大容量超電導コイルのクエンチ時 温度上昇の解析

古戸 義雄, 井上 至*, 三好 一富**

松本 要***, 田中 靖三***

古河電気工業株式会社研究開発本部 横浜市西区岡野 2-4-3

* 古河電気工業株式会社新機能製品事業部超電導製品部 日光市清滝町 500

** 古河電気工業株式会社新機能製品事業部超電導製品部 市原市八幡海岸通 6

*** 古河電気工業株式会社横浜研究所 横浜市西区岡野 2-4-3

(1993 年 4 月 30 日受理)

Analysis of the Temperature-Rise in Large-Capacity Superconductor Coils with Quenches Occurred

Yoshio FURUTO, Itaru INOUE,* Kazutomi MIYOSHI,**
Kaname MATSUMOTO*** and Yasuzo TANAKA***

The Furukawa Electric Co., Ltd., R & D Division, 2-4-3 Okano, Nishi-ku, Yokohama 220

* The Furukawa Electric Co., Ltd., New Function Products Division, 500 Kiyotaki-cho, Nikko 321

** The Furukawa Electric Co., Ltd., 6 Yahata, Kaigan-dori, Ichihara 290

*** The Furukawa Electric Co., Ltd., Yokohama Laboratory, 2-4-3 Okano, Nishi-ku, Yokohama 220

(Received April 30, 1993)

Synopsis :

Considering both self-heating of the normal zones propagating in coils wound with large-capacity superconductors and power consumption by external resistors, we have analyzed the temperature-rises in the coils and deduced new analytical formulas by introducing effective decay time constants and by considering energy-balancing in the system. Calculations by using this formula and computer simulations were conducted for small-scaled SMES coils wound with 20 kA superconducting cable conductor and comparison was made between these results. It was found that our formula gave a temperature-rise higher by about twenty percents than the computer simulation result, while Wilson's formula gave a temperature-rise much higher than ours and of too safety side. It has been demonstrated that the formula is physically more reasonable and practical than Wilson's. However, the formula is more limited than computer simulations in taking-in of rigorous temperature-dependence of various properties and in dealing with complicated propagations of normal zones, so computer simulations are desirable for us to get more real temperature-rises to be expected in the coils.

1. 序 論

超電導マグネットはクエンチを起こすと、蓄積エネルギーが常電導部で消費され、時には過大に温度上昇し焼損してしまうことがある。このような事故を防ぐため、種々のマグネット保護法が開発されている。マグネット保護法は、機能的に i) パッシブ方式と ii) アクティブ方式に大別される。

広義のパッシブ方式には ① 自己保護型がある。小

型マグネットの場合にはクエンチ時に常電導域が速やかに伝搬し、常電導抵抗の増大により電流が急速に減衰するので、保護対策は不要であり自己保護型と呼ばれる。典型的なパッシブ方式としては ② 多分割保護抵抗型と ③ 結合 2 次回路型があり、中型マグネットへの適用例がある。さらに蓄積エネルギーが大きく常電導域が伝搬し難い大型マグネットの場合には、アクティブ方式（スイッチ切替）の ④ 外部保護抵抗型を採用するのが通例である。

Fig. 1 Protection circuit of superconducting magnet.

(a) $R = R_1 (R_e \sim 0)$, (b) $R = R_e (R_1 \sim 0)$, (c) $R = R_1 + R_e$.

自己保護型の小型マグネット巻線のクエンチ時温度上昇は、Fig. 1 (a) の常電導伝搬による内部抵抗 R_1 によって定まる (ケース a)。この場合の解析は、Wilson によって詳細になされ、近似的解析法 (ホットスポットモデル) として確立している¹⁾。一方、大型マグネット用導体は完全安定化あるいは Maddock 安定化モードで設計されるので、常電導域の伝搬は無視でき ($R_1 \sim 0$) 電流減衰は外部保護抵抗 R_e により決まる (ケース b)。導体の温度上昇は、この時定数 $\tau = L/R_e$ と比抵抗 ρ ・比熱容量 γC の関数 $U(\theta) = \int_{4.2}^{\theta} \{\gamma C(\theta)/\rho(\theta)\} d\theta$ により一義的に定まる。この中間の中型マグネットの場合には、常電導伝搬による R_1 の自己発熱と R_e による消費を同時に考慮する必要があるが (回路抵抗 $R = R_1 + R_e$)、このような複合的ケース c の解析は未だなされていない。

ここでは、新たに実効時定数を導入し、この時定数により電流減衰が起こるとして、常電導伝搬による自己発熱と外部保護抵抗体消費の両方を考慮した複合的ケースの実効減衰時間と導体温度上昇の解析式を導く。Wilson にならって、無制限伝搬と共に 1 次元～3 次元制限の場合の近似式を導出する。適用対象として小型 SMES 用導体を取り上げ、本近似式を適用して温度上昇解析を行い、計算機シミュレーション結果と比較する。最後に、本近似式と Wilson の近似式あるいは簡便式との比較検討・考察を行うこととする。

2. 前提条件と基本式

Wilson は、下記的前提条件の下で自己保護型コイル巻線の温度上昇解析を行った。

(a) コイル電流密度 J は、全蓄積エネルギーがコイ

ル中で消費されるまで一定であり、消費完了時に急にゼロに降下する。

(b) 導体の温度上昇 θ および減衰時間 T_d は $\int J^2(T) dT = J_0^2 T_d = U(\theta) = \int_{4.2}^{\theta} \{\gamma C(\theta)/\rho(\theta)\} d\theta \simeq U(\theta_0) (\theta/\theta_0)^{1/2}$ によって与えられる (θ_0 : 基準温度)。

(c) 比抵抗 ρ は、温度に比例して増加する。

我々は、上記(b)および(c)の条件は踏襲するが、(a)の条件を次のように修正する。

(a') コイル電流密度 J は、実効時定数で減衰するが、常電導伝搬速度 v は一定であり、初期電流密度 J_0 で定まるとする。

上記(a')の条件は、常電導伝搬問題を簡単化する仮定であり、とりあえず Wilson の伝搬解析結果を援用することが可能になる (v が J の減衰により遅くなるケースについては、後ほど考察の折に言及する)。

超電導マグネットの等価回路 Fig. 1(b) を用いて、先ず自己発熱が無視でき電流減衰が R_e のみによって定まる ④ 外部保護抵抗型のケースを考える。コイル電流 I および減衰時間 $T_d = \tau/2$ は次式で与えられる。

$$I = I_0 e^{-R_e T/L} = I_0 e^{-T/\tau} = J_0 A e^{-T/\tau} \quad (1)$$

$$\int_0^\infty J^2 dT = J_0^2 \int_0^\infty e^{-2T/\tau} dt = J_0^2 \tau/2 \\ = J_0^2 T_d \simeq U_0 (\theta_m/\theta_0)^{1/2} (2)$$

I_0 [A]: 初期コイル電流, A [m²]: 導体の断面積, θ_m [K]: 導体の最大温度上昇

つぎに、本題である常電導伝搬による自己発熱と外部抵抗 R_e 消費の両方を考慮した複合的ケースの基本式を求める。常電導伝搬に伴う内部抵抗 R_1 の増大により、電流減衰の実効時定数 τ_{eff} は当然外部抵抗のみ

Fig. 2 Decay characteristics of coil current after a quench.

による τ より短くなる。エネルギー的に、この実効時定数を含む下記の基本式が成立する（自己発熱と外部抵抗消費の和が蓄積エネルギーに等しい）。

$$I = I_0 e^{-T/\tau_{\text{eff}}} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} LI_0^2/2 &= \int_0^\infty I^2 R_1 dT + \int_0^\infty I^2 R_e dT \\ &= I_0^2 \int_0^\infty R_1 e^{-2T/\tau_{\text{eff}}} dT + I_0^2 R_e \tau_{\text{eff}}/2 \end{aligned} \quad (4)$$

L [H]: コイルのインダクタンス,
 I_0 [A]: 初期コイル電流

ただし、実際の電流減衰は $e^{-T/\tau_{\text{eff}}}$ ではなく、下式のようになることに留意する必要がある。

$$I = I_0 e^{-\int (R_e + R_1) dT/L} = I_0 e^{-\left(\frac{T}{\tau} + \int R_1 dT/L\right)} \quad (5)$$

(1), (3), (5) の関係を模式的に図示したのが Fig. 2 である。

3. 複合的ケースの温度上昇近似式

3.1 無制限伝搬の場合

Wilson のホットスポットモデルに基づく常電導部の伝搬解析結果を援用すると、 R_1 は次式で与えられる¹⁾。

$$\begin{aligned} R_1 &= \int_0^{vT} \frac{4\pi\alpha^2\rho_0 J_0^4 (T-z/v)^2}{A^2 U_0^2} dz \\ &= \frac{4\pi\alpha^2\rho_0 J_0^4 v^3 T^3}{30 A^2 U_0^2} = 6FT^3 \end{aligned} \quad (6)$$

α : 非円形度（導体長さ方向 z と垂直方向伝搬速度比）、 ρ_0 [$\Omega \cdot \text{m}$]: θ_0 における導体の比抵抗

Wilson の特性時間 T_Q は、マグネットの全エネルギーが自己発熱で消費される時間と定義され（ $\int_0^{T_Q} I_0^2 R_1 dT = LI_0^2/2$ ）、次式で与えられる。

$$T_Q = (90LA^2U_0^2/4\pi\alpha^2\rho_0 J_0^4 v^3)^{1/6} = (L/2F)^{1/6} \quad (7)$$

ここで、自己発熱と外部抵抗消費の両方を考慮した複合的ケースの実効減衰時間 $T_{de} = \tau_{\text{eff}}/2$ を求めよう。(4) 式の基本式に式 (6), (7) を代入し時間積分すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} LI_0^2/2 &= 6FI_0^2 \int T^5 e^{-2T/\tau_{\text{eff}}} dT + I_0^2 R_e \tau_{\text{eff}}/2 \\ &= 6! FI_0^2 (\tau_{\text{eff}}/2)^6/2 + I_0^2 R_e \tau_{\text{eff}}/2 \\ \therefore I &= 6! 2F (\tau_{\text{eff}}/2)^6/L + \tau_{\text{eff}}/\tau \\ &= 720(T_{de}/T_Q)^6 + 2T_{de}/\tau \quad (8) \\ &= 720t_{de}^6 + t_{de}(2T_Q/\tau) \quad (t_{de} = T_{de}/T_Q) \quad (8') \end{aligned}$$

すなわち、上式の解として実効減衰時間 T_{de} が得られる。この T_{de} を用いて、仮定 (b) $J_0^2 T_{de} = U(\theta) = U_0(\theta/\theta_0)^{1/2}$ より導体の最大上昇温度 θ_m は下式のよう求められる。

$$\begin{aligned} \theta_m &= \theta_0 J_0^4 T_{de}^2/U_0^2 \\ &= \theta_0 t_{de}^2 (90LA^2 J_0^8/4\pi\alpha^2\rho_0 v^3 U_0^4)^{1/3} \quad (9) \end{aligned}$$

また、実際の電流減衰波形は (5) 式に式 (6), (7) を代入して次式で与えられる。

$$I = I_0 e^{-\left(\frac{T}{\tau} + \int R_1 dT/L\right)} = I_0 e^{-\left(\frac{T}{\tau} + \frac{T^6}{2T_Q^6}\right)} \quad (10)$$

3.2 制限伝搬の場合

ここでも Wilson と同じモデルを採用し、それに対応する近似式を求めることとする。

(1) 1次元制限の場合

常電導部伝搬が1次元境界に達する時間を $T_a = a/v$ とすると、内部抵抗 R_1 は次式で与えられる¹⁾。

$$\begin{aligned} \int R_1 dT &= \frac{4\pi\alpha^2\rho_0 J_0^4 v^3}{180 A^2 U_0^2} \left\{ \int_0^{T_a} 6T^5 dT \right. \\ &\quad \left. + \int_{T_a}^T (15T_a T^4 - 30T_a^3 T^2 + 30T_a^4 T - 9T_a^5) dT \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

(11) 式を基本式 (5) に代入し、時間積分を行うと次式が得られ、実効減衰時間 T_{de} が求められる。

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{2F}{L} 6! \left(\frac{\tau_{\text{eff}}}{2}\right)^5 \left\{ \frac{\tau_{\text{eff}}}{2} (1 - e^{-2T_a/\tau_{\text{eff}}}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{T_a}{2} e^{-2T_a/\tau_{\text{eff}}} \right\} + \frac{2}{\tau} \left(\frac{\tau_{\text{eff}}}{2}\right) \\ &\sim 360 T_a T_{de}^5/T_Q^6 + 2T_{de}/\tau \\ &\quad (T_a^2/6T_{de}^2 \ll 1) \quad (12') \end{aligned} \quad (12)$$

ここで, Wilson に倣って規格化 ($t_a = T_a/T_Q$, $t_{de} = T_{de}/T_Q$) すると (12') 式は次式のように書き直せる。

$$1 = 360t_at_{de}^5 + t_{de}(2T_Q/\tau) \quad (t_a^2/6t_{de}^2 \ll 1) \quad (13)$$

実際の電流減衰は, 下式で与えられる。

$$\begin{aligned} I &= I_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{2T}{\tau} + \frac{3t_a T^5}{T_Q^5} - \frac{10t_a^3 T^3}{T_Q^3} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{15t_a^4 T^2}{T_Q^2} - \frac{9t_a^5 T}{T_Q} + 2t_a^6 \right) \right\} \quad (14) \\ &= I_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{2T}{\tau} + \frac{3t_a T^5}{T_Q^5} \right) \right\} \\ &\quad (t_a^2/6t_{de}^2 \ll 1) \quad (14') \end{aligned}$$

(2) 2次元制限の場合

常電導部伝搬が2次元境界に達する時間を $T_a = a/v$ (円筒状) とすると内部抵抗 R_i は次式で与えられる¹⁾。

$$\begin{aligned} \int R_i dT &= \frac{4\pi\alpha^2\rho_0 J_0^4 v^3}{180A^2 U_0^2} \left\{ \int_0^{T_a} 6T^5 dT \right. \\ &\quad \left. + \int_{T_a}^T (30T_a^2 T^3 - 30T_a^3 T^2 + 6T_a^5) dT \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

上式を基本式(5)に代入し時間積分を行うと次式が得られ, 実効減衰時間 T_{de} が求められる。

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{2F}{L} \left[6! \left(\frac{\tau_{eff}}{2} \right)^6 (1 - e^{-2T_a/\tau_{eff}}) \right. \\ &\quad \left. - 6! e^{-2T_a/\tau_{eff}} \left\{ T_a \left(\frac{\tau_{eff}}{2} \right)^5 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{T_a^2}{4} \left(\frac{\tau_{eff}}{2} \right)^4 \right\} \right] + \frac{\tau_{eff}}{\tau} \quad (16) \\ &\sim 180(T_a^3 T_{de}^4 / T_Q^4) (1 - T_a/3T_{de}) + 2T_{de}/\tau \\ &\quad (3T_a^2/8T_{de}^2 \ll 1) \quad (16') \\ &\sim 180t_a^2 t_{de}^4 (1 - t_a/3t_{de}) + t_{de}(2T_Q/\tau) \\ &\quad (3t_a^2/8t_{de}^2 \ll 1) \quad (16'') \end{aligned}$$

楕円筒状制限の場合には, $T_a = a/v$, $T_b = b/\alpha v$, $t_a = T_a/T_Q$, $t_b = T_b/T_Q$ として, $t_{de} = T_{de}/T_Q$ は下式から求まる。

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{6! t_a t_b t_{de}^4}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{t_a t_b}}{3t_{de}} \right) + \frac{2t_{de} T_Q}{\tau} \\ &\quad (3t_a t_b/8t_{de}^2 \ll 1) \quad (17) \end{aligned}$$

(3) 3次元制限の場合

常電導部伝搬が3次元境界に達する時間を T_a とすると, 内部抵抗 R_i は次式で与えられる¹⁾。

$$\begin{aligned} \int R_i dT &= \frac{4\pi\alpha^2\rho_0 J_0^4 v^3}{180A^2 U_0^2} \left\{ \int_0^{T_a} 6T^5 dT \right. \\ &\quad \left. + \int_{T_a}^T (60T_a^3 T^2 - 90T_a^4 T + 36T_a^5) dT \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

上式を基本式(5)に代入し, 時間積分すると次式が得られ, 実効減衰時間 T_{de} が求まる。

Table 1 Ratings of small-scaled magnet for SMES.

Type of magnet	Toroidal
Number of coils	12
Number of turns	2,160
Stored energy	480 MJ
Initial energy	300 MJ
Maximum field strength	4.7 T (4.2 K)
Major radius	5.7 m
Minor radius	1.7 m
Coil height	0.532 m (Fig. 3 ref.)
Coil thickness	0.217 m (Fig. 3 ref.)
Conductor length	23.2 km
Weight of conductor	48.8×10^3 kg
Change in field	$3.56 \text{ T} \longleftrightarrow 2.25 \text{ T}$
Change in current	$15.8 \text{ kA} \longleftrightarrow 10 \text{ kA}$
Withstand voltage	3 kV

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{2F}{L} \left\{ 6! \left(\frac{\tau_{eff}}{2} \right)^6 (1 - e^{-2T_a/\tau_{eff}}) \right. \\ &\quad \left. - 6! \left(\frac{\tau_{eff}}{2} \right)^4 e^{-2T_a/\tau_{eff}} \left(\frac{T_a}{2} + \frac{\tau_{eff}}{2} \right) T_a \right\} \\ &\quad + \tau_{eff}/\tau \quad (19) \\ &\sim 120(T_a^3 T_{de}^3 / T_Q^6) (1 - 3T_a/4T_{de}) + 2T_{de}/\tau \\ &\quad (T_a^2/4T_{de}^2 \ll 1) \quad (19') \\ &\sim 120t_a^3 t_{de}^3 (1 - 3t_a/4t_{de}) + t_{de}(2T_Q/\tau) \\ &\quad (t_a^2/4t_{de}^2 \ll 1) \quad (19'') \end{aligned}$$

ここで, 3次元境界に達する時間がそれぞれ $T_a = a/v$, $T_b = b/\alpha v$, $T_c = c/\alpha v$, $t_a = T_a/T_Q$, $t_b = T_b/T_Q$, $t_c = T_c/T_Q$ の場合には, $t_{de} = T_{de}/T_Q$ は次式から求められる。

$$\begin{aligned} 1 &= 120t_a t_b t_c t_{de}^3 (1 - 3\sqrt[3]{t_a t_b t_c} / 4t_{de}) + t_{de}(2T_Q/\tau) \\ &\quad ((t_a t_b t_c)^{2/3} / 4t_{de}^2 \ll 1) \quad (20) \end{aligned}$$

以上導出した本近似式とコイル自己発熱のみを考慮した Wilson の近似式を対照して付録に掲げる。

4. SMES 用導体の温度上昇解析

4.1 コイル構成と特性値の修正

本解析法の適用対象として, 小規模超電導エネルギー蓄積 (SMES) 用コイルを取り上げることとする。本 SMES コイル系は Table 1²⁾ のごとく 12 コイルよりなる浸漬冷却型トロイドであり, 1 コイル当りの蓄積エネルギーは 40 MJ である。各コイルは導体をパンケーキ巻きし (15 層), このパンケーキをスペーサを介して 12 段積み重ね構成される。Fig. 3 に示される本コイル構成において, 常電導部の発生点をコイ

Fig. 3 Propagation of normal zone in the coil.

Table 2 Designs in pool-boiled Nb-Ti Cable conductor.

Critical current	40 kA
Current density	2, 250 A/mm ²
Filament dia.	4.5 μm
Spacing between fil.	1.6 μm
Number of fil. per strand	4, 444
Strand diameter	0.6 mm
Ratio Cu/CuNi/NbTi	2 : 1 : 1
Twist pitch	7.5 mm
Ratio CuNi/Cu in stabilizer	1 : 6.7
Stranding pitch	40 mm, 250 mm
Dimension of reinforcement	3.5 × 21.1 mm ²
Dimension of superconductor	11.3 × 28.9 mm ²
Coil current density	32.8 A/mm ²

ル最内層の中央部とし、この常電導域の伝搬は導体の長さ方向 (z) には v の速度、コイル径方向 (x) および軸方向 (y) にはそれぞれ $\alpha_x v$ および $\alpha_y v$ の速度で進行すると仮定する。このような仮定の下では、Wilson の特性式を下記のように修正する必要がある。

$$F' = \pi \alpha_1 \alpha_2 \rho_0 J_0^4 v^3 / 180 A^2 U_0^2 \quad (21)$$

$$T_{Q'} = (90 L A^2 U_0^2 / \pi \alpha_1 \alpha_2 \rho_0 J_0^4 v^3)^{1/6} \quad (22)$$

$$\alpha_{x,y} = \{(\gamma C)_{\text{metal}} / (\gamma C)_{\text{av}}\} (\kappa_{x,y} / \kappa_z)^{1/2} \quad (23)$$

$\kappa_z, \kappa_x, \kappa_y$ [W/m·K]: コイル周方向、径方向および軸方向の熱伝導率

4.2 本導体の伝搬速度 v

本コイルに用いられる導体は、3層構造素線による2重燃線成形ケーブル導体 (CuNi 条補強) であり、低交流損失 (13.7 mW/m at 0.146 T/s) かつ高安定 ($\alpha=1.1$) が特徴であり、導体諸元と断面図を Table 2 および Fig. 4 に示す²⁾。図示のように、1次燃線は半

Fig. 4 Schematic view of Nb-Ti alloy cable conductor designed.

田含浸により電気的、熱的に一体に結合されているが、2次燃線ケーブル内は単に機械的に接触した状態にある。したがって、常電導伝搬速度 v の計算には CuNi 補強材の寄与は無視し、2次燃線部のみを考慮して下式を用いる^{1,3)}。

$$v = v_{\text{ad}} (1 - 2Y) / (YZ^2 + Z + 1 - Y)^{1/2} \quad (24)$$

$$v_{\text{ad}} = J_{0c} \{L_0 \theta_s / (\theta_s - \theta_b)\}^{1/2} / (\gamma C)_{\text{cond}} \quad (25)$$

$$(\gamma C)_{\text{cond}} = \{(\theta_c^4 - \theta_b^4) / 4 \theta_b^3 (\theta_c - \theta_b)\} \Sigma \gamma_i c_i \lambda_i \quad (26)$$

$$Y = (\theta_s - \theta_b) / (\theta_1 - \theta_b) = h \rho (\theta_s - \theta_b) / A J^2 \rho \quad (27)$$

$$Z = Q_L / \gamma C (\theta_s - \theta_b) \quad (28)$$

ただし、 $L_0 = 2.45 \times 10^{-8} \text{ W}\Omega/\text{K}^2$, $\theta_s = (\theta_g + \theta_c)/2$

θ_c : 臨界温度, θ_b : 冷媒温度, θ_g : 転移開

Table 3 Properties used for calculations.

	Density [kg/m ³]	Specific heat [J/kg/K]	Cross-sectional area [m ²]	Packing factor	Heat capacity [J/m ³ /K]
Cu	8,960	0.11	1.22 E-04	3.73 E-01	3.68 E+02
9/1 CuNi(reinforcement)	8,960	0.11	7.93 E-05	2.26 E-01	2.23 E+02
9/1 CuNi(SC)	8,960	0.11	3.17 E-05	9.69 E-02	9.55 E+01
NbTi	6,100	0.74	1.91 E-05	5.84 E-02	2.64 E+02
PbSn	8,860	0.5	1.00 E-05	3.06 E-02	1.35 E+02
sum			2.57 E-04	7.58 E-01	1.09 E+03

Table 4 Function $U(\theta)$ in copper dependent on temperature θ .

θ	$U(\theta)$	θ	$U(\theta)$	θ	$U(\theta)$
(K)	(A-2 sec/m ⁴)	(K)	(A-2 sec/m ⁴)	(K)	(A-2 sec/m ⁴)
4.2		85	8.964 E+16	900	2.324 E+17
4.5	2.349 E+12	90	9.347 E+16	925	2.341 E+17
5	7.055 E+12	95	9.697 E+16	950	2.357 E+17
5.5	1.280 E+13	100	1.002 E+17	975	2.373 E+17
6	1.931 E+13	110	1.061 E+17	1,000	2.388 E+17
6.5	2.739 E+13	120	1.115 E+17	1,025	2.403 E+17
7	3.759 E+13	130	1.164 E+17	1,050	2.418 E+17
7.5	4.967 E+13	140	1.207 E+17	1,075	2.432 E+17
8	6.385 E+13	150	1.247 E+17	1,100	2.446 E+17
8.5	8.045 E+13	160	1.285 E+17	1,125	2.460 E+17
9	1.004 E+14	170	1.320 E+17	1,150	2.473 E+17
9.5	1.237 E+14	180	1.354 E+17	1,175	2.486 E+17
10	1.501 E+14	190	1.385 E+17	1,200	2.499 E+17
11	2.117 E+14	200	1.415 E+17	1,225	2.511 E+17
12	2.868 E+14	225	1.483 E+17	1,250	2.523 E+17
13	3.829 E+14	250	1.544 E+17	1,275	2.535 E+17
14	5.022 E+14	275	1.601 E+17	1,300	2.547 E+17
15	6.556 E+14	300	1.654 E+17	1,325	2.558 E+17
16	8.507 E+14	325	1.703 E+17	1,350	2.570 E+17
17	1.086 E+15	350	1.748 E+17	1,375	2.581 E+17
18	1.378 E+15	375	1.791 E+17	1,400	2.592 E+17
19	1.739 E+15	400	1.830 E+17	1,425	2.602 E+17
20	2.162 E+15	425	1.867 E+17	1,450	2.613 E+17
22.5	3.439 E+15	450	1.902 E+17	1,475	2.623 E+17
25	5.314 E+15	475	1.936 E+17	1,500	2.633 E+17
27.5	8.064 E+15	500	1.967 E+17	1,525	2.643 E+17
30	1.156 E+16	525	1.997 E+17	1,550	2.653 E+17
32.5	1.594 E+16	550	2.025 E+17	1,575	2.663 E+17
35	2.108 E+16	575	2.052 E+17	1,600	2.672 E+17
37.5	2.651 E+16	600	2.078 E+17	1,625	2.682 E+17
40	3.199 E+16	625	2.103 E+17	1,650	2.691 E+17
42.5	3.732 E+16	650	2.127 E+17	1,675	2.700 E+17
45	4.229 E+16	675	2.150 E+17	1,700	2.709 E+17
47.5	4.678 E+16	700	2.172 E+17	1,725	2.718 E+17
50	5.106 E+16	725	2.193 E+17	1,750	2.726 E+17
55	5.893 E+16	750	2.214 E+17	1,775	2.735 E+17
60	6.549 E+16	775	2.234 E+17	1,800	2.743 E+17
65	7.120 E+16	800	2.253 E+17	1,825	2.752 E+17
70	7.651 E+16	825	2.272 E+17	1,850	2.760 E+17
75	8.136 E+16	850	2.290 E+17	1,875	2.768 E+17
80	8.564 E+16	875	2.307 E+17	1,900	2.776 E+17

Fig.5 Temperature dependence of function $U(\theta)$ in copper.

始温度, θ_g : 分流開始温度, θ_1 : 常電導部
定常温度, θ_L : 単位体積当りの潜熱

Table 3 の物性値と上式を用いて v_x, v_y を計算すると, 次の値が得られる ($Y \sim 0.2, Z \sim 10$).

$$\begin{cases} v = v_{ad}(1-2Y)/(YZ^2+Z+1-Y)^{1/2} \\ = 1.75 \times 0.6/5.57 = 1.9 \text{ [m/s]} \\ v_x = \alpha_x v = 6.2 \times 10^{-3} \times 1.9 \sim 1.2 \times 10^{-2} \text{ [m/s]} \\ v_y = \alpha_y v = 1.6 \times 10^{-3} \times 1.9 \sim 3.0 \times 10^{-3} \text{ [m/s]} \end{cases} \quad (29)$$

4.3 導体温度上昇の近似計算

まず銅のみの $U_{Cu}(\theta) = \int_{4.2}^{\theta} (\gamma C / \rho)_{Cu} d\theta$ を Cu のデータを用いて Table 4 のように計算しておく。次に常電導伝搬に必要なコイル平均の物性値を求めるために下記の平均化式を適用すると Table 5 の諸元が得られる。

$$\begin{cases} (\gamma C)_{av} = (\gamma C)_{Cu} \lambda_{con} (\lambda_{Cu} + \lambda_{CuNi} \\ + \lambda_{NbTi}) \\ (\rho)_{av} = \rho_{Cu} / \lambda_{Cu} \lambda_{con} \\ U_{av}(\theta) = \lambda_{Cu} \lambda_{con}^2 (\lambda_{Cu} + \lambda_{CuNi} \\ + \lambda_{NbTi}) U_{Cu}(\theta) \end{cases} \quad (30)$$

ただし, $\lambda_{con} = A_{con}/A$: コイル断面中の導体充塡率, $\lambda_{Cu} = A_{Cu}/A_{con}$, $\lambda_{CuNi} = A_{CuNi}/A_{con}$, $\lambda_{NbTi} = A_{NbTi}/A_{con}$: 導体断面中のそれぞれ Cu, CuNi および NbTi の充塡率。

以上の準備の下先ず $\theta_0 = 100 \text{ K}$ で $U_0 = 6.16 \times 10^{15} \text{ A}^2 \text{s/m}^4$ の値を (22) 式に代入して T_Q' を求め, $T_a = 5.3/1.9 = 2.81$ および $\tau = 16.5 \text{ s}$ と (12') 式を用いて T_{de} を求め, 最後に (9) 式により θ_m を計算する。得られた θ_m が最初の θ_0 と異なれば, 得られ

Fig.6 Flow chart of computer simulations.

た温度の U_0 を入れ直して再計算するプロセスを数回繰り返すと次のような収斂値が得られる (Table 5)。

$$\begin{cases} 1 = 360 T_a T_{de}^5 / T_Q'^6 + 2 T_{de} / \tau \\ = 360 \times 2.81 \times 6.7^5 / 20.7^6 \\ + 2 \times 6.7 / 16.5 \\ \theta_m = \theta_0 J_0^4 T_{de}^2 / U_0^2 = 125 \times 3.24^4 \times 10^{28} \\ \times 6.7^2 / 7.02^2 \times 10^{30} = 124.9 \text{ [K]} \end{cases} \quad (31)$$

5. 計算機によるクエンチシミュレーション

前節の近似計算結果を検証するため, Wilson が開発したプログラム “QUENCH” を用いて⁴⁾, 前記の SMES マグネットの計算機シミュレーションを行ったので, その結果について述べる。

本プログラムのフローチャートを Fig.6 に示す。コ

Table 5 Results of analytical calculations.

			without reinforcement considered				with reinforcement considered			
Bath temp	θ_0	K	100	120	125	100	80	90	93	
Maximum field	B_m	T	4.7	4.7	4.7	4.7	4.7	4.7	4.7	
Critical field	B_c	T	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	
He Temp	θ_0	K	4.2	4.2	4.2	4.2	4.2	4.2	4.2	
Rated current	I_{op}	A	20000	20000	20000	20000	20000	20000	20000	
Critical current	I_c	A	40000	40000	40000	40000	40000	40000	40000	
Lorenz number	L_0	WQ/k^2	2.45E-08	2.45E-08	2.45E-08	2.45E-08	2.45E-08	2.45E-08	2.45E-08	
Cross-sectional area of conductor	A	m^2	0.000616	0.000616	0.000616	0.000616	0.000616	0.000616	0.000616	
Heat conductivity(Z)	κ_z	W/mK	214	214	214	214	214	214	214	
Heat conductivity(X)	κ_x	W/mK	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	
Heat conductivity(Y)	κ_y	W/mK	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	
Inductance	L	H	0.206	0.206	0.206	0.206	0.206	0.206	0.206	
Protection resistance	Re	Ω	0.0125	0.0125	0.0125	0.0125	0.0125	0.0125	0.0125	
Packing factor of conductor	ζ		0.529	0.529	0.529	0.529	0.529	0.529	0.529	
Critical temp at B_m	θ_c	K	7.67	7.67	7.67	7.67	7.67	7.67	7.67	
Sharing temp at B_m	θ_g	K	5.94	5.94	5.94	5.94	5.94	5.94	5.94	
Transition-commencing temp.	θ_s	K	6.80	6.80	6.80	6.80	6.80	6.80	6.80	
Coil current density	J0	A/mm^2	3.24E+07	3.24E+07	3.24E+07	3.24E+07	3.24E+07	3.24E+07	3.24E+07	
Averaged heat capa.	(rC) av	J/mm^3K	467.8	467.8	467.8	467.8	467.8	467.8	467.8	
Adiabatic velocity of propagation	Vd	m/sec	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5	
Velocity of propagation	V	m/sec	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	
Non-circularity(radial)	α_1		0.0062	0.0062	0.0062	0.0062	0.0062	0.0062	0.0062	
Non-circularity(axial)	α_2		0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	
Function U at θ_0	U0	A^2sec/mm^4	6.16E+15	6.87E+15	7.02E+15	7.49E+15	6.41E+15	7.00E+15	7.26E+15	
Resistivity at θ_0	ρ_0	Ωm	1.800E-08	1.800E-08	1.800E-08	1.800E-08	1.800E-08	1.800E-08	1.800E-08	
Function U of copper	UCu	A^2sec/mm^4	1.00E+17	1.11E+17	1.14E+17	1.00E+17	8.56E+16	9.35E+16	9.54E+16	
Resistivity of Cu	ρ_{Cu}	Ωm	3.56E-09	3.56E-09	3.56E-09	3.56E-09	3.56E-09	3.56E-09	3.56E-09	
Time constant of external resistor	τ	sec	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	
Quench characteristic time	TQ	sec	19.90	20.70	20.70	21.30	20.20	20.80	20.90	
One dimensional limit	1a	m	5.34	5.34	5.34	5.34	5.34	5.34	5.34	
Two dimensional limit	1b	m	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	
Three dimensionally limit	1c	m	0.267	0.267	0.267	0.267	0.267	0.267	0.267	
One dimensionally limited time	Ta	sec	2.810	2.810	2.810	2.810	2.810	2.810	2.810	
Two dimensionally limited time	Tb	sec	18.500	18.500	18.500	18.500	18.500	18.500	18.500	
Three dimensionally limited time	Tc	sec	87.800	87.800	87.800	87.800	87.800	87.800	87.800	
Decay time 1	Td1	sec	6.500	6.700	6.700	6.900	6.700	6.800	6.700	
Decay time 2	Td2	sec	5.300	5.300	5.300	5.700	5.700	5.700	5.700	
Temp rise 1	θ_1	K	123.0	126.0	124.9	93.3	96.3	93.4	93.4	
Temp rise 2	θ_2	K	82			64

Fig.7 Results of computer simulation (a):
temperature vs. time & current vs. time.

Fig.8 Results of computer simulation (b):
resistance vs. time & voltage vs. time.

イルの諸元および各パラメータの初期値として線材断面積 A 、構成材物性値 ($\gamma C, \rho$)、通電電流 I_0 、インダクタンス L 、保護抵抗 R_e 、スイッチ抵抗 R_s 、コイルの直方体展開時の大きさ、クエンチ開始位置を与える。初期常電導域伝搬速度 v_0 については数値として与える場合とプログラム中で計算により求める場合がある。ここでは、 $v_0 = 1.9 \text{ m/s}$ を与えた。

計算手順としては、まず時間増分 ΔT に従って v から常電導領域の増分 ΔV を求める。したがって常電導域は ΔT ごとの ΔV が積層しながら増加していく。各 ΔV 領域内の温度上昇 $\Delta \theta$ はホットスポットモデルから計算する。 $\Delta \theta$ から各 ΔV の温度 θ を求め、コイ

ルの抵抗を算出する。回路の合成抵抗から電流減衰量を計算し、 v を求め (ただしここでは $v = v_0$ 固定とした) 再び ΔT 後の新たな ΔV を計算する。

この逐次計算によって得られた補強材を考慮しない場合のシミュレーション結果を Fig.7 と Fig.8 に示す。Fig.7 からクエンチ後 I が I_0 の $1/10$ となる 34 s 後の θ_m は 88.6 K で、前節の解析的に求めた値 $\theta_m = 124.9 \text{ K}$ より 36 K ほど低い値である。また、電流 I が I_0 の $1/e$ に降下する時間 τ_{eff}' (Fig.2 の τ_{eff} に対応する) を求めると $\tau_{\text{eff}}' = 16 \text{ s}$ であり、解析的に求めた $\tau_{\text{eff}} = 2T_{\text{de}} = 13.4 \text{ s}$ より若干長い。Fig.8 からは、コイル内部電圧がクエンチ後 18.5 s で最大値

9.3 V に達し、その後漸時減少することがわかる。

一方、図示はしていないが CuNi 補強材の熱容量 (50%) を考慮した場合 (Table 5 右欄に対応) のシミュレーションも行っており、クエンチ後 34 s で $\theta_m = 78.7$ K に温度上昇し、 $\tau_{\text{eff}}' = 16$ s の結果を得ている。解析的に求めた値 $\theta_m = 93.4$ K に比して CuNi、補強材を考慮しない場合と同様に低めの値になっている。

6. 考 察

6.1 シミュレーションとの比較

前節で述べたシミュレーション結果によれば、本近似式による計算値はシミュレーション値に比して約 40% 高く、実効減衰時定数 τ_{eff} のほうはシミュレーション値 τ_{eff}' より 16% 短いことがわかった。これら差異の原因は、線材・コイル構成材の温度依存性考慮の仕方にあると考えられる。すなわち、計算機シミュレーションでは物性値の温度依存性を厳密に取り入れている。解析法においては $U(\theta) = \int (\gamma C / \rho) d\theta$ 関数を通してマクロ的に温度依存性を反映していることと比抵抗 ρ の温度 θ 比例性を仮定している。したがって、Cu 材の ρ は低温においては小さく、発熱も少ないのでシミュレーションの τ_{eff}' が解析値より長くなるのは当然である。温度上昇値についていえば、本近似計算の場合には FRP の γC (約 10%) を考慮していないこと、NbTi の γC を (30) 式の占積率で近似計算 (約 10% の過小評価) していることを考えると温度依存性考慮の差異に起因する寄与分は 15~20% 程度と考えられる。計算機シミュレーション値を真値とすると、本近似計算式は 20% 程度高いあるいは安全側の温度上昇値を与えるといえそうである。

6.2 ホットスポットモデルとの比較

従来、本導体のような大容量導体に対しては Wilson のホットスポットモデルにより外部抵抗消費のみを考慮して近似計算していた ((2) 式のケースに対応)。減衰時間 T_d は外部抵抗回路時定数 $\tau = L/R_e$ の 1/2 で、本ケースでは $T_d = 16.5/2 = 8.25$ s となり、温度上昇値 $\theta_m \sim 250$ K が得られる。すなわち、従来の近似計算式では本近似計算値 125 K の 2 倍という過大な温度上昇値を与え (シミュレーション値の 2.8 倍)、あまりに安全側過ぎると考えられる。したがって、本近似計算式のほうが計算機シミュレーションに近く、より妥当な近似解析式といえよう。

6.3 本近似式の妥当性

6.3.1 他の近似式の検討

外部抵抗消費と自己発熱の両方を考慮した近似式としては、下記の簡易式が提案されている⁵⁾。

$$\tau_{de}' = \tau_{\text{eff}}' / 2 = L / 2(R_1 + R_e) = 1 / \left(\frac{1}{T_Q} + \frac{2}{\tau} \right) \quad (32)$$

上式に $LI_0^2/2$ をかけて変形すると下式が得られる。

$$\begin{aligned} LI_0^2/2 &= (LI_0^2/2)(T_{de}'/T_Q + 2T_{de}'/\tau) \\ &= I_0^2 R_1 T_{de}' + I_0^2 R_e T_{de}' \end{aligned} \quad (33)$$

上式は蓄積エネルギーが T_{de}' 時間内に R_1 および R_e で消費されるというエネルギーバランスの式であり、① コイル電流 $I = I_0$ (一定)、② R_1 発熱の時間的比例性 (T_{de}'/T_Q) が仮定されている。しかし、実際には I は指数関数的に減衰し、 R_1 も T^5 で増加しており時間的比例性は成立しえない。上式の物理的意味は、 T_Q と $\tau/2$ の調和平均式であり、単なる簡易式といえよう。

もし、Wilson の解析法 ($I = I_0$ 一定) を踏襲するなら $R_1 \propto T^5$ の時間的關係性を考慮して次式の実効減衰時間 T_{de}'' (Wilson の改良近似式 II と呼ぶ) が導かれる。

$$\begin{aligned} LI_0^2/2 &= (LI_0^2/2)(T_{de}''/T_Q)^6 + (LI_0^2/2)2T_{de}''/\tau \\ \therefore 1 &= (T_{de}''/T_Q)^6 + 2T_{de}''/\tau \end{aligned} \quad (34)$$

上式は、 R_1 の時間的關係性 ($\propto T^5$) を含み、実際により近くなっているが、電流の指数関数的変化を考慮していないところが限界である。

6.3.2 各近似式による実効時間比較

前記のごとく、本近似式はコイル電流の指数関数的減衰の実効時定数 $\tau_{\text{eff}} = 2T_{de}$ を導入することにより、エネルギーバランスの式から自然に求められたものである。ここでは、本近似式と簡略式 (32) 式および Wilson の近似式 II (34) 式を用いて、それぞれ実効減衰時間 T_d , T_d' および T_d'' を計算し、相互比較を試みよう。各式による計算結果を Table 6 に示す。外部抵抗回路時定数 $\tau = 16$ s の場合のみ Fig. 9 に図示する。

Table 6 および Fig. 9 から ① Wilson II 式は常に長いほうへずれ、 T_Q が少し長くなると $\tau/2$ に等しくなる。② 簡易式は調和平均のため変化は緩い。③ 古河式 (本近似式) は T_Q が短い時には T_d はより短く、 T_Q が長くなると $\tau/2$ に近づく傾向を示すことがわかる。本近似式は常電導伝搬の影響をよく反映しており、妥当と考えられる。

Table 6 Comparison between calculation results by three analytical formulas.

τ		T_Q						
		5	7	10	15	20	30	50
8	Furukawa T_d	1.54	2.07	2.75	3.57	3.87	3.99	4.0
	Simplified T_d'	2.22	2.55	2.86	3.16	3.33	3.53	3.70
	Wilson II T_d''	3.52	3.88	3.98	4.0	4.0	4.0	4.0
16	Furukawa T_d	1.61	2.21	3.08	4.39	5.50	7.04	7.93
	Simplified T_d'	3.08	3.73	4.44	5.22	5.71	6.32	6.90
	Wilson II T_d''	4.38	5.69	7.03	7.85	7.98	8.0	8.0
32	Furukawa T_d	1.64	2.28	3.22	4.72	6.16	8.78	12.8
	Simplified T_d'	3.81	4.87	6.15	7.74	8.89	10.4	12.1
	Wilson II T_d''	4.72	6.42	8.76	11.9	14.1	15.7	16.0

(Unit: second)

Fig.9 Decay times calculated by three analytical formulas.

6.3.3 本近似式の限界

前節までの議論により、本近似式の妥当性は裏付けられたといえる。しかし、本近似式にも解析式としての限界がある。6.1節で述べたように各物性値の温度依存性を厳密に取り入れることはできないし、常電導伝搬速度 v も本来電流 I に依存 (I に比例) しているのを一定として解析した。計算機シミュレーションの時、 v を電流依存とした場合もシミュレーションしてみたが、結果は $\theta_m \sim 90$ K, $\tau_{eff}' \sim 16$ s とほとんど変わらなかった。因みに v の電流比例性を考慮すると下式が導かれる。

$$1 = \frac{360 T_a T_{de}^5}{T_Q^6} \left(\frac{T_{de}}{3 T_{de} + \tau} \right)^6 + \frac{2 T_{de}}{\tau} \quad (35)$$

上式による実効減衰時間は $T_{de} = t_{eff}/2 = 8.1$ s と v 固定の場合より長くなり (物理的に妥当)、本ケースではたまたまシミュレーション値に一致した。いずれにせよクエンチ点がコイル中央からずれた場合、伝搬がさらに複雑な場合あるいはより正確性を期す場合には計算機シミュレーションに頼らざるを得ないことはいうまでもない。

7. 結 論

大容量導体を用いた中型マグネットにおけるクエンチ時の導体温度上昇に関して、新しい近似計算式を導くとともに計算機シミュレーションおよび従来の近似式との比較・検討を行った。得られた主な結論は以下のとおりである。

- 1) 本近似式は、自己発熱と外部抵抗消費の双方を考慮し、実効減衰時定数を導入してエネルギー平衡的に求めたもので、物理的により妥当な計算式である。
- 2) 本近似式は、計算機シミュレーション結果に比し、20%程度安全側の温度上昇値を与える。
- 3) Wilson の近似式や簡易式は、本近似式より2倍以上過剰安全側の温度上昇値を与える。
- 4) ただし、本近似式においても各物性値の温度依存性の厳密な取込みや複雑な伝搬の取扱いは限界があり、必要により計算機シミュレーションが望ましい。

参 考 文 献

- 1) N. M. Wilson: *Superconducting Magnet*, Clarendon Press (1983) 200
- 2) 井上 至ら: 第49回低温工学・超電導学会 C 3-13(1993)
- 3) R. F. Broom and E. H. Rhoderick: *Brit. J. Appl. Phys.* **11** (1960) 292
- 4) N.M.Wilson: Rutherford Lab. Report RHEL/M 151 (1968)
- 5) 国際超電導産業技術研究センター: 平成4年度超電導電力貯蔵システム要素技術開発に関する報告書 (第2分冊) クエンチ保護の要素技術開発調査 Chapt. 5 (1993) 52

付 録

コイルの自己発熱のみを考慮した Wilson の近似式と本近似式を対照して下記に示す。さらに、外部抵抗時定数のみにより定まる Wilson I 式、内部抵抗の時間的關係式を考慮した改良 Wilson II 式および簡易式 (τ と T_Q の調和平均式) を追記する。

$$(\text{Wilson の特性時間}) \quad T_Q = (90LA^2U_0^2/4\pi\alpha^2\rho_0J_0^4v^3)^{1/6} \quad (7)$$

$$(\text{各境界にぶつかる時間}) \quad \begin{cases} T_a = a/v, & T_b = b/\alpha v, & T_c = c/\alpha v \\ t_a = T_a/T_Q, & t_b = T_b/T_Q, & t_c = T_c/T_Q \end{cases}$$

Wilson の式

本近似式

$$T_d = t_d T_Q$$

$$T_{de} = t_{de} T_Q$$

$$(\text{無制限伝搬}) \quad T_{d0} = t_{d0} T_Q = T_Q \quad 1 = 720t_{de}^6 + t_{de}(2T_Q/\tau) \quad (8')$$

$$(1 \text{ 次元制限}) \quad T_{d1} = t_{d1} T_Q = (1/3t_a)^{1/5} T_Q \quad 1 = 360t_a t_{de}^5 + t_{de}(2T_Q/\tau) \quad (13)$$

$$(2 \text{ 次元制限}) \quad T_{d2} = t_{d2} T_Q = (2/15t_a t_b)^{1/4} T_Q \quad 1 = 180t_a t_b t_{de}^4 \left(1 - \frac{\sqrt{t_a t_b}}{3t_{de}}\right) + \frac{2t_{de} T_Q}{\tau} \quad (17)$$

$$(3 \text{ 次元制限}) \quad T_{d3} = t_{d3} T_Q = (1/20t_a t_b t_c)^{1/3} T_Q \quad 1 = 120t_a t_b t_c t_{de}^3 \left(1 - \frac{3\sqrt[3]{t_a t_b t_c}}{4t_{de}}\right) + \frac{2t_{de} T_Q}{\tau} \quad (20)$$

Wilson I の式

Wilson II の式

$$T_d = \tau/2 \quad (2) \quad 1 = (T_{de}''/T_Q)^6 + 2T_{de}''/\tau \quad (34)$$

簡易式

$$T_{de}' = 1/(1/T_Q + 2/\tau) \quad (32)$$