超 電 導 磁 気 シ ー ル ド

松 葉 博 則

横浜電気工業横浜研究所 横浜市区岡野 2-4-3

(1994 年 5 月 30 日受理)

Superconducting Magnetic Shield

Hironori MATSUBA

Yokohama Laboratories, Furukawa Electric Co., Ltd., 2-4-3 Okano Nishi-ku, Yokohama 220

(Received May 30, 1994)

Synopsis :

A superconductor is an ideal material for shield, giving excellent attenuation of electric/magnetic fields from DC to very high frequency. It is particularly useful for low frequency region shields because there is no effective material which gives effective shielding performance. In this paper, superconducting shielding design technologies are discussed on the basis of analytical methods and experimental results. Superconductors are excellent material for shield, however, external fields penetrate through the superconductor. The following two cases are discussed: 1. Field penetration when the external field is so strong that the shielding current exceeds the critical current of the superconductor. 2. A weak intrinsic field penetration due to kinetic inductance of the supercurrent. A superconducting hollow cylinder is an adequate shielding construction because the magnetic field decays rapidly along the depth from an open end. However, if we require a field attenuation of 10^{-8} , the length of superconducting cylinder must be 5 times its diameter. Such a length is too long to be of practical use when we need a shielded space as large as 1 m in diameter. Therefore, design concept is discussed to shorten the length while maintaining the attenuation at 10^{-8} by coupling with a ferromagnet. When we attain a very high attenuation by the superconducting shield, there may still be some noises of internal origin. This paper discussed the internal noises of: 1. Thermal driven noise from well conductive materials, 2. Flux relaxation noise of the superconductor, 3. Vibration noise.

Keywords : superconducting shield, HTc superconductor, biomagnetism, thermal driven noise, flux relaxation noise.

1. 超電導シールドの意義

超電導体は抵抗がゼロであることから内部に電場が存在せずかつ、外部磁場に対して遮蔽電流が流れることによりその内部に磁場を侵入させない。また超電導で囲まれたループにはそれを通る磁束を一定に保つ性質がある。したがって超電導体内部には電磁場は侵入せず、超電導体で囲まれた空間には直流あるいは比較的低周波の磁場からマイクロ波領域まで外部の電磁場が侵入しない。このため超電導シールドは直流からマ

イクロ波領域まで非常に優れた遮蔽性能を発揮することが期待される。しかしながら超電導体は冷却が必要のため常電導金属や強磁性体でも有効な遮蔽能力を有する 10 kHz 程度以上の周波数での用途は工学的なメリットは存在せず用いられない。超電導体の遮蔽がその真価を発揮するのは 10 kHz 程度より低い周波数領域であり、ここではこの低い周波数領域での超電導シールドについて考える。

この周波数領域では電磁場は磁場成分が大きく遮蔽には磁場を遮蔽する必要がある、この遮蔽は磁気シー

Fig.1 External noise and biomagnetism signal.

ルドと呼ばれる。これは一般の遮蔽と同様に2つのカテゴリーに分けることができる。すなわち非常に微弱な磁場を検出するために外部の雑音磁場を遮蔽しこの検出に妨害を与えないことを目的とするものと、非常に強い磁場を発生する機器から外部に磁場を漏洩させないことを目的とするものである。この目的に応じて超電導シールドに要請される特性は異なる。

1.1 微弱な磁場空間の実現

非常に微弱な磁場を検出するセンサーとして SQUID 磁束計があり、これにより $5 \text{ fT/Hz}^{1/2}$ 程度までの非常に高感度の測定ができる。SQUID 磁束計は脳等の神経活動から生ずる磁場を測定し、脳の活動メカニズムの解明や病気の診断に応用すること、また金属の劣化検知など非常に微弱な磁場を測定する目的に使用される。しかしこれは測定対象の置かれた環境雑音磁場によって妨害を受ける。この環境雑音は Fig.1 に示すごとく目的の信号の大きさから見て 10^8 程度にも及び有効なシールドは不可欠である。強磁性体では多重の遮蔽を行ってもその減衰量は 10^{-4} 程度が限度でありかつ、大型のシールド空間を作ろうとすると非常に重量が大きくコストの高いものとなる。超電導シールドでは一重で 10^{-8} の減衰が可能であり、重量も小さい。また、高温超電導体を用いることによって人体を中に入れることができる生体磁気測定用シールドでも冷却コストは 1,000 円/日 以下であり十分実用性を有する。

1.2 強磁場遮蔽

第二種超電導体はその臨界電流の大きさから決まる強い磁場を遮蔽することができる。この大きさは強磁

性体の飽和磁場よりも大きく非常に強い磁場を遮蔽することが可能である。その重量も軽く、強い磁場を発生する超電導マグネット等からの漏洩磁場を遮蔽し周囲の人体や測定機器に与える影響を防止することができる。MRI や磁気浮上列車に適用が考えられている。

2. 超電導体シールドの構成と基本的考察

超電導体で作られたシールドの性能は基本的に次の3つの要因によって決定される。

- A. 超電導体を通して侵入する磁場
  - B. シールドの開口部、超電導体の非超電導性接続部を通して侵入する磁場
  - C. 超電導体シールド内に存在する内部雑音
- ここではこれらについて考察し超電導シールドの期待される性能を明らかにする。

2.1 超電導体を通して侵入する磁場

2.1.1 強磁場での磁場侵入

無限に広い厚さ d の臨界電流密度 J_c を有する超電導体の片面に平行に磁束密度 B_e の磁場があると、第二種超電導体では $\mu_0 H_{c1}$ 以下では第一種超電導体と同じであるが、これを越える磁束密度 B_e では超電導体内部に巨視的な磁場侵入が起きる。すなわち量子磁束が超電導体内部に侵入する。この磁束の侵入深さ d_p は Bean-London モデルで考えると、

$$d_p = B_e / \mu_0 J_c \quad (1)$$

であり、超電導体厚さ全体に磁場が透過しない条件は、

$$B_e < B_M = \mu_0 J_c d \quad (2)$$

で与えられ、これを越えると B_M を越える分の磁場が反対側に現れる。すなわち遮蔽能力は失われる。臨界電流密度 J_c の大きな超電導体では超電導体の厚さ d を増やすことにより非常に強い磁場が遮蔽できる。

超電導体厚さ全体に磁場が透過しない場合はその磁束侵入深さを越える超電導体内部の磁場は H_{c1} 以下となるので、さらに奥の磁場侵入は第一種超電導体の考察で得られた結果を当てはめると考えられる。

2.1.2 弱磁場での磁場侵入

第一種超電導体では外部磁場 B_e が臨界磁場 $\mu_0 H_c$ (第二種超電導体では $\mu_0 H_{c1}$) を越えない条件で表面からロンドン長 λ 程度磁場が侵入し、遮蔽電流は表面から λ 程度の深さまでの部分を流れる。この場合の磁場分布を考えてみる。超電導体により囲まれた内部空間があり、その外側の外部空間に磁場が加えられたとき、超電導体内部では London の第一方程式

$$E = \mu_0 \lambda^2 \frac{\partial J}{\partial t} \quad (3)$$

が成立し、また London の第二方程式と Maxwell の方程式と組み合わせて得られる式、

$$\lambda^2 \nabla^2 B = B \quad (4)$$

が成立する。これにそれぞれの空間の磁場等の境界条件を与えることにより内部磁場、外部磁場の関係が得られる。

(1) 静磁場の場合

静磁場すなわち時間的に変化しない場に対しては (4) のみを考慮して解くことができる。この時外部磁場を与えても内部磁場は定まらない。これは内部磁場に外部磁場に依存しない任意の値の磁場を与えても解が存在することを意味する。言い換えれば、外部磁場は内部磁場に影響を与えず超電導体が如何に薄くても遮蔽効果は完全である。

(2) 変動磁場の場合

外部磁場が時間的に変化している場合は (3) を考慮する必要がある。この時、境界条件は超電導体表面の電位と超電導体表面直上の空間の電位が連続であることにより得られる。言い換えれば超電導体内部と外部で超電導体面方向の電界が等しいという条件が要請される。

これより後、 B が時間的に変化したとき、例えば磁束密度の時間変化を、

$$\dot{B} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (5)$$

と表現する。超電導体表面内部では電界を E_s 、表面の磁束密度を B_s とすると (3) の関係から、

$$E_s = \mu_0 \lambda^2 \dot{J}_s = \lambda^2 \text{rot } \dot{B}_s \quad (6)$$

が成立する。

一方超電導表面外部では電界を E_e とすると、磁束密度の連続性を考慮に入れて、

$$\text{rot } E_e = -\dot{B}_s \quad (7)$$

の関係がある。

境界条件は、

$$E_s = E_e \quad (8)$$

となる。この境界条件によって内部磁場と外部磁場とは独立でなくなり、一方の空間の磁場がもう一方の空間の磁場に影響を与える。すなわち磁場漏洩が起きる。

(3) 静磁場への影響

時間 T で外部磁場を ΔB_{ex} だけ増加させたとき、すなわち

Fig.2 Magnetic field distribution in a superconducting hollow cylinder of infinite length.

$$\Delta B_{ex} = \int_0^T \dot{B}_{ex} dt \quad (9)$$

とする。

(8) の境界条件から、内部磁場と外部磁場とは独立でないで、内部磁場を $\dot{B}_{sc}$ とすると、

$$\dot{B}_{sc} = S \dot{B}_{ex} \quad (10)$$

の関係が存在する。ここで S は超電導体の性質、空間の寸法等から決まる遮蔽係数にあたる。これに (9) の関係をあてはめると内部磁場変化分 ΔB_{sc} に対して、

$$\Delta B_{sc} = S \Delta B_{ex} \quad (11)$$

が得られる。すなわち外部磁場の変化分に関連した内部磁場の変化が起きる。

(4) 無限長の超電導中空円筒内部への磁場漏洩

Fig.2 に示すように半径 R 、厚さ d ($R \gg d$) の無限に長い超電導円筒にその軸方向 (z 方向) に外部磁場 B_{ex} を印加する。円筒内部の磁場を B_{sc} とする。円筒座標 r, θ, z を考え、 B は B_z 成分しか有しないことと $R \gg d$ より (4) の一般解として、

$$B_z = C_1 \exp(-x/\lambda) + C_2 \exp(x/\lambda) \quad (12)$$

が得られる。ここで、

$$x = R - r \quad (13)$$

である。

板両側の境界条件からこの解は、

$$B_z = \frac{B_{ex} \sinh(d/\lambda - x/\lambda) + B_{sc} \sinh(x/\lambda)}{\sinh(d/\lambda)} \quad (14)$$

と具体的に求まる。また、円筒内部表面の超電導体中の電界 $E_{s\theta}$ は (6), (14) より、

$$E_{s\theta} = \lambda \frac{-\dot{B}_{ex} + \dot{B}_{sc} \cosh(d/\lambda)}{\sinh(d/\lambda)} \quad (15)$$

となる。

Fig. 3 Shielding effects of superconductors depending on thicknesses.

次に円筒内部の超電導体表面外部の電界は、(7)を円筒断面 S について積分すると、

$$\int_S \text{rot } E_e dS = - \int_S \dot{B}_{sc} dS = - \pi R^2 \dot{B}_{sc} \quad (16)$$

また、一方 Stokes の定理により、

$$\int_S \text{rot } E_e dS = - \int_C E_e ds = 2\pi R E_e \quad (17)$$

ここで、 C は円筒断面の周に沿っての線積分である。またこの計算では回転対称から円筒内部磁場は均一であること、および周に沿っての電界 E_e は一定であることを用いた。したがって(16)、(17)より、

$$E_e = - \frac{R \dot{B}_{sc}}{2} \quad (18)$$

が得られる。(8)の条件と(15)、(18)より $\dot{B}_{sc}$ は、

$$\dot{B}_{sc} = \frac{\dot{B}_{ex}}{\cosh(d/\lambda) + (R/2\lambda)\sinh(d/\lambda)} \quad (19)$$

で与えられる。

これと(11)より遮蔽係数 S は、

$$S = \frac{\dot{B}_{sc}}{\dot{B}_{ex}} = \frac{1}{\cosh(d/\lambda) + (R/2\lambda)\sinh(d/\lambda)} \quad (20)$$

となる。

なお、超電導円筒径方向の外部磁場に対する遮蔽係数 S は同様にして計算でき、その大きさは(20)と同じである。Fig. 3 に超電導板厚さと遮蔽効果の関係を示す。Fig. 3 から見ると超電導体が非常に薄くない限り十分な遮蔽効果が得られることが分かる。しかし高温超電導体のシールドの場合、高温超電導体は多結晶で構成され結晶間はジョセフソン接合で超電導接続がなされている。このジョセフソン接合に侵入する磁場深さ λ_J は結晶のロンドン長 λ よりかなり大きい。こ

Fig. 4 Field penetration depth of a granular superconductor depending on the critical current density (BSCCO 77 K).

のような超電導体はマクロ的にはほぼ、ロンドン長 λ_J の超電導体と見なすことができる^{1,2)}。したがって多結晶高温超電導体では λ の代わりに λ_J で各式で置き換えればよい。

したがって多結晶高温超電導体の場合の遮蔽係数 S_g は、

$$S_g = \frac{\dot{B}_{sc}}{\dot{B}_{ex}} = \frac{1}{\cosh(d/\lambda_J) + (R/2\lambda_J)\sinh(d/\lambda_J)} \quad (21)$$

λ_J はその接合の臨界電流密度と関連があり臨界電流密度が小さいときはかなり大きな値を取る。この場合は数 100 μm 程度の厚さの超電導体においても、現実に磁場漏れが問題になる程度の値を有する。Fig. 4 に λ_J の計算例を示す。

3. シールド開口部、接続部の磁場漏れ

3.1 開口部からの磁場侵入

現実の遮蔽は有限の大きさでありまた遮蔽すべき空間への物の出入等で入口部を作る必要がある。したがって超電導体に非連結部が生ずる。この非連結部からは磁場侵入が起き遮蔽効果を劣化させる。したがってこの部分からの磁場侵入を考えることが重要である。

外部からの磁気雑音を遮蔽して極低磁場空間を作るには超電導中空円筒、もしくは断面が角の筒が適している。これは磁場侵入は開口部からの距離に対して指数関数的に減衰しある深さ以上内部では十分小さな磁場空間が得られるからである。この磁場減衰は直径 D の円筒の場合、開口部から z の距離での磁場は入り口磁場 B_0 に対しておおよそ³⁾円筒軸方向磁場成分に対

Fig. 5 Field attenuation along the depth from an open end of superconducting cylinder having a circular $\circ$ or rectangular $\square$ cross-section.

して,

$$B/B_0 = \exp(-7.66 z/D) \quad (22)$$

円筒軸と直角方向磁場成分に対して,

$$B/B_0 = \exp(-3.67 z/D) \quad (23)$$

で与えられる。したがって円筒軸と直角方向成分の磁場が大きく侵入しこれを考慮に入れる必要がある。

次に各辺の長さ $a, b (a \leq b)$ の長方形断面の筒⁴⁾では磁場侵入は長い方の辺長で決定され、筒軸方向磁場成分に対して,

$$B/B_0 = \exp(-6.28 z/b) \quad (24)$$

辺 b 方向磁場成分に対して,

$$B/B_0 = \exp(-3.14 z/b) \quad (25)$$

で与えられる。

これらの減衰曲線を Fig. 5 に示す。

3.2 超電導体板の組合せ構造

超電導体を複数組み合わせ、それぞれのユニットの周囲を重ね合わせてシールド体を構成することが考えられる。この場合、重ね合わせ部の面に沿う磁場に対してこれを遮蔽するには面を通して電流が流れる必要がある。しかし、これが超電導接続されていないときにはこの磁場を遮蔽することはできない。これは超電導体板の重ね合わせの部分で長方形の筒と考えると、(25) で重ね合わせ部分の隙間を a とし重ね合わせ長さを b とした時、 $b \rightarrow \infty$ の場合に当たる。このことは隙間 a をいかに小さくしても遮蔽効果は現れない。このことは超電導体のパネル組合せによる遮蔽構造を困難にしている。

また、円筒形状の超電導遮蔽を考えるとき、大きな減衰を得ようとするときかなり長い円筒が必要となる。これを実現するために長さの短い円筒をはめ合わせて

Fig. 6 (a) Notations for two semi-infinite coaxial arranged hollow cylinders, which are superconducting or ferromagnetic. (b) Calculated K values for magnetic field between two semi-infinite coaxial arranged hollow cylinders.

長い円筒を作ると言う工学的誘惑にかられる。しかしこの場合、そのはめ合わせ部からの磁場侵入は円筒の軸方向の磁場に対して隙間厚さが直径 D に比べて十分小さいときその隙間厚さによらず (言い換えれば隙間をいかに小さくしても) 隙間入り口からの距離 z に対して⁵⁾,

$$B/B_0 = \exp(-z/D) \quad (26)$$

で与えられ円筒単独の磁場減衰を表す (23) よりも減衰は小さい。したがってのはめ合わせ前の一つの円筒だけの遮蔽効果より悪い結果を与える。

これらのことを考えると超電導体は超電導接続することなく組み合わせで高い遮蔽効果を得ることは一般的には困難である。

4. 強磁性体との組合せによる侵入磁場防止

超電導体円筒開口部はその径方向の磁場に対して侵入が大きく遮蔽効果を大きくするには円筒の長さが長

Fig. 7 A cross-sectional schematic drawing of the structure of the superconducting shielding enclosure for MEG measurement system.

Fig. 8 Shielding effect of the MEG model superconducting shield for a transverse field.

なくなってしまう。径方向磁場の磁場減衰を大きくするために強磁性体円筒との組合せが検討された^{5,6)}。

これは強磁性体と超電導体間の隙間の径方向磁場の減衰は超電導体単独よりも大きいからである。この隙間の磁場減衰は

$$B/B_0 = \exp(-Kz/d) \quad (27)$$

で与えられる。 d は2つの円筒の隙間の大きさ、 K は2つの円筒が超電導体か強磁性体かで異なり、かつ d によって決まる定数である。 K の計算結果を Fig. 6 (a), (b)に示す。

この計算に基づき超電導円筒の開口部に同心円上に磁性体を配置した配列を Fig. 7 のごとく行くと、それぞれの隙間 d は円筒半径よりも小さくなるので (27)

Fig. 9 Superconducting shielded MEG.

式より z 方向の磁場減衰は著しく大きくなり、結果として超電導円筒の長さを半分以下にすることが可能となる。これにより人体を測定する8桁の磁場減衰を有する生体磁気測定装置用超電導シールドが実用に供しうる大きさと実現できる^{4,7)}。その構成例と性能を Fig. 7, Fig. 8 に、その装置の写真を Fig. 9 に示す。

5. 超電導シールドの有する内部雑音磁場

超電導シールドが完全に外部磁場を遮蔽してもその内部から発生する磁場雑音を排除しなければその性能を十分発揮することはできない。その内部磁場発生要因としては次のことが考えられる。

5.1 超電導体にトラップされた磁場による振動ノイズ

超電導体シールドは冷却時に存在した磁場をその内部に保持する。この磁場自体は変化しないがこのシールドとセンサーとの相対振動があるとセンサーの受け

Fig.10 Thermal driven noise from well conductive materials.

る磁場が変化しノイズとなる。したがってこの保持される磁場（トラップ磁場）を小さくしたり振動を防止する工夫が必要である。また、この振動ノイズをキャンセルするためのセンサーを設けてソフトウェアで除去する等の工夫がなされる。

5.2 超電導シールド内の良導体の熱雑音

導電率の大きな金属、例えば銀、銅等の良導体はその金属内の電子の熱運動により雑音磁場を発生する⁹⁾。この大きさは導体の形状と測定位置、導電率に依存する。導体が無限平面であるとき導体の厚さを t 、導電率を σ としたときこの平面から z だけ離れた点における z 方向の周波数 f における雑音磁束密度 B_z は

$$B_z = \frac{\mu(\sigma k T t / 2\pi z(z+t))^{1/2}}{2(1+2f/\pi f_c)^{1/2}} \quad (28)$$

ここで k はボルツマン定数、 T は絶対温度、 μ は導体の透磁率であり f_c は

$$f_c = \frac{1}{4\sigma\mu\pi t} \quad (29)$$

で与えられる。したがって f_c より低い周波数において雑音が大きいく。

計算例を Fig. 10 に示す。これは特に導電率が大きくなると著しく高感度磁場測定に妨害を与える程度と

なる。超電導シールドでは内部構造に良導体を使用しない工夫が必要である⁹⁾。

5.3 超電導体のフラックスクリープによる雑音

超電導体の超電導遮蔽電流は熱によるフラクチュエーションにより起電力が発生しわずかながら変化する¹⁰⁾。これは低周波磁気ノイズの原因となりうる。高温超電導体ではこれが著しく、このことへの配慮が必要である。これを防止するには地球磁場等シールドの置かれる環境磁場より十分大きな最大遮蔽能力を有する超電導体を用いることにより防止できる。したがって非常に大きな減衰を期待されるシールドでは地球磁場の十倍以上の強い磁場を遮蔽できる能力を有する超電導体が必要となる⁹⁾。

参考文献

- 1) J. R. Clem : Physica C **153-155** (1988) 50
- 2) A. M. Portis : *Electrodynamics of High Temperature Superconductors*, World Scientific, Singapore (1992) 159
- 3) B. Cabrera : Doctor Thesis of Stanford University (1975) 14
- 4) H. Matsuba, K. Shintomi, A. Yahara, D. Irisawa, K. Imai : Int. Symp. on Electromagnetic Compatibility (1994) 17 P 505
- 5) H. Matsuba : Proc. 4th Int. Symp. on Superconductivity (ISS '91) (1991) 1055
- 6) H. Matsuba, D. Irisawa and A. Yahara : 8th Int. Conf. on Biomagnetism (1991) 863
- 7) H. Matsuba, K. Shintomi, A. Yahara, D. Irisawa, K. Imai, Y. Yoshida and S. Seike : 9th Int. Conf. on Biomagnetism (1993)
- 8) T. Varpula and T. Poutanen : J. Appl. Phys. **55** (1984) 4015
- 9) K. Imai, H. Matsuba, P. Spear and A. Fife : IEICE Trans. **E76-C**, No. 8 (1993) 1280
- 10) D. S. Fisher, M. P. A. Fisher and D. A. Huse : Phys. Rev. **B 43** (1991) 130 等多数文献あり