電 磁 界 数 値 解 析 技 術

I. 有限要素法

高 橋 則 雄

岡山大学工学部電気電子工学科 岡山市津島中 3-1-1

(1992 年 5 月 11 日 受理)

Numerical Technique for Electromagnetic Field Computation

I. Finite Element Method

Norio TAKAHASHI

Department of Electrical and Electronic Engineering, Okayama University,
3-1-1 Tsushima-Naka, Okayama 700

(Received May 11, 1992)

Synopsis:

In order to develop a compact superconducting machine with high efficiency, the detailed knowledge of flux and eddy current distributions is necessary. Recently, 3-D numerical analysis of magnetic field became possible, due to, for example, the progress of fast and cheap workstations, the introduction of new element and the improvement of algorithms for solving large scale simultaneous equations. In this review, the outlines of the finite element method, features of various formulations, problems in applying the finite element method and recent developments are discussed.

1. はじめに

超電導機器の小型・高性能化, 製品開発期間の短縮を図るためには, 有限要素法により機器内の磁束や渦電流分布の解析を行う必要がある。二次元場および軸対称三次元場における, うず電流および材料特性の非線形性を考慮した磁界解析法は, ほぼ確立されている。しかし, 実際の超電導機器の形状は三次元的であり, 機器中の複雑なうず電流や磁束等の振舞いを正確に把握するためには, 三次元磁界解析法の開発がぜひとも必要である。

最近, 並列演算処理および仮想記憶方式等の導入による電子計算機の高性能化¹⁾, 高速で安価なワークステーションの開発, さらには, 大次元連立一次方程式の高速解法の開発²⁾ 等による数値計算技術の進歩により, 三次元磁界解析法の実用化がかなり急速に進められつつある。

ここでは, 有限要素法による磁界解析法の概要, 適

用上の問題点, ならびに辺要素や逆問題解析法等の有限要素法の最近の進歩について述べる。

2. 有限要素法の概略計算手順および特徴

ここでは, 磁気ベクトルポテンシャル A を用いて, 三次元磁界解析を行う場合を例にとって, 有限要素法の概要を説明する。

解析対象領域内で座標の複雑な関数として変化するポテンシャルでも, 領域を細分してミクロに見れば, これを単純な関数形で近似しても大きな誤差は生じない。有限要素法はこの観点に立って, 領域を多くの要素に分割し, その要素内のポテンシャル分布を適当な近似関数で表す方法である³⁾。要素の形状としては, 例えば Fig. 1 のような直立方体が用いられる。これを一次直立方体要素と呼ぶ。(a)図は, 各節点で A の 3 成分を未知数として扱う節点要素である。(b)図は, 最近注目されている辺要素(4.2 節で後述)である。(a)図の節点要素の近似関数は, 要素内の任意の点の座標の簡単な

Fig. 1 Types of element (1st-order brick element). (a) nodal element, (b) edge element.

近似式を用いて表し、例えば、磁気ベクトルポテンシャルの x 方向成分 A_x は次式となる¹¹⁾。

$$A_x = a(x+b)(y+c)(z+d) \tag{1}$$

ここで、 a, b, c, d は要素ごとに異なる定数である。
有限要素法は、領域を多くの要素に分割し、その要素内のポテンシャルが連続になるようにする。領域の形状が複雑な部分や、場のポテンシャルが急変するような部分では分割を細かくし、そうでない部分の分割は粗くする。

次に、解くべき電磁界の方程式（例えば、後述する（3）式）にガラーキン法³⁾を適用して、節点のポテンシャルを未知数とする次式のような連立一次方程式を作成する。

$$\begin{bmatrix} H_{11}^{xx} & H_{11}^{xy} & H_{11}^{xz} & \dots & H_{1n}^{xx} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1}^{zx} & H_{n1}^{zy} & H_{n1}^{zz} & \dots & H_{nn}^{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{x1} \\ A_{y1} \\ A_{z1} \\ \vdots \\ A_{zn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2}$$

ただし、ここでは解析領域中に電流が流れていないと仮定した。 n は総節点数、 H_{ij}^{xx} は A_{xi} 、 A_{xj} に関連した係数マトリクスの要素を示す。（2）式に境界条件を与えて各節点のポテンシャルを求め、これより磁束分布を求める。

- 有限要素法の特徴をまとめると、次のようになる。
- (1) 局部的に細かく分割できる。
 - (2) 複雑な境界形状に fit するように分割できる。
 - (3) 渦電流を考慮した非線形解析に適している。
 - (4) プログラムを一度作成しておけば、解析対象が変わってもデータを変更するだけで、プログラムそれ自体の修正は不必要である。

Table 1 Classification of magnetic fields.

field		linear		non-linear	
		difficulty	example	difficulty	example
static		1	IEEJ magnetostatic model ²⁶⁾	2	Problem 13 ¹⁰⁾
dynamic	transient	4	Problems 1,4,11,12 ⁹⁾	5	Problem 10 ¹⁰⁾
	steady state	3	Problems 2,3,5~9,14 ¹⁰⁾ IEEJ eddy current model ²⁷⁾	6	unpractical

1

←————→

6

easy

difficult

Table 2 Various methods for 3-D eddy current analysis.

method	variable	governing equation	
		current carrying region (V_j)	current free region (V_o)
$A - \phi$	$\begin{matrix} V_o & A \\ A, \phi & V_j \end{matrix}$	$\text{rot}(\nu \text{rot} A) = -\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad} \phi \right)$	$\text{rot}(\nu \text{rot} A) = 0$
$A - \phi - \Omega$	$\begin{matrix} \Omega \\ A, \phi \end{matrix}$	$\text{div} \left\{ -\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad} \phi \right) \right\} = 0$	
$A^* - \Omega$	$\begin{matrix} \Omega \\ A^* \end{matrix}$	$\text{rot}(\nu \text{rot} A^*) = -\sigma \frac{\partial A^*}{\partial t}$	$\text{div}(-\mu \text{grad} \Omega) = 0$
$T - \Omega$	$\begin{matrix} \Omega \\ T, \Omega \end{matrix}$	$\text{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \text{rot} T \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \mu (T - \text{grad} \Omega) \right\}$ $\text{div} \{ \mu (T - \text{grad} \Omega) \} = 0$	
$H - \Omega$	$\begin{matrix} \Omega \\ H \end{matrix}$	$\text{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \text{rot} H \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\mu H)$	

A, A^* : magnetic vector potential ν : reluctivity
 T : current vector potential μ : permeability
 H : magnetic field strength σ : conductivity
 ϕ : electric scalar potential
 Ω : magnetic scalar potential $A^* = A + \int \text{grad} \phi \, dt$

3. 各種解析法の概要および適用上の問題点

3.1 解析対象の分類

電気・電子機器で遭遇する解析対象を分類すると、Table 1 の 1～6 となる。表中の数字の大きいのはほど解析が困難である。静磁界は、うず電流のないことを意味する。表中の example は、5.1 節で後述する検証モデルを示す。Table 1 に示すすべての解析ができることが望ましいが、それができるグループは世界的にみても数えるほどしかない。

3.2 各種解析法

Table 2 に、各種の三次元解析法⁴⁾を示す。ここでは、よく用いられる $A-\phi$ 法と $T-\Omega$ 法について述べる。

(1) $\mathbf{A}$ - ϕ 法

この方法は、未知変数として磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を全解析領域に、電気スカラーポテンシャル ϕ をうず電流が流れる導体領域に用いる方法¹¹⁾で、最も汎用性の高い解析手法である。 $\mathbf{A}$ - ϕ 法の基礎方程式は、強制電流およびうず電流密度を、それぞれ $\mathbf{J}_0$, $\mathbf{J}_e$ とすれば、次式となる⁵⁾。

$$\begin{aligned} \text{rot}(\nu \text{ rot } \mathbf{A}) &= \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \\ \text{div } \mathbf{J}_e &= 0 \\ \mathbf{J}_e &= -\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad } \phi \right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 ν , σ は、それぞれ磁気抵抗率および導電率である。

二次元解析では、もっぱら $\mathbf{A}$ - ϕ 法が用いられているが、三次元解析には、以下の理由で次に述べる $\mathbf{T}$ - Ω 法のほうが有利なことが多い。すなわち、 $\mathbf{A}$ - ϕ 法は要素の種類によってはゲージ条件⁶⁾が自動的に満足されないし、また、未知変数が導体内では $\mathbf{A}$ の x , y , z 方向成分 A_x , A_y , A_z と ϕ の4個、その他の部分でも A_x , A_y , A_z の3個と多いのが問題である。

(2) $\mathbf{T}$ - Ω 法

この方法は、次式で定義される電流ベクトルポテンシャル $\mathbf{T}$ を導体領域に、磁気スカラーポテンシャル Ω を全解析領域に用いる方法である⁷⁾。

$$\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{T} \quad (4)$$

$\mathbf{T}$ - Ω 法の基礎方程式は、うず電流密度 $\mathbf{J}_e$ および強制電流密度 $\mathbf{J}_0$ に対応する電流ベクトルポテンシャルを、それぞれ $\mathbf{T}_e$ および $\mathbf{T}_0$ とすれば、次式となる⁷⁾。

$$\text{div } \mu(\mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_e - \text{grad } \Omega) = 0$$

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \text{rot } \mathbf{T}_e \right) = - \frac{\partial}{\partial t}$$

$$\times \{ \mu(\mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_e - \text{grad } \Omega) \} \quad (5)$$

ここで、 μ は透磁率である。

うず電流の流れる領域の少ない解析対象では、この方法は解析領域の大部分が Ω のみの1変数となるので有利である。また、ケイ素鋼板で積層された鉄心のように、うず電流が二次元的にしか流れない場合にも、導体内の変数が、 Ω と T_z (T_x または T_y) の2個のみとなるので有利である。実際の電気・電子機器はこのような条件を大抵満足するので、この方法は最適と思われるが、励磁巻線の形状が複雑な場合には、 $\mathbf{T}_0$ を求めるのが容易ではない⁷⁾。また、穴のある導体の取扱法^{7,8)}が問題である。

3.3 境界条件

磁界は一般に無限の広がりをもっている。これを有限要素法により特定の領域を取り出して解析する際は、領域の境界にいわゆる境界条件を与える必要がある。領域の境界で、磁束や渦電流が水平か垂直かに応じて、例えば $\mathbf{A}$ - ϕ 法の場合は以下のような境界条件を与えればよい⁹⁾。

(1) 磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$

磁束密度 $\mathbf{B}$ が境界 S_{A1} に垂直な場合は、Fig. 2(a) のように $\mathbf{A}$ は S_{A1} に平行になる。このことは、 S_{A1} 上で $\mathbf{A}$ の境界に垂直な一成分がゼロとなることを示す。

$\mathbf{B}$ が境界 S_{A2} に平行な場合は、Fig. 2(a) のように、 $\mathbf{A}$ は S_{A2} に垂直になる。このことは、 S_{A2} 上で $\mathbf{A}$ の

Fig. 2 Boundary conditions of $\mathbf{A}$ - ϕ method. (a) magnetic vector potential $\mathbf{A}$, (b) electric scalar potential ϕ .

Fig. 3 Transient eddy current model (Problem 4).

境界に平行な二成分がゼロとなることを示す。

(2) 電気スカラーポテンシャル ϕ

うず電流密度 $\mathbf{J}_e$ が境界 $S_{\phi 1}$ に垂直な場合は、Fig. 2 (b)のように $\text{grad } \phi$ が $S_{\phi 1}$ に垂直になる。このことは、 $\mathbf{J}_e$ が垂直な境界 $S_{\phi 1}$ で ϕ が一定値になることを示す。 $\mathbf{J}_e$ が境界 $S_{\phi 2}$ に平行な場合は、Fig. 2(b)のように $\text{grad } \phi$ が $S_{\phi 2}$ に平行になる。このことは、 $S_{\phi 2}$ 上で ϕ を未知変数として取り扱えばよいことを示す。

T - Q 法の場合も、同様にして境界条件を与えることができる。

Fig. 3 に、5章で後述する TEAM Workshop¹⁰⁾ で Problem 4 (線形過渡うず電流問題) として提案されている、穴付アルミニウム板を示す。1/8 領域を、 A - ϕ 法および T - Q 法を用いて解析する際の境界条件を Fig. 4 に示す¹¹⁾。

そのほかに、回転機のように磁束分布が一極ごとに周期的に変化する場合を取り扱う周期境界条件¹²⁾、磁界の無限の広がりを解析解を用いて考慮できる半無限要素¹³⁾などがある。

3.4 異方性材料、ヒステリシスの取扱い

方向性ケイ素鋼板のような異方性材料の磁界解析を行う際に、圧延方向とそれと直角な方向の磁気特性のみを入力して解析を行うと、磁束密度の計算値が実際にはあり得ないような高い値になる場合がある。これを正確に求めるためには、任意方向の磁気特性を入力して計算する必要があるが、最近、正確な磁気特性がようやく測定できるようになった¹⁴⁾。また、測定データの入力法や解の収束性も問題である。

何種類かのヒステリシス曲線を入力して、その間のデータは補間することにすれば、ヒステリシスを考慮した解析が可能である。マイナーループまで考慮したヒステリシスを取り扱うために Preisach モデル¹⁵⁾や Curling モデル¹⁶⁾があるが、パラメータが多すぎたり、実測値と合いにくかったりして種々問題がある。それ

Fig. 4 Boundary conditions. (a) A - ϕ method, (b) T - Q method.

に対し、最近提案された磁区の体積比を用いる方法¹⁷⁾は、パラメータが少なく済む。いずれにしてもヒステリシス曲線に沿って計算を行う必要があるため、膨大な計算時間を費やすので、せいぜい二次元解析しか行われていない。

4. 最近の進歩

4.1 ワークステーションの発展¹⁸⁾

最近ワークステーションが著しく進歩し、数百万円でスーパーコンピュータに匹敵するぐらいの計算速度を有するものを手に入れることができるようになった。Table 3 に、電気学会の三次元渦電流解析法検証用モデルを、各種のワークステーションおよび大型計算機で解いて、CPU 時間および経過時間 (elapsed time) を比較したものである。実際の有限要素法の計算で、浮動小数点の演算速度を表す MFLOPS 値どおりの速度が出るとは限らないことがわかる。ワークステーションは個人が専有できることを考えれば、大型計算機よりも速く解が得られる時代になったと言える。

4.2 辺要素有限要素法

従来の有限要素法では、Fig. 1(a)のように、節点上に未知変数を定義して解析を行う、いわゆる節点要素が用いられていた。それに対し、最近、Fig. 1(b)のように磁気ベクトルポテンシャルの各辺に平行な成分のみを未知変数とする辺要素が注目されている^{19), 20)}。

Table 3 CPU time for analyzing IEEJ eddy current model (complex, double precision, 35 MB, edge element).

Computer	MFLOPS	Main memory (MB)	CPU time (s)	Ratio	Elapsed time(h)
HP 730	22.9	32	1,628.6	1	7 ^{**} 5.3 [*]
IBM	320H	32	1,679.4	1.03	0.5 ^{**} 0.5 [*]
	350	64	1,033.8	0.63	0.3
SX-1E	285	128	879.7	0.54	1.5

* Virtual memory is used.
* On X window.

Fig. 5 Related elements.

次に節点要素を用いた場合と辺要素を用いた場合の係数マトリクスの記憶容量を決定する1節点当りの関連節点の数,つまり,係数マトリクスの1行当りの非零要素数について考察する。節点要素では,1節点当りの未知変数が3であるので,非零要素数はFig.5(a)の節点*i*を共有する8個の要素の節点数の3倍で81個になる。辺要素の非零要素数は, Fig.5(b)の辺*i*を共有する4個の要素の辺の数で33個になる。このように, 辺要素の非零要素数は, 節点要素のそれに比べて格段に少ない。

この要素を用いると, 要素数が節点要素と同じ場合でも計算時間が例えば節点要素の約1/10になる¹⁹⁾。本要素が開発されたことで, 三次元渦電流解析法の実用の可能性がでてきた。

4.3 逆問題解析法

通常の有限要素法は, 幾何学形状が与えられていて磁束分布を求めるのに対し, 磁束分布を与えて, それを満足する磁気回路の形状・寸法を求める, いわゆる逆問題²¹⁾の解析を行うことができれば, 超電導機器の最適設計が可能である。

二次元場では, 有限要素法と数値計画法(Rosenbrock 法, 感度解析法等)を併用した手法を用いて,

鉄心の非線形性を考慮した静磁界の逆問題²²⁾や線形の定常渦電流場の逆問題²³⁾の解析が行われているが, 過渡時の解析までは行われていない。

三次元の逆問題は, 簡単な静磁界問題しか解けないのが現状である²⁴⁾。また, 最近はニューロを用いた逆問題解析も試みられている²⁵⁾。

5. 応 用 例

ここでは, 三次元有限要素法を鉄心を有する非線形問題および超電導線の電流分布解析に応用した例を述べる。

5.1 非線形三次元静磁界解析法検証用モデル (Problem 13) の解析

三次元磁界解析用のソフトウェアを実用にするためには, 実測値との比較を行って, ソフトウェアの妥当性を確かめておく必要がある。そのために TEAM 国際 Workshop が開催されており, 今までに17個の標準モデルが提案されている。また, 電気学会でも三次元静磁界用²⁶⁾と渦電流用²⁷⁾の2検証モデルおよび電磁力・トルク解析法検証用モデルが制定されている。

Fig.6 に, TEAM Workshop で提起されている Problem 13 のモデルを示す²⁸⁾。コイルは直流(1,000 AT, 3,000 AT)で励磁され, 3,000 AT の時には中央脚と鋼板はかなり飽和する。本モデルでは磁束が周期的に分布するので, *y-z* 平面上に周期境界条件を与えた。

Fig.7 に, 鋼板中の平均磁束密度の空間的变化を示す。本モデルでは渦電流が流れないので, 3.2 節の *A-φ* 法および *T-Q* 法の *φ* および *T* はゼロとなる。

Fig. 8 Analyzed model.

6. む す び

本文では述べなかったが、実機を解析するためには、電圧源に接続された機器の解析法³¹⁾、時間周期有限要素法³²⁾、ギャップを扱うための特殊要素法³³⁾などが有用である。また、電磁力・トルクの計算法として、従来からのマクスウェルの応力法やエネルギー変位法以外に、改良エネルギー変位法³⁴⁾が開発されている。さらに、理論解と有限要素法の併用法による超電導線内の結合損失の解析³⁵⁾や磁界・電流・熱の達成問題として、クエンチの伝搬特性の詳細な解析³⁶⁾が行われている。超電導体の臨界状態モデルを考慮した磁界解析も行われているが³⁷⁾、計算時間がかかるのが問題である。有限要素法を用いるにあたって、複雑な形状の自動分割が一つのネックになっているが、最近、知識工学を用いる方法³⁸⁾や、アダプティブ自動分割法³⁹⁾の研究が盛んに行われており、よりユーザフレンドリーなシステムの開発が期待される。

計算機の発達と数値解析技術の進歩により、三次元解析が実用段階に近づいてきており、本文が有限要素法を用いて超電導材料の開発、現象の解明、機器の開発を行う際の一助になれば幸いである。

参 考 文 献

- 1) 村田健郎, 小国 力, 唐木幸比古: スーパーコンピュータ科学技術への適用, 丸善, 東京 (1985)
- 2) 中田高義, 高橋則雄, 藤原耕二: 日本シミュレーション学会第6回電気・電子工学への有限要素法の応用シンポジウム論文集 31 (1985) 185
- 3) 中田高義, 高橋則雄: 電気工学の有限要素法 (第2版), 森北出版, 東京 (1986)
- 4) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, K.

Fig. 9 Effects of frequency on current distribution ($y = -0.3 \text{ mm}$).

- Muramatsu and Z.G. Cheng: IEEE Trans. Magn. **MAG-24** (1988) 3159
- 5) 中田高義, 高橋則雄, 藤原耕二, 三浦光城: 電気学会回転機・静止器合同研究会資料 RM-86-39, SA-86-32 (1986)
- 6) 池田文昭: 電気学会回転機・静止器合同研究会資料 SA-87-20, RM-87-57 (1987)
- 7) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara and Y. Okada: IEEE Trans. Magn. **MAG-24** (1988) 3159
- 8) D. Rodger: IEE Proc. 134, A (1987) 58
- 9) N. Takahashi, T. Nakata and K. Fujiwara: Fusion Engineering and Design 9 (1989) 113
- 10) TEAM Workshops: "Test Problem" (1988)
- 11) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara and Y. Shiraki: IEEE Trans. Magn. **MAG-26** (1990) 434
- 12) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara and A. Ahagon: IEEE Trans. Magn. **MAG-24** (1988) 2694
- 13) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara and M. Sakaguchi: IEEE Trans. Magn. **MAG-26** (1992) 368
- 14) 中田高義, 中野正典, 藤井秀樹: 日本応用磁気学会学術講演会, 30 aG-8 (1991)
- 15) I.D. Mayergoyz: *Mathematical Models of Hysteresis*, Springer-Verlag, New York (1991)
- 16) 中村慶久, 田河育也, 岩崎俊一: 日本応用磁気学会誌 11 (1987) 119
- 17) D.C. Jiles: Intermag Conference, DD-03 (1992)
- 18) 中田高義, 藤原耕二, 房安浩嗣, 森分俊雅: 平4 電気学会全国大会, No. 849 (1992)
- 19) N. Takahashi, T. Nakata, K. Fujiwara and T. Imai: IEEE Trans. Magn. **MAG-28** (1992) 1619
- 20) A. Bossavit and J.C. Verite: IEEE Trans. Magn. **MAG-19** (1983) 2465
- 21) N. Takahashi: COMPEL, 9, Supplement A (1990) 101

- 22) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, T. Kawashima and A. Morii: IEEE Trans. Magn. **MAG-27** (1991) 4992
- 23) 横井利彰, 石山敦士, 小貫 天: 電気学会論文誌 **C109** (1989) 314
- 24) 高橋則雄, 中田高義, 内山倫行: 電気学会論文誌 **A110** (1990) 598
- 25) O.A. Mohammed: 第3回電磁界数値解析に関するセミナー講演論文集 (1992) 1
- 26) 三次元電磁界計算技術調査専門委員会: 「三次元静磁界数値計算技術」電気学会技術報告, II部, 第286号 (1988)
- 27) 渦電流場数値計算技術調査専門委員会: 「三次元渦電流場数値計算基礎技術」電気学会技術報告, II部, 第384号 (1991)
- 28) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, T. Imai and K. Muramatsu: IEEE Trans. Magn. **MAG-27** (1991) 4073
- 29) N. Takahashi, T. Nakata, Y. Fujii, K. Funaki and M. Takeo: IEEE Trans. Magn. **MAG-28** (1992)
- 30) T. Ogasawara, Y. Kubota, T. Makiura, T. Akachi, T. Hisanari, Y. Oda and K. Yasukochi: IEEE Trans. Magn. **MAG-19** (1983) 248
- 31) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara and A. Ahagon: IEEE Trans. Magn. **MAG-24** (1988) 2582
- 32) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara and A. Ahagon: IEEE Trans. Magn. **MAG-25** (1989) 4150
- 33) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara and Y. Shiraki: IEEE Trans. Magn. **MAG-26** (1990) 2379
- 34) 中田高義, 高橋則雄, 藤原耕二, 森分俊雅: 日本シミュレーション学会第13回計算電気・電子工学シンポジウム, I-15 (1992) 107
- 35) T. Kawashima, F. Sumiyoshi, N. Oohito, T. Nagase, T. Mito, J. Yamamoto and K. Takahata: IEEE Trans. Magn. **MAG-27** (1991) 2154
- 36) A. Ishiyama, H. Matsumura, W. Takita and Y. Iwasa: IEEE Trans. Magn. **MAG-27** (1991) 2092
- 37) H. Hashizume, T. Sugiura, K. Miya and S. Toda: IEEE Trans. Magn. **MAG-28** (1992) 2092
- 38) D. A. Lowther and C. M. Saldanha: IEEE Trans. Magn. **MAG-22** (1986) 814
- 39) K. Muramatsu, T. Nakata, N. Takahashi and K. Fujiwara: CEFC Conference (1992)