ダブルインレット型パルス管冷凍機の仕事損失の解析

朱 紹 偉, 河 野 新, 野川 正文, 井上 龍夫

アイシン精機(株)第二開発部 刈谷市朝日町 2-1

(1998 年 1 月 10 日受理)

Work Loss in Double-inlet Pulse Tube Refrigerators

Shaowei ZHU, Shin KAWANO, Masafumi NOGAWA and Tatsuo INOUE

Second Development Department, AISIN Seiki Co., Ltd., 2-1 Asahi-machi, Kariya 448-8650

(Received January 10, 1998)

Synopsis:

An analytic equation of the mass flow rate through the bypass of double-inlet pulse tube refrigerators was obtained by an analysis of the pressure drop in the regenerator. The work loss through the bypass is discussed based on this equation. The work loss decreases with the increase in void volume ratio of the regenerator over the pulse tube, decreases with the increase in temperature ratio of the room temperature over the refrigeration temperature, and increases with the increase in "double-inlet factor," which is introduced in this paper. The work loss ratio at 80 K with an ideal double-inlet is about 50, 30, 20 and 10% when the void volume ratio of the regenerator over the pulse tube is 0.5, 1.0, 2.0 and 4.0, respectively. The analytic results were compared with numerical results. A good agreement between them was achieved.

Keywords: cryocooler, pulse tube refrigerator, double-inlet, work loss.

1. はじめに

ダブルインレット型パルス管冷凍機の原理上の欠点は、バイパスラインを介して図示仕事上の損失が発生することである。この損失を、ダブルインレット仕事損失と呼ぶことにする。バイパスラインにおける質量流量は、蓄冷器における圧力損失に起因するが、その質量流量の時間的変動には 2 つの成分が含まれている。1 つは、圧力変動と同位相の成分であり、もう 1 つは、圧力変動に対して 90 度ずれた成分である。バイパスラインの質量流量変動のうち、圧力変動に対して 90 度ずれた成分は、パルス管の低温端において質量流量と圧力波形をうまくマッチング（冷凍出力の発生上）させるために有効となるが、同位相の成分は仕事損失の要因となる。本報では、ダブルインレット型パルス管冷凍機においてバイパスラインでの質量流量を求める解析式が蓄冷器の圧力損失の解析から導かれることを示し、その解析式に基づいて仕事損失を考察

することを試みる。そして、その解析式に基づいて得た結果を数値計算による結果と比較することによりその妥当性を検証する。また、本研究では、ダブルインレットの作動状態を示すダブルインレットファクターと名づけた新しいパラメーターの導入を試み、このパラメーターが複雑なダブルインレットの作動状態の理解を進める上で有用であることを示す。

主な記号

 $a : 0.5 \mu CR / (D^2 A)$ (定数) A : 蓄冷器内の流路断面積 b : 定数 C : 定数 D : 水力直径 f : 摩擦係数 L : 蓄冷器の長さ $\dot{m}$: 質量流量 $\dot{m}_a$: バイパスでの質量流量 Re : レイノルズ数

R : ガス定数
 P : 圧力
 P_0 : 平均圧力
 t : 時間
 T : 温度
 T_0 : 室温 (蓄冷器高温端ならびにパルス管高温端の温度)
 T_a : 蓄冷器内の平均ガス温度
 T_c : 冷凍温度
 T_{in} : 境界面 n でのガス温度
 u : 速度
 V : 体積
 V_p : パルス管の容積
 V_R : 蓄冷器の空隙容積
 $\dot{V}$: 体積流量
 $\dot{V}_p$: 圧力と同位相の体積流量
 W_d : ダブルインレットの仕事損失
 W_p : 圧縮機の有効仕事
 x : 座標
 μ : 粘性係数
 ρ : 密度
 τ : 期間
 α : ダブルインレットファクター
 β : バイパスの開度係数
 κ : 比熱比
 γ : ダブルインレットの仕事損失比
 添え字

0, 1, 2, 3 : 各境界面を示す (Fig. 1 上)

2. バイパスラインにおける質量流量

Fig. 1 は、ダブルインレット型パルス管冷凍機の

Fig. 1 Schematic diagram of double inlet pulse tube refrigerator

概略の構成図である。その構成上、蓄冷器とその他の熱交換器におけるトータル圧力降下とバイパスラインでの圧力降下は同等のものとなる。従って、蓄冷器とその他の熱交換器における圧力降下 (損失) を知ることができれば、バイパスラインにおける質量流量が得られる。ここでは、解析を単純化するために、次のような仮定をおくことにする。

- (1) 作動ガスは理想気体とする。
- (2) 熱交換器は無視し、蓄冷器とパルス管のみを考慮する。
- (3) 蓄冷器内ではガスの粘性は一定とし、摩擦係数は $f = C/Re$ で与え、 C は定数とする。また、蓄冷器内では作動ガス温度は、温度変動がなく直線的な温度分布をもち、圧力損失は小さいものとする。
- (4) バイパスラインは管形状とし、その中でガスの流れは層流とし、質量流量は次式で与えられるものとする。

$$\dot{m}_d = 0.5b(P_2^2 - P_3^2)$$
- (5) パルス管壁では断熱とする。パルス管の低温端と高温端のガス温度をそれぞれ T_c , T_0 で、またオリフィスにおけるガス温度を T_0 で表す。

Fig. 1 に示す蓄冷器の x 方向の圧力損失は式(1)で与えられるとする。

$$dP = \frac{1}{2} f \rho u^2 \frac{dx}{D|u|} \quad (1)$$

仮定(3)と理想ガスの状態方程式から、式(1)は式(2)のように変形できる。

$$PdP = \alpha m T dx \quad (2)$$

仮定(3)から、位置 x におけるガス温度は式(3)により表せる。

$$T = T_c + \frac{T_0 - T_c}{L} x \quad (3)$$

区間 $x=0$ から $x=L$ においてのガスの平均温度 T_a は、その区間で直線的な温度分布を仮定すると式(4)により表せる。

$$\begin{aligned}
 T_a &= (T_0 - T_c) / \ln(T/T_c) \\
 &= T_c \frac{\frac{T_0}{T_c} - 1}{L} x / \ln\left(1 + \frac{\frac{T_0}{T_c} - 1}{L} x\right) \quad (4)
 \end{aligned}$$

ここで、位置 x における質量流量 $\dot{m}$ は式(5)のようになる。

$$\dot{m} = \dot{m}_1 + \frac{d}{dt} \left(\frac{VP}{RT_a} \right) = \dot{m}_1 + \frac{Ax}{RT_a} \frac{dP}{dt} \quad (5)$$

式(4)と式(5)を用い式(2)を $x=0$ から $x=L$ の区間で積分すると、蓄冷器内での作動ガスによる圧力降下(損失)の式(6)が得られる。

$$\frac{1}{2}(P_2^2 - P_1^2) = \frac{1}{2} a(T_0 + T_c)L \times \left[\dot{m}_1 + \frac{V_R}{R(T_0 + T_c)} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^2 \ln \frac{T_0}{T_c} - \frac{1}{2} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{dP}{dt} \right] \quad (6)$$

仮定(4)から、バイパスライン内における質量流量の式が得られる。

$$\dot{m}_d = \beta \left[\dot{m}_1 + \frac{V_R}{RT_c} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^2 \ln \frac{T_0}{T_c} - \frac{1}{2} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{dP}{dt} \right] \quad (7)$$

式(7)中の β は $\beta = ab(T_0 + T_c)$ であり、バイパスの開度係数と呼ぶことにする。式(7)は、蓄冷器の空隙容積が、圧力変動に対して90度の位相ずれをもつバイパスラインにおける質量流量成分の発生において重要な要因となることを示している。

3. ダブルインレットファクター

ダブルインレット方式においては、バイパス開度に応じてパルス管の低温端における質量流量と圧力の変動波形の位相差は異なってくる。そのため、ダブルインレットの作動条件が分かりやすく判断できるパラメーターがあれば有用と考えられるが、これまでそのような報告例はない。そこで、本報では、ダブルインレットの作動条件が判断できる新しいパラメーターとしてダブルインレットファクターの導入を試みる。

パルス管冷凍機において、パルス管の両端での体積流量はエネルギー式に基づいた次の関係式(8)で示される^{1,2)}。

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_3 + \frac{V_p}{\kappa P} \frac{dP}{dt} \quad (8)$$

式(8)中の右辺の第2項はパルス管の空隙容積によって発生し、圧力変動に対しては90度ずれた位相をもつ項である。ここで、式(9)のような関係を仮定することにする。 $\dot{V}_p$ は圧力と同位相の体積流量を、 α はダブルインレットファクターをそれぞれ示す。ダブルインレットファクターの概念的意味合いは、パルス管の空隙空間の存在に起因するところの圧力変動に対し

て90度ずれた位相をもつ質量流量成分がパルス管の高温端にどの程度流入出するかを示すものである。

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_p + (1 - \alpha) \frac{V_p}{\kappa P} \frac{dP}{dt} \quad (9)$$

式(8)、(9)から次の関係が導かれる。

$$\dot{m}_3 = \dot{V}_p \frac{P}{RT_{f3}} - \alpha \frac{V_p}{\kappa RT_{f3}} \frac{dP}{dt} \quad (10)$$

$$\dot{m}_1 = \dot{V}_p \frac{P}{RT_{f1}} + (1 - \alpha) \frac{V_p}{\kappa RT_{f1}} \frac{dP}{dt} \quad (11)$$

式(11)から、基本的に次のような4つの作動状態が考えられる。

- 1) $\alpha=0$ の場合。パルス管の高温端における質量流量変動は、圧力変動と同相となる。これは、バイパス回路を締め切った状態、すなわちオリフィスパルス管冷凍機の場合に相当する。
- 2) $\alpha=1$ の場合。パルス管の低温端における質量流量が、圧力変動波形と同位相の変動波形成分のみを持つ場合で、これを、理想的なダブルインレットと呼ぶことができる。
- 3) $0 < \alpha < 1$ の場合。パルス管の空隙容積の存在による影響で、パルス管低温端における質量流量の変動成分に圧力変動に対して90度遅れた成分が加わってくる。バイパスを通過しパルス管に入ってくるガスは、その低温端まで達しない状態が考えられる。
- 4) $\alpha > 1$ の場合。パルス管低温端における質量流量変動が圧力変動の位相に対して90度進んだ成分を含む場合である。これは、蓄冷器がパルス管に対して相対的に非常に大きく、バイパスを通過する質量流量も多い場合に相当する。また、この場合においてはバイパスラインより流入するガスの一部は、蓄冷器内まで到達するものと考えられる。この状態をオーバーダブルインレットと呼ぶことにする。なお、この作動ガスの状態は、一般的なスターリングサイクル冷凍機にも見られる。

4. β と α の関係

オリフィスを通る質量流量 $\dot{m}_0$ は、パルス管の高温端と、バイパスラインを通るトータルの質量流量に等しく、次式で表される。

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_3 + \dot{m}_d \quad (12)$$

$$\dot{m}_0 = \dot{V}_0 \frac{P}{RT_0} = \beta \dot{V}_p \frac{P}{RT_{f1}} + \dot{V}_p \frac{P}{RT_{f3}} \\ + \beta \left[(1-\alpha) \frac{V_p}{\kappa R T_{f1}} + \frac{V_R}{R T_C} \frac{\left(\frac{T_0}{T_C}\right)^2 \ln \frac{T_0}{T_C} - \frac{1}{2} \left(\frac{T_0}{T_C}\right)^2 + \frac{1}{2}}{\left(\frac{T_0}{T_C} + 1\right) \left(\frac{T_0}{T_C} - 1\right)^2} \right] \\ \times \frac{dP}{dt} - \alpha \frac{V_p}{\kappa R T_{f3}} \frac{dP}{dt} \quad (13)$$

オリフィスを通ずる質量流量は、圧力変動と同位相であることから、式(13)の右辺の第3項と第4項は打ち消し合うことになる。そこで仮定(5)の $T_{f1} = T_C$, $T_{f3} = T_0$, $T_{f0} = T_0$ より次のような式(14)を得る。

$$\beta = \frac{\alpha}{(1-\alpha) \frac{T_0}{T_C} + \kappa \frac{T_0}{T_C} \frac{V_R}{V_p} \frac{\left(\frac{T_0}{T_C}\right)^2 \ln \frac{T_0}{T_C} - \frac{1}{2} \left(\frac{T_0}{T_C}\right)^2 + \frac{1}{2}}{\left(\frac{T_0}{T_C} + 1\right) \left(\frac{T_0}{T_C} - 1\right)^2} \quad (14)$$

$$\dot{V}_p = \dot{V}_0 \frac{T_C T_0}{T_0 (T_C + \beta T_0)} \quad (15)$$

式(14)は β と α との関係式であり、式(15)は $\dot{V}_p$ と $\dot{V}_0$ の関係式である。理想的なダブルインレットでは、式(14)は式(16)のように書き換えられる。

Fig. 2 Double-inlet work loss.

Fig. 3 Mass flow rate through the bypass.

Fig. 4 Pressure wave and mass flow rate at the cold end of the pulse tube.

$$\beta = \frac{1}{\kappa} \frac{1}{\frac{T_0}{T_c} \frac{V_R}{V_p} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^2 \ln \frac{T_0}{T_c} - \frac{1}{2} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^2 + \frac{1}{2}} \left(\frac{T_0}{T_c} + 1 \right) \left(\frac{T_0}{T_c} - 1 \right)^2 \quad (16)$$

式(16)から、理想的なダブルインレットパルス管冷凍機ではバイパス開度係数 β は、パルス管に対する蓄冷器の空隙容積比と冷凍温度に対する室温の温度比に依存することがわかる。

5. ダブルインレット仕事損失

バイパスラインでの仕事損失 W_d と圧縮機の有効仕事 W_p との関係は式(7)を用いて次式のように表せる。

$$W_d = \frac{1}{\tau} \int \dot{m}_d R T_0 \ln \frac{P}{P_0} dt = \frac{\beta}{\tau} \int \dot{m}_l R T_0 \ln \frac{P}{P_0} dt = \beta W_p \quad (17)$$

ダブルインレットの仕事損失はダブルインレットの仕事損失比 γ を用いて式(18)のように表せる。

$$\gamma = \frac{W_d}{W_d + W_p} = \frac{\beta}{\beta + 1} \quad (18)$$

γ は、圧縮機の仕事（有効仕事 W_p と仕事損失 W_d の和）のうち仕事損失 W_d に費やされる割合を示すものであり、また、室温と冷凍温度との温度比、パルス管と蓄冷器との空隙容積比、ダブルインレットファクターの3者の関係を示すものでもある。

Fig. 2(a)~(d)は、温度比 T_0/T_c が3.75, 5, 7.5, 15の4つの場合において容積比 V_R/V_p をパラメータとして、ダブルインレットファクター α に対するダブルインレット仕事損失比 γ を示す。作動ガスはヘリウムとしている。Fig. 2からダブルインレットの仕事損失比はダブルインレットファクターの増加に伴い増加し、パルス管と蓄冷器の空隙容積比の増加に伴い減少し、室温と冷凍温度の温度比の増加に伴い減少することがわかる。冷凍温度が80 Kの理想的なダブルインレット($\alpha=1$)では、パルス管に対する蓄冷器の空隙容積比が0.5, 1.0, 2.0, 4.0のそれぞれの場合において、約50, 30, 20, 10%のワークロス比の発生が見られることがわかる。

本解析手法の妥当性を検証するために、ノードアルナリシス手法に基づく数値計算³⁾を用いて比較を行ってみた。計算条件としては、室温を300 K、冷凍温度を80 K、平均圧力を1 MPa、作動周波数を10 Hz、圧縮機の掃気容積を100 cm³、蓄冷器とパルス管のト

Fig. 5 Equivalent PV diagrams.

ータルな空隙容積を94.5 cm³とした。また、熱交換器のトータル容積は、蓄冷器とパルス管のトータルな空隙容積の1%以下とした。Fig. 2(a)において、白丸は数値計算の結果を示すが本計算方法による結果と良い一致を示していることがわかる。

Fig. 3では、空隙容積比が2で α がそれぞれ0.45, 1.0, 1.44の場合のバイパスラインにおける1サイクル中の質量流量変動について、式(2)に基づいた本解析手法と数値計算手法による結果の比較を示すが、両者の差はわずかであった。

Fig. 4はパルス管の低温端における無次元化した圧力 $(P-P_0)/P_0$ とパルス管の低温端における質量流量 $\dot{m}_l/|\dot{m}_l|_{\max}$ を α が0.45, 1, 1.44のそれぞれの場合について示す。これによると、パルス管低温端における質量流量変動は圧力変動に対して、 α が1の場合には同位相をもち、0.45の場合には進んだ位相をもち、1.44の場合には、遅れた位相をそれぞれもつことがわかる。

Fig. 5は本計算手法により求めたパルス管の低温端（左端）と高温端（右端）それぞれの位置における等価P-V線図である。これにより、ダブルインレットファクター α がダブルインレットの作動条件を十分に特徴づけるファクターであることが分かる。

6. まとめ

本報では、ダブルインレット型パルス管冷凍機において、バイパスにおける質量流量が蓄冷器の圧力損失の解析から得られる解析的な手法から導けることを示

した。そして、その計算結果を数値計算による結果と比較した結果、その妥当性が確認された。本研究において、ダブルインレット型パルス管冷凍機の仕事損失比は、パルス管に対する蓄冷器の空隙容積比の増加に従って減少し、冷凍温度と室温との温度比の増加に伴い減少し、ダブルインレットの開度係数の増加に伴い増加することが考察できた。理想的なダブルインレット型パルス管冷凍機においては、冷凍温度が80 Kで、蓄冷器の空隙容積比がそれぞれ0.5, 1.0, 2.0, 4.0の各場合の仕事損失比は、約50, 30, 20, 10%程度であることがわかった。また、本研究では、ダブルインレットの作動状態を示す新しいパラメーターとしてダブルインレットファクターの導入を試みたが、

このパラメーターは複雑なダブルインレットの作動状態を理解する上で有用であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) S. W. Zhu: Theory of pulse tube refrigerator and its improvement-double inlet pulse tube refrigerator, Doctor theses, Xi'an Jiaotong University (1990)
- 2) S. W. Zhu, P. Y. Wu and Z. Q. Chen: Double inlet pulse tube refrigerator—an important improvement, *Cryogenics* **30** (1990) 514
- 3) S. W. Zhu and Y. Matsubara: Theoretical and experimental study of thermal acoustic engine, *Proceedings of the 7th International Conference on Stirling Cycle Machines* (1995) 579