パルス管冷凍機の位相依存性

富 永 昭

筑波大学物理学系 つくば市天王台 1-1-1

(1991 年 10 月 8 日 受理)

Phase Dependences of Pulse-Tube Refrigerators

Akira TOMINAGA

Institute of Physics, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennohdai, Tsukuba 305

(Received October, 8 1991)

Synopsis:

Performances of pulse-tube refrigerators are discussed using thermoacoustic theory of inviscid fluid. Discussions are based on numerical calculations of distributions of temperature, displacement amplitudes and energy flows in a pulse tube using a method of the second step of thermoacoustic theory by A. Tominaga. Pulse-tube refrigerators are classified to three generations by boundary conditions at the hot end of pulse-tube: the first generation has no displacement at the end, as is the case of basic-type refrigerators. The second generation has finite displacement and phase difference below 90° between displacement and pressure oscillations, as is the case of orifice type refrigerators. The third generation has finite displacement and the phase difference over 90° . The followings are main results of discussions. (1) For the first generation there is heat pumping through the pulse tube due to standing-wave component when the temperature of the cold end is not so low. Large $-F_s \chi''$ is, therefore, favourable to large heat-pumping. The phase loss of the regenerator is expected to be large, since the phase difference at the cold end is small. (2) For the second generation the phase loss of the regenerator is decreased due to progressive-wave component superposed at the hot end. The refrigeration power of the regenerator, however, decreases due to the displacement loss, if the displacement is too large. (3) For the third generation both of the regenerator losses are decreased by reduction of the standing wave component. The pulse tube of the third generation has, therefore, larger refrigeration power and lower limiting temperature than that of the second generation. (4) Small $-F_s \chi$ is favourable to reduction of heat input through the pulse tube at the pulse-tube part of the second and the third generation.

1. はじめに

パルス管冷凍機は、井上の解説¹⁾にも述べられているように、構造が単純で低温部に可動部がないために、きわめて魅力的な冷凍機であり、その研究開発が世界中で進められてきた。

1960年代前半に Gifford と Longworth とによって発明されたパルス管冷凍機は60年代に精力的に研究されたが大きな伸展はみられなかった。この型のもは現在では basic 型と呼ばれている。1980年代にな

ると orifice 型が出現した。これは basic 型と比べて冷凍能力が大きく、最低到達温度も低いので、80年代後半から世界各地で研究が進められている。これを変形したものに Matsubara らの逆止弁型がある。1990年には Zhu らの double inlet 型が出現した^{2,3)}。これは orifice 型を凌駕する可能性があるので、世界各地でこの研究が始まった。

この間に熱音響理論が伸展してきた。定量的な熱音響理論は、Taconis 振動を対象として、H.A. Kramers に始まった。N. Rott による安定限界の議論が矢崎ら

の実験により支持されると、強制振動による熱輸送の研究にも応用されるようになった。いずれも主に定在波による現象である。

後に熱音響理論は、富永^{4,5)}により進行波にも拡張され、より多くの現象が熱音響理論の対象に含まれるようになった；Stirling 冷凍機、GM 冷凍機、パルス管冷凍機、Stirling engine、dream-pipe などでの熱輸送現象がこれに含まれる。

富永⁶⁾は冷凍機の蓄冷器を熱音響理論の立場から議論し、位相損失や変位損失（シャトル損失）を論じている。しかしこの理論は主に熱力学的議論であって、流体の運動が既知でない場合には、実験結果との対応が間接的なので隔靴搔痒の感がある。

最近、富永⁷⁾により流体の運動を含む簡易計算法が開発され、蓄冷器や basic pulse-tube での数値計算が始まった。特に蓄冷器については、位相損失が具体化され、低温端での位相差 θ_c が重要なパラメータの一つであることが指摘されている⁸⁾：蓄冷器の冷凍能力は θ_c が 90° の近くで最大となり、冷凍機モードの蓄冷器損失は θ_c が 0° の近くで最大となる。

本論文ではパルス管部の役割を理解することを目指して、パルス管中での温度、エネルギー流束と変位振幅の分布を計算し、その結果に基づいて議論する。分布の計算には「熱音響理論の第2段階」⁷⁾の方法を用いる。特に、高温端での位相差 θ_H と変位振幅 $|\xi_0|_H$ とを変えると変位振幅の定在波成分 $\xi_{0,stand}$ と進行波成分 $\xi_{0,prog}$ との分布がどのように変化するか調べることにより、動作方式の異なるパルス管冷凍機を比較検討する。

2. パルス管冷凍機の冷凍能力

パルス管冷凍機では、低温端に蓄冷器とパルス管とが接続されているので、その冷凍能力は蓄冷器の冷凍能力とパルス管部の冷凍能力との和になる。

熱流と仕事流との和がエンタルピ流だから、パルス管部の冷凍能力はパルス管部のエンタルピ流から低温端での仕事流を引いたものである。蓄冷器の冷凍能力は低温端での仕事流から蓄冷器のエンタルピ流を引いたものである。

したがって、パルス管冷凍機の冷凍能力はパルス管部のエンタルピ流から蓄冷器のエンタルピ流を引いたものに等しい。

こういうわけで、冷凍能力を大きくするには、パルス管部のエンタルピ流を大きくし、蓄冷器のエンタル

ピ流を小さくする必要がある。理想的な蓄冷器では、蓄冷器を通るエンタルピ流がないので、パルス管冷凍機の冷凍能力はパルス管部のエンタルピ流に等しく、これを大きくすれば冷凍能力が大きくなる。

蓄冷器が理想的でない場合に冷凍能力を大きくするためには、蓄冷器のエンタルピ流を小さくするだけでなく、仕事流を大きくして蓄冷器の冷凍能力を大きくすることも必要である。

蓄冷器のエンタルピ流は低温端での位相差 θ_c に依存し、 θ_c が 0° の近くで最大となり、 180° の近くで最小になる⁸⁾。したがって蓄冷器のエンタルピ流を小さくするには θ_c が大きいほうがよい。

蓄冷器の冷凍能力も θ_c に依存し、これは θ_c が 90° の近くで最大になる⁸⁾。蓄冷器の COP も θ_c に依存し、 θ_c が 90° と 180° の間で最大になる⁸⁾。したがって、冷凍能力を大きくするには、 θ_c の小さいところは避け、 θ_c を 90° 程度にすればよい：低温端での定在波成分を小さくすればよい。

こういう訳でパルス管部のエネルギー流だけでなく低温端での位相差 θ_c 。あるいは定在波成分の大きさにも着目して議論を進める。

3. パルス管部の計算モデル

パルス管部は内径 20 mm、長さ 200 mm とし、高温端の放熱部は同じ太さで長さを 40 mm とした。文献^{7,8)}と同様に、作業流体は平均圧力 1.5 MPa のヘリウム気体とし、その比熱と状態方程式は比熱比 $\gamma=5/3$ の理想気体で近似した。周波数も文献⁸⁾にあわせて 3 Hz とした。パルス管部では管壁の熱容量が十分に大きいものとして $F_s=1$ とした。

境界条件は、低温端では温度 T_c だけとし、高温端では温度 $T_H=300$ K と圧力振幅 $p_0=0.5$ MPa と変位の振幅 $|\xi_0|_H$ と位相差 θ_H とである。変位の進行波成分および定在波成分の振幅は、それぞれ

$$\xi_{0,prog}=|\xi_0|\sin\theta$$

$$\xi_{0,stand}=|\xi_0|\cos\theta$$

なので、変位振幅 $|\xi_0|$ と位相差 θ とが与えられるとそれぞれの成分の振幅が決まるからである。なお、位相差 θ は変位の振動が圧力振動に比べて位相差 θ だけ遅れていることを示す。

変位やエネルギー流束のような方向性の量については、パルス管の低温端から高温端に向かう方向を正とした。

4. basic パルス管冷凍機

basic 型のパルス管部は高温端を閉じた管なので、高温端では流体が動かない：

$$|\xi_0|_H=0$$

これを境界条件として行った数値計算の結果は文献⁶⁾の Fig. 4 に示されている；basic パルス管では、いたるところで位相差 θ が 0° に近い正の値となる。つまり変位の定在波成分 $\xi_{0,stand}$ が進行波成分 $\xi_{0,prog}$ に比べて非常に大きい。変位振幅は低温端で最大になり、50 mm 程度である。

パルス管部では χ' と $-\chi''$ とは同程度なので、熱流束の定在波成分 Q_{stand} が進行波成分 Q_{prog} に比べて非常に大きくなり、ヒートポンピングが生じる。これが surface heat-pumping⁹⁾ であろう。 Q_{stand} は $-F_s\chi''$ に比例する^{4,5)}ので、このヒートポンピングを大きくするには $-F_s\chi''$ が大きいほうがよい： $\omega\tau\sim\pi$ かつ $F_s\sim 1$ が望ましい。

しかしパルス管内の温度勾配が大きくなると変位による熱侵入 Q_D が Q_{stand} に比べて大きくなるので、パルス管部でのヒートポンピング効果が消失し、パルス管を通る熱侵入が大きくなる。この熱侵入を減らすには $F_s\chi$ を小さくして断熱可逆に近付けるのがよい： $\omega\tau\gg\pi$ または $F_s\rightarrow 0$ が望ましい。

蓄冷器が理想的ならパルス管部でのエンタルピ流が消失する温度が最低到達温度であり、計算例⁶⁾では約 67 K となっている。

しかし、非理想的な蓄冷器では、 θ_c が 0° に近いために、蓄冷器の冷凍能力が小さく、位相損失⁸⁾ も大きい。このために basic 型の冷凍能力は小さく、最低到達温度も高くなる。

5. orifice パルス管冷凍機

orifice 型の高温端は needle 弁を介して、buffer tank につながっていて、needle 弁により高温端での変位振幅 $|\xi_0|_H$ と位相差 θ_c が調節される； $|\xi_0|_H=0$ では basic パルス管になる。

orifice パルス管の高温端での位相差 θ_H は 90° 未満の正の値となり、変位振幅 $|\xi_0|_H$ が有限で buffer tank の容量が十分に大きければ、 θ_H が 90° に近くなる¹⁾ことが知られている。

θ_H が 60° と 90° の場合の数値計算の結果を Fig. 1～5 に示す。

温度分布は、Fig. 1 からわかるように、 $|\xi_0|_H$ が小

Fig. 1 Axial distributions of temperature in a pulse tube of the second generation for $\theta_H=60^\circ$ and 90° : parameter is $|\xi_0|_H$. Geometry of the pulse tube, fluid properties and driving conditions are shown in text.

Fig. 2 Axial distributions of $\xi_{0,prog}$ in a pulse tube of the second generation for $\theta_H=60^\circ$ and 90° : parameter is $|\xi_0|_H$. Conditions for calculations are the same as those in Fig. 1.

Fig. 3 Axial distributions of $\xi_{0,stand}$ in a pulse tube of the second generation for $\theta_H=60^\circ$ and 90° : parameter is $|\xi_0|_H$. Conditions for calculations are the same as those in Fig. 1.

Fig. 4 Axial distributions of work flow in a pulse tube of the second generation for $\theta_H=60^\circ$ and 90° : parameter is $|\xi_0|_H$. Conditions for calculations are the same as those in Fig. 1.

さいと basic 型に近く、 $|\xi_0|_H$ が大きいと直線的になる。変位振幅の進行波成分 $\xi_{0,prog}$ は、Fig. 2 からわかるように、あまり場所によらず、 $|\xi_0|_H$ にほぼ比例している。また $\theta_H=60^\circ$ の場合よりも $\theta_H=90^\circ$ のほうが大きい。定在波成分 $\xi_{0,stand}$ は、Fig. 3 からわかるように、場所に依存し、 $|\xi_0|_H$ の増加関数である。 $\theta_H=60^\circ$ の場合よりも $\theta_H=90^\circ$ のほうが $|\xi_0|_H$ 依存性が小さい。仕事流束の分布は、Fig. 4 からわかるように、 $\xi_{0,prog}$ の分布と酷似している。このことは圧力振幅が場所にほとんどよらぬ一定値であることの表れである。熱流束は、Fig. 5 からわかるように、basic 型とは異なり、パルス管部の熱流束は冷凍に寄与せず、熱侵入になっている。パルス管部での熱侵入を小さくするには、そこでの $F_s X$ を小さくして断熱可逆に近付けるのがよい： $\omega\tau \gg \pi$, $F_s \sim 0$ 。

このように orifice 型では、高温端での変位の振幅 $|\xi_0|_H$ を大きくすることにより、低温端での $\xi_{0,prog}$ が $|\xi_0|_H$ にほぼ比例して大きくなる。蓄冷器の冷凍能力に寄与する Q_{prog} は $\xi_{0,prog} = |\xi_0| \sin \theta$ に比例するので、orifice 型では basic 型よりも大きな冷凍能力が得られる。 $|\xi_0|_H$ を大きくすると、 $\xi_{0,stand}$ も大きくなるが、 $\tan \theta = \xi_{0,prog} / \xi_{0,stand}$ も大きくなるので位相損失

Fig. 5 Axial distributions of heat flow in a pulse tube of the second generation for $\theta_H=60^\circ$ and 90° : parameter is $|\xi_0|_H$. Conditions for calculations are the same as those in Fig. 1.

の割合が減る。

しかし、 $|\xi_0|_H$ が大きくなると、低温端での変位振幅 $|\xi_0|_0$ も大きくなるので、変位損失 (Q_D による熱侵入) が増える。 Q_{prog} と Q_{stand} とは変位の振幅に比例するが、変位による熱侵入 Q_D は変位の 2 乗に比例するから、 $|\xi_0|_H$ を大きくしすぎると蓄冷器の能力が減少する。これが orifice 型では $|\xi_0|_H$ に最適値が存在する¹⁾理由であろう。

basic 型のような $|\xi_0|_H=0$ のパルス管冷凍機を第 1 世代のパルス管冷凍機と呼び、orifice 型や逆止弁型のように $0^\circ < \theta_H \leq 90^\circ$ のパルス管冷凍機を第 2 世代のパルス管冷凍機と呼ぶことにする。第 2 世代のパルス管冷凍機では θ_0 も $0^\circ < \theta_0 < 90^\circ$ である。第 2 世代のパルス管冷凍機では θ_0 を 90° に近付けると位相損失は減るが変位損失が増える。

Fig. 6 Axial distributions of temperature in a pulse tube of the third generation for $\theta_H=120^\circ$, 150° and 180° : parameter is $|\xi_0|_H$. The other conditions for calculations are the same as those in Fig. 1.

6. 第 3 世代のパルス管冷凍機

$90^\circ < \theta_H < 180^\circ$ のパルス管冷凍機を第 3 世代のパルス管冷凍機と呼ぶことにする。例えば Kasuya et al¹⁰⁾ のパルス管冷凍機では θ_H を自由に設定できるので、第 1 世代や第 2 世代だけではなく、第 3 世代のパルス管冷凍機にもなる。ここでは議論しないが、Zhu et al^{2,3)} の double inlet 型や Matsubara and Miyake¹¹⁾ の moving plug 型も第 3 世代のパルス管冷凍機に属すると考えられる。

第 3 世代のパルス管冷凍機のパルス管部での温度と変位振幅とエネルギー流の分布の例を Fig. 6~10 に示す。パラメータは $|\xi_0|_H$ と θ_H とである。

温度分布は、Fig. 6 からわかるように、 $|\xi_0|_H=5\text{mm}$ の場合には basic 型と似ているが、 $|\xi_0|_H$ が大きくな

Fig. 7 Axial distributions of $\xi_{0,\text{prog}}$ in a pulse tube of the third generation for $\theta_H=120^\circ$, 150° and 180° : parameter is $|\xi_0|_H$. Conditions for calculations are the same as those in Fig. 6.

Fig.8 Axial distributions of $\xi_{0,stand}$ in a pulse tube of the third generation for $\theta_H=120^\circ$, 150° and 180° : parameter is $|\xi_0|_H$. Conditions for calculations are the same as those in Fig. 6.

るとかなり異なる。 θ_H と $|\xi_0|_H$ との組み合わせにより温度分布に変曲点や山が現れたりする。変位振幅の進行波成分 $\xi_{0,prog}$ は、Fig. 7 からわかるように、 $\theta_H=180^\circ$ の場合を除き、場所依存性が小さい。その大きさは θ_H の減少関数となっている。変位振幅の定在波成分 $\xi_{0,stand}$ は、Fig. 8 からわかるように、高温端では負で、 $|\xi_0|_H$ と θ_H の減少関数である。 $|\xi_0|_H$ と θ_H の組み合わせを適当に選ぶことにより、低温端での $\xi_{0,stand}$ を零または負にして、 $\theta_0 \geq 90^\circ$ とすることが可能である。仕事流は、Fig. 9 からわかるように、 $\xi_{0,stand}$ の分布とよく似ている。このことは圧力振幅が場所にほとんど依存していないことの表れである。熱流束は、Fig. 10 からわかるように、第2世代と同様に、熱侵入になっている。熱侵入を小さくするには、パルス管内での流体の振舞を断熱可逆に近付ければよい： $F_s \chi \sim$

Fig.9 Axial distributions of work flow in a pulse tube of the third generation for $\theta_H=120^\circ$, 150° and 180° : parameter is $|\xi_0|_H$. Conditions for calculations are the same as those in Fig. 6.

0 が望ましい。

このように、第3世代のパルス管冷凍機では、高温端での位相差 θ_H と変位振幅 $|\xi_0|_H$ とを選ぶことにより低温端での $\xi_{0,stand}$ を減らすことができ、蓄冷器の位相損失と変位損失とを小さくできる。このために蓄冷器の冷凍能力を第2世代よりもさらに大きくすることができる。

低温端での $\xi_{0,prog}$ と $\xi_{0,stand}$ との θ_H 依存性を、第2世代も含めて、Fig. 11 に示す。パラメータは $|\xi_0|_H$ である。 $\xi_{0,prog}$ は $\theta_H=90^\circ$ のあたりで最大になるから、蓄冷器が理想的ならば θ_H を 90° 程度にすれば蓄冷器の冷凍能力が最大になる。理想的でない蓄冷器では、低温端での $\xi_{0,stand}$ を小さくして蓄冷器損失を減らしたほうがよい。 $\theta_H > 95^\circ$ で $|\xi_0|_H$ を大きくす

Fig. 10 Axial distributions of heat flow in a pulse tube of the third generation for $\theta_H = 120^\circ$, 150° and 180° : parameter is $|\xi_0|_H$. Conditions for calculations are the same as those in Fig. 6.

ると, $\xi_{0, \text{stand}}$ が小さくなるので, 蓄冷器損失を減らすには $\theta_H > 95^\circ$ として $|\xi_0|_H$ を大きくすればよい。 $|\xi_0|_H > 50 \text{ mm}$ では θ_H を選ぶことにより $\xi_{0, \text{stand}} = 0$ が実現できる。

パルス管部のエンタルピー流の θ_H 依存性を, 第2世代も含めて, Fig. 12 に示す。パラメータは $|\xi_0|_H$ である。蓄冷器が理想的なら, 冷凍能力はパルス管部のエンタルピー流に等しいので, $\theta_H \sim 100^\circ$ が最適の位相差である。エンタルピー流が負の領域は蓄冷器が理想的であっても冷凍機にならないので, 冷凍機として使えるのはエンタルピー流が正の領域に限られる。 θ_H が 180° に近くて $|\xi_0|_H$ の大きいところでは冷凍機にならない。

蓄冷器の非理想性の程度に応じて θ_H と $|\xi_0|_H$ との最適な組み合わせが決まる。例えば, 蓄冷器に余裕があ

Fig. 11 θ_H dependences of displacement amplitudes at the cold end: parameter is $|\xi_0|_H$.

れば $\theta_H \sim 120^\circ$ として $|\xi_0|_H \sim 125 \text{ mm}$ とし, 余裕がなければ $\theta_H \sim 150^\circ$ として $|\xi_0|_H \sim 65 \text{ mm}$ とすればよい。

パルス管内部に温度分布の山ができないようにするには $|\xi_0|_H > 70 \text{ mm}$ として $\theta_H < 150^\circ$ で $\xi_{0, \text{stand}} = 0$ とするのがよいだろう。

最後に, 変位振幅の分布を見積もるために断熱可逆近似で考察しよう。この場合には文献⁷⁾の式 (24)(25) は

$$\nabla \xi_{0, \text{stand}} = -K_s p_0 \quad (1)$$

$$\nabla \xi_{0, \text{prog}} = 0 \quad (2)$$

となるので, $\xi_{0, \text{prog}}$ は場所に依存しなくなり,

Fig. 12 θ_H dependences of enthalpy flow in the pulse tube: parameter is $|\xi_0|_H$. Curves are guides for eyes.

$\xi_{0, \text{stand}}$ の分布は傾き $-K_s p_0$ の直線となる。パルス管の全長を L とすると、例えば、 $|\xi_0|_H=0$ の第1世代では低温端での変位の振幅は $K_s p_0 L$ となる。計算例では、 $L=240 \text{ mm}$ 、 $K_s p_0 = p_0 / \gamma p_m = 1/5$ なので $K_s p_0 L = 48 \text{ mm}$ となり、断熱可逆近似は悪くない。

$|\xi_0|_H \neq 0$ の場合に $\theta_0 = 90^\circ$ を実現するには、

$$|\xi_0|_H \cos \theta_H = -K_s p_0 L \quad (3)$$

とすればよい。 $K_s p_0 L = 48 \text{ mm}$ だから式(3)は

$$|\xi_0|_H \cos \theta_H = -48 \text{ mm} \quad (4)$$

となる。計算結果から求めた $|\xi_0|_H$ 、 θ_H の組み合わせからは

$$-62 \text{ mm} < |\xi_0|_H \cos \theta_H < -50 \text{ mm}$$

となる。こういう訳で式(3)は $\theta_0 = 90^\circ$ を実現するための $|\xi_0|_H$ 、 θ_H の組み合わせの目安を与える。式(3)によれば $|\xi_0|_H$ の最小値は $K_s p_0 L$ である。

7. 結 論

非粘性流体の熱音響理論に基づいてパルス管冷凍機を考察し、高温端の境界条件により、パルス管冷凍機を第1、第2、第3世代に分類した。 $|\xi_0|_H=0$ は第1世代であり、basic型がこれに属する。 $|\xi_0|_H \neq 0$ で $\theta_H \leq 90^\circ$ が第2世代であり、orifice型がこれに属する。 $|\xi_0|_H \neq 0$ で $90^\circ < \theta_H \leq 180^\circ$ が第3世代である。

第1世代のパルス管冷凍機では、至るところで定在波成分が大きい。このために、あまり温度が低くなければパルス管部でヒートポンプ効果が生じるが、蓄冷器の位相損失が大きいので冷凍能力が低い。ヒートポンプ効果を大きくするには $-F_s \mathcal{X}''$ を大きくすればよい。

第2世代のパルス管冷凍機では、高温端に進行波成分を重ねることにより、蓄冷器の動作条件が第1世代

よりも改善されて冷凍能力が大きくなる。しかし位相損失と変位損失のために蓄冷器の能力が十分に発揮できず、 $|\xi_0|_H$ に最適値が存在する。

第3世代のパルス管冷凍機では、低温端での定在波成分を減らすことにより、蓄冷器の位相損失だけでなく変位損失も小さくなる。このように蓄冷器の動作条件が第2世代よりもさらに改善されて冷凍能力が大きくなり、最低到達温度も低くなる。 $|\xi_0|_H$ を大きくすると θ_0 は 90° 以上も可能である。

第2と第3世代ではパルス管を通る熱侵入を減らすためにパルス管部の $F_s \mathcal{X}$ は小さいほうがよい。

$\theta_0 = 90^\circ$ を実現するための $|\xi_0|_H$ と θ_H との組み合わせの目安は、パルス管部での $F_s \mathcal{X}$ が小さい場合には、式(3)で与えられる。

参 考 文 献

- 1) 井上龍夫：低温工学 26 (1991) 98
- 2) S. Zhu, P. Wu and Z. Chen: Proc. ICEC 13, Beijing (1990) 257
- 3) S. Zhu, P. Wu and Z. Chen: Cryogenics 30 (1990) 514
- 4) A. Tominaga: Proc. JSJS III, Okayama (1989) 141
- 5) 富永 昭：低温工学 25 (1990) 132
- 6) 富永 昭：低温工学 26 (1991) 30
- 7) 富永 昭：低温工学 27 (1992) 43
- 8) 富永 昭：低温工学 27 (1992) 63
- 9) W.E. Gifford and R.C. Longworth: Adv. Cryog. Eng. 11 (1966) 171
- 10) M. Kasuya, M. Nakatsu, Qiquan Geng, J. Yuyama and E. Goto: Cryogenics 31 (1991) 786
- 11) Y. Matsubara and A. Miyake: Proc. 5th International Cryocooler Conf. (1988) 127