交異方性円環モデルを用いた。表面と裏面の平均値は、有限要素法による理論値と良く一致している。

Fig. 6はコイル G01 を一様内圧を受ける均質直交異方性円環として解析した総荷重 28.5 kN における r 方向のひずみ分布を示したものである。実験結果における平均値は、 0° および 180° 方向の測定点の表面、裏面のひずみの平均値であり、曲げおよび荷重不均一の影響を取り除いている。理論値と実験値との間で、特に ε_r にかんがりの差が生じており、理論値のほうが大きなひずみを示している。その原因は、実験値がモノリス導体のひずみ値を示すのに対し、均質直交異方性円環モデルの理論値は、均質化構造の平均化さ

Fig. 6 Strains ε_r , ε_θ with r for homogeneous orthotropic annular plate (uniform pressure).

Fig. 7 Strains ε_r , ε_θ with r for inhomogeneous orthotropic annular plate (uniform pressure).

れたひずみ値を示すことによる。すなわち、径方向ひずみ理論値 ε_r は、絶縁材リングの著しく大きな径方向ひずみ値を反映した値となっている。Fig. 7 は一様内圧を受ける不均質直交異方性円環モデルに対する Fig. 6 と同様な結果であり、総荷重 28.5 kN に対するコイル G01 の半径 r に対するひずみの変化を示す。径方向ひずみ ε_r に関しては、実験による表面および裏面の平均値と良く一致している。これに対し、周方向ひずみ ε_θ に関しては、内周および外周近傍で実験値とわずかな差はあるが差異を示す。これは一様内圧を仮定していることに起因すると考えられる。

Fig. 8 は不均質直交異方性円環モデルに対する有限要素法の結果であり、コイル G01 を対象とした。理論値は外周部の周方向ひずみを除いて実験値と良く一致している。コイル G02 に対しても同様な実験および数値計算を行った。フィラー非充填 GFRP 絶縁材

Fig. 8 Strains ε_r , ε_θ with r for G01.

Fig. 9 Strains ε_r , ε_θ with r for G02.

を使用したコイル G02 の結果は、Fig. 9 に示すようにコイル G01 とほぼ同様な挙動を示している。

変位についても有限要素法を用いて数値解析を行い実験値と比較した。変位はコイルの内周および外周の 4 方向において測定を行った。各方向について検討を行った結果、 210° 方向に剛体変位を生じており、この影響を除くため 4 方向の平均値をとって実験値を求め、数値解析値と比較した。G01 のコイルで総荷重 28.5 kN の時、変位の測定値は内周および外周でそれぞれ 0.03 mm, 0.008 mm であるのに対し、理論値はそれぞれ 0.026 mm, 0.025 mm であった。内周における変位実験値は、理論値と良く一致しているのに対し、外周での変位測定値は、理論値と比較してかなり小さい値を示している。実験値の傾向は Nakajima et al. が強制冷却型サンプルコイルで得た結果と同様である^{2),*1}。

5. 結 論

均質および不均質直交異方性円環モデルを用い、サンプルコイルのひずみおよび内・外周変位について、理論値と実験値の比較を行った。結果を要約すると以下の通りである。

- 1) サンプルコイルには曲げが作用しているが、表面および裏面における平均のひずみ実験値を用いると、ひずみの理論値と実験値は良く一致する。
- 2) 一様内圧を仮定した理論解析の場合、均質直交異方性円環モデルの r 方向ひずみ ε_r に対する理論値

*1 前述のように実際のサンプルコイルには曲げが生じており、実験値は一般化平面応力を仮定した理論値より小さくなるものと考えられる。

は実験値との間に大きな差を示し、不均質直交異方性円環モデルの理論値は、最内および最外ターンの θ 方向ひずみ ε_θ を除いて実験結果と良く一致する。

3) 有限要素解析の場合、不均質直交異方性円環モデルの理論値は最外ターンの θ 方向ひずみ ε_θ において実験値とわずかな差を示すが、それ以外は実験値と非常に良く一致する。

4) コイル内・外周変位に対する4方向平均の実験値と有限要素法理論値を比較した。内周変位の理論値は実験値と良く一致するのに対し、外周変位の実験値は理論値と比較してかなり小さい値を示す^{*2}。

---

^{*2} これはサンプルコイルに生じている曲げに起因すると考えられる。

参 考 文 献

- 1) Y. Hattori, et al.: 9th International Conference on Magnet Technology (MT-9), Zurich (1985) 371
- 2) H. Nakajima, et al.: 11th International Conference on Magnet Technology (MT-11), Tsukuba (1989) 824
- 3) J. Kokavec and L. Cesnak: J. Phys. D: Appl. Phys. 10 (1977) 1451
- 4) V. Arp: J. Appl. Phys. 48 (1977) 2026
- 5) E.S. Bobrov and J.E.C. Williams: Mechanics of Superconducting Structure, AMD-41 (1980) 13