加圧 He II 流路内における相転移を伴う熱輸送

—数値シミュレーション—

岡村 哲至, 関 宣 政, 梶島 成治

東京工業大学大学院エネルギー科学専攻 横浜市緑区長津田町 4259

(1993 年 4 月 21 日受理)

Heat Transport with Phase Transition in a Pressurized He II Channel
—Numerical Simulation—

Tetsuji OKAMURA, Nobumasa SEKI and Shigeharu KABASHIMA

Department of Energy Sciences, Tokyo Institute of Technology, 4259 Nagatsuta, Midori-ku, Yokohama 227

(Received April 21, 1993)

Synopsis :

Changes of temperature distribution of He II in a channel and velocity distributions of superfluid and normal fluid components of it, which cannot be measured by experiments in the present stage, are simulated by means of a two-dimensional time dependent numerical calculation. A finite element scheme is applied to the two fluid equations which include the Gorter-Mellink mutual friction term. This calculation can clearly simulate not only the case in which the channel is filled with only He II but also the case in which the λ transition occurs in the channel. From the simulated results of the velocity distributions of the two components, it is confirmed that the heat is transported by the one-dimensional internal convection for the heat flux less than the λ transition heat flux. It is also found that two-dimensional natural convectional flow is formed when He I is generated by the heat flux larger than that of λ transition, and the flow strongly influences the heat transport in the channel.

1. はじめに

先の論文¹⁾では, He II 流路内の温度の測定を行い, 流路内で He I が生じるような発熱がある場合には自然対流が生じ, それが熱輸送特性に強く影響を及ぼすことが推測された。また流路内の熱輸送特性をより詳細に明らかにするためには, さらに計測点を増やし, 二次元での温度分布を明らかにする必要があることがわかった。しかし, 狭い He II 流路内において, ヘリウムの流れを精度よく計測したり, 温度の計測点をさらに増やすことは非常に難しい。

そこで本研究では, 二次元非定常の有限要素法による数値計算によって, He II 流路内の熱輸送をシミュレーションすることを試みた。この計算は, 発熱が生じたあと, 流路内が He II のみで満たされている場合だけでなく, λ 転移が生じる場合についても扱う。He II の領域では, Gorter-Mellink の 3 乗項²⁾を含ん

だ二流体方程式³⁾を用い, He I 領域ではナビエ・ストークス方程式を用いている。

2. 基礎方程式および解析手法

He II 温度領域においては, 非圧縮粘性流体を仮定し, (1.1) 式から (3) 式に示す各種保存式を用いた。これらの式で, $\vec{v}$ は速度ベクトル, ρ は密度, p は圧力, T は温度, t は時間, C_v は定積比熱, g は重力加速度, s はエントロピー, η は粘性係数, A_{GM} は Gorter-Mellink 定数⁴⁾, $1/f(T)$ は He II の実効的な熱伝導率⁵⁾, また添字 s と n はそれぞれ超流体成分と常流体成分を, 0 は初期状態を, λ は λ 点温度を表す。

質量保存式,

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \vec{v} = \rho_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n \quad (1.2)$$

超流体成分の運動量保存式,

Fig. 1 Schematic view of the present heat transport model; (a) before dividing into elements, 1-5 indicate the positions where the helium temperature is measured in the experiment, (b) after divided into 1,024 triangulate elements.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \vec{v}_s) + \nabla(\rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = \rho_s \nabla T - \frac{\rho_s}{\rho} \nabla p - A_{GM} \rho_n \rho_s |\vec{v}_n - \vec{v}_s|^3 + g(\rho_{s0} - \rho_s) \quad (2.1)$$

$$A_{GM} = 11.3 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\rho}{\rho_s \eta_n} \right)$$

He II の運動量保存式,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla(\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v} + g(\rho_0 - \rho) \quad (2.2)$$

エネルギー保存式,

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_v \vec{v} \nabla T = f(T)^{-1/3} \nabla T \quad (3)$$

$$f^{-1}(T) = \frac{\rho^2 s_\lambda^4 T_\lambda^3}{A_{GM\lambda}} \left[\left(\frac{T}{T_\lambda} \right)^{5.7} \left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_\lambda} \right)^{5.7} \right\}^3 \right]$$

超流体成分の運動量保存式においては、超流体成分と常流体成分の間の相互摩擦および浮力を考慮している。He II の運動量保存式にはナビエ・ストークス方程式を用いた。エネルギー保存式の移流項における速度は、He II の速度を用いた。

有限要素内の平均温度が λ 点温度より高い He I 温度領域では、質量保存式に (1.1) 式を、運動量保存式に (2.2) 式を、エネルギー保存式に次式を用いた。

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_v \vec{v} \nabla T = \kappa \nabla^2 T \quad (4)$$

ここに κ は He I の熱伝導率である。(1.1) 式から (4) 式までのヘリウムの物性値は、すべて温度の多項

式近似によって求めた。

本計算で対象とした流路のモデルを Fig. 1 (a) と (b) に示す。Fig. 1 (b) はこのモデルを三角形の有限要素に分割した様子を示す。これらの図は縦と横の縮尺を変えて示してある。Fig. 1 (a) 中の斜線部が実験で用いた He II 流路を作るための FRP 部に相当し、流路内の右側面全体が加熱面である。また 1 から 5 は、実験においてヘリウム温度の測定を行った位置を示す。He II 流路寸法は実験と等しく、長さ 170 mm、幅 1 mm とした。He II 槽の寸法は計算機の記憶容量の限界から、実験で用いたものよりも小さくした。Fig. 1 (b) に示されるように、ヘリウムで満たされる部分は三角形要素に 1,024 分割し、そのうち流路内は 352 分割した。

境界条件は、He II 槽壁面においては加熱開始前の He II 槽温度 T_b に等温、加熱面以外の FRP 壁面においては断熱とし、すべての壁面に垂直な速度成分および圧力勾配は 0 とした。熱量については実験と同様に、時刻 0 においてある値をステップ的に加熱面に加え、それ以後はその値を保った。

本計算ではガレルキン法を用い、時間に関する逐次計算を採用した。使用した計算機は、東京工業大学情報処理センターに設置されているスーパーコンピュータ ETA 10 である。

3. 解析結果

3.1 流路内全体が He II の場合

はじめに、実験で得られた λ 転移熱流束 q_λ より小さな熱流束が加えられた場合について計算を行った。He II 槽温度 T_b が 1.80 K、加熱面での熱流束 q が 0.06 W/cm² で流路が鉛直姿勢のとき、加熱開始から 1 ms, 10 ms, 30 ms 経過したときの温度分布および、超流体成分と常流体成分の速度ベクトル分布を、それぞれ Fig. 2 (a), (b), (c) に示す。Fig. 2 (a) の等温線の間隔は 0.6 mK である。この図から、水平方向の温度勾配はみられず、流路出口付近で鉛直方向に大きな温度勾配がついていることがわかる。また常に流路中央部が最も温度が高く、30 ms 後では最高温度が 1.82 K になっている。常流体成分は流路中央部から湧き出るように流れ出し、流路出口付近で最大速度 53 cm/s に達している。逆に超流体成分は、流路中央部に向かって流れ込み、流路出口付近で最大速度 29 cm/s となっている。しかしこれらの図には示されていないが、He II 全体としての対流は生じていないことが本計算

Fig. 2 Simulated results when 1, 10 and 30 ms passed after the heat flux is started to be applied. Heat flux at the heated surface q is 0.06 W/cm^2 and T_b is 1.80 K . The channel is oriented vertically; (a) temperature distribution, (b) velocity vectors of the superfluid components, (c) velocity vectors of the normal fluid components.

Fig. 3 Variations of λ transition heat flux q_λ with T_b ; $\circ$: simulated results, $\diamond$: experimental results.

結果からわかっている。これらのことから、流路全体が He II で満たされている場合は、内部対流による一次元性の強い熱輸送が行われていることがわかる。

加熱開始後 30 ms 以後の熱輸送については、計算の所要時間の制約から、 v_s と v_n をそれぞれ求めることはせず、(1.1)式、(2.2)式、(3)式を用いて、He II 全体の速度、温度、圧力の時間変化を求めた。ある値の熱量を加えると、実験結果と同様に流路中央部が最高温度となりながら温度上昇を続け、中央部が λ 点温度となって定常状態にいたる。この値の熱流束を λ 転移熱流束 q_λ とし、その T_b 依存性を実験結果とともに Fig. 3 に示す。本計算と実験の結果はほぼ一致しており、ナビエ・ストークス方程式と He II の実効的

Fig. 4 Temperature traces at the positions from 1 to 5, which are shown in Fig. 1, when $q=0.08 \text{ W/cm}^2$ and $T_b=1.80 \text{ K}$. The channel is oriented vertically; (a) simulated results, (b) experimental results.

な熱伝導率を用いたエネルギー保存式によって、He II 領域における熱輸送がシミュレーションできることがわかる。

3.2 He II と He I が混在する場合

流路内で λ 転移が生じたあとの熱輸送について明らかにするために、実験と同様に、対流の影響の違いがあらわれやすい鉛直姿勢と水平姿勢の流路についてそれぞれ計算を行った。

Fig. 5 Simulated results at 1, 2, 4 and 8 s in Fig. 4 (a); (a) temperature distribution, (b) velocity vectors of helium.

Fig. 6 Temperature traces at the positions from 1 to 5, which are shown in Fig. 1, when $q=0.08$ W/cm² and $T_b=1.80$ K. The channel is oriented horizontally and the heated surface is down side of the channel; (a) simulated results, (b) experimental results.

$T_b=1.80$ K, $q=0.08$ W/cm² の場合の鉛直流路において, Fig. 1 (a) 中の 1 から 5 の位置での温度の時間変化の計算と実験結果をそれぞれ, Fig. 4 (a) と (b) に示す。計算結果においても, 3, 4, 5 の順に温度が T_λ を越え, また中央より上部では温度のオーバーシュートがみられる。とくに 3 の位置では再び He II 温度に戻っていることが示され, 流路内の温度変化のふりまがよく表されている。

流路内の熱輸送の様子をさらに詳しくみるために, Fig. 5 (a) と (b) にそれぞれ加熱開始から 1 秒, 2 秒,

4 秒, 8 秒経過したときのヘリウムの温度分布と速度ベクトル分布の計算結果を示す。Fig. 5 (a) において, 等温線の間隔が狭い部分が He I の領域である。これらの図から, λ 転移が生じたあとの熱輸送は二次元的になることがわかる。すなわち, 流路中央で生じた He I は, その領域を拡大しながら浮力によって上昇し, 流路全体に下から上への自然対流が誘起され, 流路下部から He II が流れ込んでいる。流路内のヘリウムの最大上昇速度は約 13 cm/s である。

鉛直姿勢の場合と T_b および q を等しくしたときの, 水平姿勢の場合の, 各部の温度変化の計算と実験結果をそれぞれ Fig. 6 (a) と (b) に示す。またこのときの, ヘリウムの温度分布と速度ベクトル分布の計算結果を Fig. 7 (a) と (b) にそれぞれ示す。流路の下側の面が加熱面である。水平姿勢の場合も, 流路中央でまず He I が生じるが, その後鉛直姿勢の場合と異なり, 浮力によって流路内全体を通り抜けるような対流は生じず, 加熱面上の高温の He I を巻き上げるようにして流路内で渦を巻いている様子が見える。その結果, 流路中央付近の温度が急激に上昇し, 流路内の最高温度は鉛直姿勢の場合より高くなる。Fig. 6 (a) と (b) において, 1, 2, 4 の位置での温度の変化が計算と実験結果で異なっているのは, 実験では流路が完全に水平ではなかったことによるものと考えられる。

4. ま と め

二次元非定常の数値計算によって, 現時点の実験では測定できなかった, 加圧 He II 冷却流路内の超流体成分, 常流体成分およびヘリウム全体の流動の様子

Fig.7 Simulated results at 1, 2, 4 and 8 s in Fig. 6 (a); (a) temperature distribution, (b) velocity vectors of helium.

や、温度分布の時間変化をシミュレーションすることができた。

超流体成分と常流体成分の速度分布から、本冷却流路がHe IIで満たされているときは、内部対流によって、流路に沿った一次元性の強い熱輸送が行われていることが明らかになった。また λ 転移が生じたあとは、流路内で二次元的な自然対流が形成され、この対流が熱輸送に強く影響を与えることが明らかになった。

本研究を行うにあたり、東京工業大学の高橋 浩氏、鈴木隆介氏、浜口真司氏には多大な助力をしてい

ただき、深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 岡村哲至, 鈴木隆介, 梶島成治: 低温工学 **28** (1993) 540
- 2) C. J. Gorter and J. H. Mellink: *Physica* **15** (1949) 285
- 3) L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *Fluid Mechanics*, Pergamon Press, London (1959) 518
- 4) S. C. Soloski and T. H. K. Frederking: *Int. J. Heat. Mass Transfer* **23** (1980) 437
- 5) S. W. Van Sciver: *Helium Cryogenics*, Plenum Press, New York (1986) 144