蓄熱器のエネルギー流束の位相依存性

富 永 昭

筑波大学物理学系 つくば市天王台 1-1-1

(1991年9月5日受理)

Phase Dependence of Energy Flows in a Regenerator

Akira TOMINAGA

Institute of Physics, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennohdai, Tsukuba 305

(Received September 5, 1991)

Synopsis:

In order to discuss energy flows in a regenerator, distributions of temperature, energy flows, amplitude of displacement and phase angle are calculated using thermoacoustic theory of inviscid fluid. Although function of the regenerator varies depending on the phase at the cold end, the regenerator behaves as a converter between heat and work flows. Enthalpy flow for the refrigeration mode is a part of energy flow, which remains unconverted, and it corresponds to regenerator loss. Regarding the regenerator as an amplifier of energy flows, the regenerator of work-amplifier mode amplifies work-flow by using heat flowing in at the hot end as an energy source. The amplification coefficient is smaller than a ratio of temperature at the hot end to one at the cold end, T_H/T_c . The regenerator of refrigeration mode amplifies heat flow by using work flowing in at the hot end as an energy source. The amplification coefficient is larger than T_H/T_c . Regarding the regenerator as a converter of energy flows, it converts work flow to heat flow of the inverse direction for the refrigeration mode, and it converts heat flow to work flow for the work-amplifier mode and the self-sustained oscillation mode. Efficiencies of these conversions are COP of the regenerator for the refrigeration mode and thermodynamic efficiency of the regenerator for the work-amplifier mode and the self-sustained oscillation one.

1. はじめに

蓄熱器という言葉は regenerator (あるいは recuperator) の邦訳の一つである。パルス管冷凍機, GM 冷凍機, スターリング冷凍機などの冷凍機では蓄冷器と呼ばれ, スターリングエンジンでは蓄熱器あるいは再生器と呼ばれているが, この論文ではどの場合にも蓄熱器と呼ぶことにする。

蓄熱器の構成材料は蓄熱材と呼ばれ, 蓄熱材の間隙で作業流体が振動運動することにより, 蓄熱器がその機能を発揮する。流体は, 運動の半周期で蓄熱材に熱を預け, 残りの半周期で熱を回収する。したがって蓄熱材には, 熱容量が大きくて表面積の大きな材料が選ばれる。熱を蓄熱材に預けることを重視した訳語が蓄冷器や蓄熱器であり, 逆に熱を蓄熱材から回収することを重視した訳語が再生器であろう。

蓄熱器は, 熱の授受という視点だけから眺めれば, 一種の熱交換器に過ぎない。このために, 蓄熱器の熱交換器としての効率を単純に蓄熱器の効率と呼ぶことがある¹⁾。

他方, 流体の運動にはエネルギーの輸送が伴う。例えば自由空間中での流体の振動運動では, 音波の形で仕事の輸送が生じ, 運動する流体が壁などと熱交換する場合には, ドリームパイプ²⁾のように熱の輸送も生じる。

流体の振動運動によるエネルギー流束を計算するために, 非粘性流体の熱音響理論³⁾を使うことができる。熱音響理論の第1段階は主に熱力学的議論なので, これに基づく限り蓄熱器の議論⁴⁾は準局所的議論にならざるを得ない。最近になって流体の運動論を含む熱音響理論が進展した⁵⁾。これを熱音響理論の第2段階と呼ぶ。これも第1段階と同様に非粘性流体を対

象とする線形理論である。

この論文では、エネルギー輸送の視点から蓄熱器を考察する。蓄熱器のエネルギー流束の周波数依存性については文献5)に述べられているので、この論文では位相依存性に議論的を絞る。

まず、計算に使った蓄熱器のモデルを示し、次に、計算の結果得られた温度、エネルギー流束、変位の振幅、位相などの分布を使って、蓄熱器の機能を考察する。最後に、エネルギー流束の変換の立場から蓄熱器の効率を議論する。

2. 蓄熱器のモデル

蓄熱材を内半径 r_0 、長さ L のキャピラリーの束と見なす：蓮根や煉炭のような形状を思い起こしてほしい。全流路断面積を A とすると、キャピラリーの本数は $A/\pi r_0^2$ 、流体の占める体積は AL 、熱交換の表面積は $2LA r_0$ である。

数値計算に使ったモデルでは

$$r_0 = 0.1 \text{ mm}, L = 100 \text{ mm}, A = 300 \text{ mm}^2$$

とした：内径 0.2 mm、長さ 100 mm のキャピラリーを約 10,000 本束ねた構造で、流体の占める体積は 30 cm^3 、熱交換の表面積は 0.6 m^2 である。また、蓄熱材の熱容量が十分に大きい蓄熱器を想定して $F_s = 1$ とした。

計算を容易にするために、蓄熱器の側壁は外界から完全に熱絶縁されているとし、流体の運動とは無関係な蓄熱材の軸方向の熱伝導を無視した。

流体は平均圧力 1.5 MPa のヘリウム気体とし、その状態方程式と熱容量は比熱比 $\gamma = 5/3$ の理想気体で近似した。したがってあまり低温では非現実的となる。流体の振動周波数は 3 Hz とした。

蓄熱器の低温端での境界条件は、温度 30 K、圧力振幅 0.5 MPa、変位の振幅 5 mm とし、そこでの位相角 θ_0 をいろいろ変えてみた。蓄熱器の高温端での境界条件は温度 300 K だけである。

以上のように、ここで議論の対象とする蓄熱器は文献5)と同じである。位相角 θ_0 を変えた点だけが異なる。

3. 温度、エネルギー流束、変位振幅、位相角の分布

温度、エネルギー流束、変位振幅、位相角の分布の計算には文献5)の計算方法を使った。計算時間を節約するために、 χ をその近似値に置き換えたことも文献5)と同じである。エネルギー流束の符号は、高温

Fig. 1 Axial distributions of temperature, energy-flows, displacement amplitude and phase angle for the prime-mover mode: geometry of a regenerator and driving conditions are shown in text. Three curves correspond to $\theta_0 = -135^\circ$, -90° and -45° .

側から低温側へ向かう方向を正とした。

低温端での位相角 θ_0 をパラメータとして、分布の計算結果の例を Fig. 1~4 に示す。温度分布は θ_0 にあまり依存しないが、エネルギー流束、変位振幅、位相角の分布は θ_0 によって大幅に変化している。

まず $\theta_0 = -135^\circ$, -90° , -45° の場合 (Fig. 1) を考察する。この場合には、位相 θ はどこでも負で、熱流束の向きは高温端から低温端へ向かい、その大きさが高温端から低温端へ行くにつれて減少している。仕事流束の向きは熱流束とは逆に、その大きさは低温端から高温端に行くにつれて増大している：この領域

Fig. 2 Axial distributions of temperature, energy-flows, displacement amplitude and phase angle for the refrigerator mode: geometry of a regenerator and driving conditions are the same as Fig. 1. Three curves correspond to $\theta_c = 45^\circ$, 90° and 135° .

では仕事流束が増幅されているので仕事増幅器モードと呼ぶことにする。仕事流束の増幅率は T_H/T_c よりも小さい。このことは熱力学第2法則の表れである。

この増幅作用はスターリングエンジンなどの原動機に使われる。低温端から蓄熱器に入った仕事流束は増幅されて高温端から出ていく。その一部を displacer などで低温端に帰還することにより原動機となる。

次に $\theta_c = 135^\circ$, 90° , 45° の場合 (Fig. 2) を考察する。この場合には、位相 θ はどこでも正で、仕事流束の向きは高温端から低温端へ向かい、その大きさが高温端から低温端へ行くにつれて減少している。熱流束

の向きは仕事流束とは逆で、その大きさは低温端から高温端に行くにつれて増大している：この領域では熱流束が増幅されている。熱流束の増幅率は T_H/T_c よりも大きい。このことも熱力学第2法則の表れである。

この増幅作用は冷凍機に使われている。蓄熱器の低温端で吸収した熱は増幅されて高温端で放出されるからである。したがって、この場合を冷凍機モードと呼ぶことにする。

仕事増幅器モードと冷凍機モードとの中間の一例が Fig. 3 に示す $\theta_c = 0^\circ$ の場合である。温度と変位振幅の分布は $\theta_c = \pm 45^\circ$ の場合と大差ない。位相は 0° に近い正の値となり、その分布には山がある。高温端で

Fig. 3 Axial distributions of temperature, energy-flows, displacement amplitude and phase angle for $\theta_c = 0^\circ$: geometry of a regenerator and driving conditions are the same as Fig. 1.

Fig. 4 Axial distributions of temperature, energy-flows, displacement amplitude and phase angle for the self-sustained oscillation mode: geometry of a regenerator and driving conditions are the same as Fig. 1. $\theta_c = -179.8^\circ$.

の位相 θ_H は 1.9° である。仕事流束の分布は冷凍機モードの場合と似ているが、熱流束の分布が異なる：高温端から約 40 mm のところで熱流束の向きが変化している。つまり、高温端から入った仕事流束は熱流束に変換されて蓄熱器の両端から出ていく。

$\theta_c = 179.8^\circ$ の場合を Fig. 4 に示す。この場合の温度分布は $\theta_c = \pm 135^\circ$ の場合と似ている。変位振幅の分布からは高温端から約 70 mm のところの流体はほとんど動かないことがわかる。これは、流れが clapping mode に近くなっているためである。熱流束の向きは高温端から低温端へ向かっているが、仕事流束は高温端から 93.2 mm のところで符号を変え、蓄熱器

の両端から仕事が出ていく：仕事流束 $= 0$ の位置で仕事が発生しているので、この蓄熱器は自励振動モードである。位相の分布からは、高温端から 93.2 mm のところで $\theta = \pm 180^\circ$ となっている。

いずれの場合にも蓄熱器は仕事流束と熱流束との変換器の役割を果たしている。特に、仕事増幅器モードと自励振動モードでは高温端から蓄熱器に入った熱流束が仕事流束に変換され、冷凍機モードでは高温端から蓄熱器に入った仕事流束が逆向きの熱流束に変換されている。

4. エネルギー流束の位相依存性

エンタルピー流束、高温端での変位振幅 $|\xi_0|_H$ と位相 θ_H 、両端での仕事流束、熱流束などの位相依存性を調べた。

Fig. 5 θ_c dependence of phase at the hot end, θ_H : $\theta_H = 1.9^\circ$ for $\theta_c = 0^\circ$, $\theta_H = -0.56^\circ$ for $\theta_c = \pm 180^\circ$; sign of θ_H changes at $\theta_c \sim -5^\circ$ and $\theta_c \sim 179.665^\circ$.

高温端での位相 θ_H の θ_c 依存性を Fig. 5 に、エンタルピー流束と高温端での変位振幅 $|\xi_0|_H$ の θ_c 依存性を Fig. 6 に、両端での仕事流束、熱流束の θ_c 依存性を Fig. 7～8 に示す。

4.1 高温端の位相

Fig. 5 からわかるように、高温端の位相 θ_H が正の領域と負の領域とがある。 θ_H の符号が変わるのは θ_c が -5° と 179.665° の近くである。また $\theta_c = \pm 180^\circ$ では、 $\theta_H = -0.56^\circ$ である。

高温端の位相 θ_H の符号は、Fig. 1～4 からわかるように、冷凍機モードと仕事増幅器モードでは θ_c の符号と同じだが、自励振動モードでは θ_c の符号とは異なる。このことは仕事流束が $\sin \theta$ に比例していることの表れである。

高温端の位相 θ_H の大きさは、この計算例では、 $-40^\circ < \theta_H < 40^\circ$ なので、高温端ではいつも定在波成分が大きい。

4.2 エンタルピー流束と高温端での変位振幅

高温端での変位振幅は、Fig. 6 (a) に示すように、 $\theta_c = 0^\circ$ の近くでは大きく、 $\theta_c = \pm 180^\circ$ で最小になっている。

エンタルピー流束 $AI + AQ$ は、Fig. 6 (b) に示すように正だから、その向きは、高温端から低温端に向かっている。

Fig. 6 θ_c dependences of displacement amplitude at the hot end, $|\xi_0|_H$, and enthalpy flow.

エンタルピー流束は、高温端での変位振幅と同じように、 $\theta_c = \pm 180^\circ$ では小さく、 $\theta_c = 0^\circ$ の近くでは大きい。このことは、良い蓄熱器では $I + Q_{\text{prog}} \sim 0$ なので、熱流束密度の定在波成分 Q_{stand} が変位の定在波成分の振幅 $\xi_{0,\text{stand}} = |\xi_0| \cos \theta$ に比例していることの表れである：低温端での定在波成分のために、エンタルピー流束が、 $\theta_c \sim 0^\circ$ の近くでは大きくなり、 $\theta_c = \pm 180^\circ$ では小さくなる。

エンタルピー流束は、Fig. 1 の仕事増幅器モードでは高温端から入った熱流束のうちで逆向きの仕事流束に変換されなかった部分であり、冷凍機モードでは高温端から入った仕事流束のうちで逆向きの熱流束に変換されなかった部分である。仕事流束と熱流束とが逆向きの場合のエンタルピー流束は、このように未変換

Fig. 7 θ_c dependences of heat flows at both ends of the regenerator: curves cross to each other at $\theta_c \sim -5.6^\circ$ and $\theta_c \sim 179.627^\circ$; heat flow at the cold end vanishes at $\theta_c \sim 30^\circ$ and $\theta_c \sim 178.86^\circ$.

の部分であって、どちらのモードでも蓄熱器損失に対応する。後に述べる、 θ_c が 180° に近いところでの仕事増幅器モードや自励振動モードなどのように、仕事流束と熱流束との向きが同じ場合には、エンタルピー流束を未変換のエネルギー流束と呼ぶことは不適当である。

4.3 熱流束の θ_c 依存性

蓄熱器の吸収熱量は、熱力学第1法則により、放出仕事に等しい：

$$AQ_H - AQ_c = AI_c - AI_H$$

この左辺が蓄熱器の吸収熱量であり、右辺が放出仕事である。

低温端での熱流束 AQ_c と高温端での熱流束 AQ_H の θ_c 依存性を Fig. 7 に示す。低温端での熱流束 AQ_c と高温端での熱流束 AQ_H とは $\theta_c \sim -5.6^\circ$ と $\theta_c \sim 179.627^\circ$ の2点で交わっている： $-5.6^\circ < \theta_c < 179.627^\circ$ では、 $AQ_H < AQ_c$ なので、仕事を吸収し熱を放出している；これ以外の領域では $AQ_H > AQ_c$ なので、熱を吸収し仕事を放出している。

特に $AQ_H < AQ_c < 0$ の領域は、低温端で吸収した熱を増幅して高温端で放出しているので冷凍機モードの領域である。この領域を低温端の位相で表すと $30^\circ < \theta_c < 178.68^\circ$ である。

4.4 仕事流束の θ_c 依存性

低温端での仕事流束 AI_c 、高温端での仕事流束 AI_H の θ_c 依存性を Fig. 8 に示す。

低温端での仕事流束 AI_c は $\theta_c = 0^\circ$ でその向きを変え、その大きさは $\theta_c = \pm 90^\circ$ で最大になる。高温端での仕事流束 AI_H は $\theta_H = 0^\circ$ に対応する $\theta_c \sim -5^\circ$ と $\theta_c \sim 179.665^\circ$ でその向きを変える。このことは仕事流束が変位の進行波成分の振幅 $\xi_{0, \text{prog}} = |\xi_0| \sin \theta$ に比例していることの表れである。

$\theta_H > 0 > \theta_c$ 。すなわち $-5^\circ < \theta_c < 0$ の領域では、蓄熱器の両端から吸収した仕事 $AI_H - AI_c$ を熱に変えて放出する。

$\theta_H < 0 < \theta_c$ 。つまり $179.665^\circ < \theta_c < 180^\circ$ の領域では、蓄熱器の両端から仕事を放出し、全放出仕事 $AI_c - AI_H$ に等しい熱の吸収がある。この領域は自励振動モードである (Fig. 4 参照)。

低温端での仕事流束 AI_c と高温端での仕事流束 AI_H とは $\theta_c \sim -5.6^\circ$ と $\theta_c \sim 179.627^\circ$ の2点で交差している。

$-180^\circ < \theta_c < -5.6^\circ$ では低温端から蓄熱器に入った仕事流束が増幅されて高温端から出ていく。また

Fig. 8 θ_c dependences of work flows at both ends of the regenerator: curves cross to each other at $\theta_c \sim -5.6^\circ$ and $\theta_c \sim 179.627^\circ$; work flow at the hot end vanishes at $\theta_c \sim -5^\circ$ and $\theta_c \sim 179.665^\circ$.

$179.627^\circ < \theta_c < 179.665^\circ$ では高温端から蓄熱器に入った仕事流束が増幅されて低温端から出ていく。したがってこの二つの領域は仕事増幅器モードである。仕事流束の向きと熱流束の向きとは前者では異なるが後者では同じである。

5. エネルギー流束の変換効率

最後に、蓄熱器のエネルギー流束を変換する能力に着目して、仕事増幅器と自励振動と冷凍機の三つのモードについて蓄熱器の変換効率を考える。

5.1 冷凍機モードでの変換効率

冷凍機モードでは冷凍能力 $-AQ_c$ が正の場合だけ考察すれば良い。この場合には吸収仕事 $AI_H - AI_c$ も正である。

Fig. 9 θ_c dependences of the COP for the refrigerator mode; $30^\circ < \theta_c < 178.86^\circ$.

冷凍機モードでの蓄熱器の効率を冷凍能力 $-AQ_c$ の吸収仕事 $AI_H - AI_c$ に対する割合とすると、これは蓄熱器の COP に等しい：

$$\text{COP} = \frac{-AQ_c}{AI_H - AI_c} = \frac{Q_c}{Q_H - Q_c}$$

この COP の θ_c 依存性を Fig. 9 に示す。COP は $\theta_c \sim 30^\circ$ から増えて $\theta_c \sim 178.68^\circ$ の近くで急激に減っている。この領域では、 $T_H = 300\text{K}$ 、 $T_c = 30\text{K}$ の場合のカルノーサイクルの $\text{COP} = 1/9$ よりも小さい。

5.2 仕事増幅器モードと自励振動モードの変換効率

仕事増幅器モードと自励振動モードでは放出仕事 $AI_c - AI_H$ が正の場合だけ考察すればよい。この場合には熱入力 AQ_H も正になっている。

この二つのモードでは蓄熱器の変換効率を放出仕事 $AI_c - AI_H$ の熱入力 AQ_H に対する割合

$$\eta \equiv \frac{AI_c - AI_H}{AQ_H} = \frac{Q_H - Q_c}{Q_H}$$

とすると、これは蓄熱器の熱力学的効率に等しい。 η の θ_c 依存性を Fig. 10 に示す。 η は、 $\theta_c \sim -5^\circ$ と $\theta_c \sim 179.627^\circ$ の近くで急激に小さくなるが、そのほかの領域では、 $T_H = 300\text{K}$ 、 $T_c = 30\text{K}$ の場合のカルノーサイクルの効率 $\eta = 9/10$ に近い。

6. 結 論

低温端の位相 θ_c によって、蓄熱器の機能はさまざまに変化する；この計算例では $-180^\circ < \theta_c < -5.6^\circ$ と $179.627^\circ < \theta_c < 179.665^\circ$ では仕事増幅器モード、 $30^\circ < \theta_c < 178.68^\circ$ では冷凍機モード、 $179.665^\circ < \theta_c < 180^\circ$ では自励振動モードである。

蓄熱器はどの場合にも熱流束と仕事流束との変換器になっている：蓄熱器をエネルギー流束の変換器と見なすと、仕事増幅器モードと自励振動モードでは熱流束を仕事流束に変換し、冷凍機モードでは仕事流束を

Fig. 10 θ_c dependences of the thermodynamic efficiency for the work-amplifier mode and the self-sustained oscillation mode; $-180^\circ < \theta_c < -5.6^\circ$ and $179.627^\circ < \theta_c < 180^\circ$: $\theta_c \sim 179.665^\circ$ and $\pm 180^\circ$ are borders of these modes.

逆向きの熱流束に変換している。

エンタルピー流束は、冷凍機モードの蓄熱器では未変換のエネルギー流束に等しいので、蓄熱器損失に対応する。

仕事増幅器モードと冷凍機モードについては蓄熱器をエネルギー流束の増幅器と見なすこともできる：仕事増幅器モードでは高温端から入る熱をエネルギー源として仕事流束を増幅し、その増幅率は T_H/T_c 以下である。また、冷凍機モードでは高温端から入る仕事をエネルギー源として熱流束を増幅し、その増幅率は T_H/T_c 以上である。

蓄熱器のエネルギー流束を変換する能力に着目すると、変換効率は、仕事増幅器モードと自励振動モードでは蓄熱器の熱力学的効率に等しく、冷凍機モードでは蓄熱器の COP に等しい。

参 考 文 献

- 1) 松原洋一：低温工学 25 (1990) 400
- 2) 富永 昭：低温工学 25 (1990) 300
- 3) 富永 昭：低温工学 25 (1990) 132
- 4) 富永 昭：低温工学 26 (1990) 30
- 5) 富永 昭：低温工学 27 (1991) 43