パルス管冷凍機のオリフィス部に生じる定常流と音響質量流

西谷 富雄, 柳井 正誼*, 田中 峰雄**, 児玉 隆夫**

岩谷産業(株)滋賀技術センター 守山市勝部町 1095

* 岩谷瓦斯(株)技術本部 尼崎市大高洲町 10

** 大阪市立大学理学部 大阪市住吉区杉本 3-3-138

(1997 年 12 月 22 日受理)

Investigation of Acoustic Streaming and Steady Flow
at the Orifice of a Pulse Tube Refrigerator

Tomio NISHITANI, Masayoshi YANAI,* Mineo TANAKA** and Takao KODAMA**

Shiga Technology Center, Iwatani International Corporation, 1095 Katsube, Moriyama 524-0041

* Technical Development, Iwatani Industrial Gases Corp., 10 Otakasu-cho, Amagasaki 660-0842

** Faculty of Science, Osaka City University, 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka 558-0022

(Received December 22, 1997)

Synopsis:

In an orifice pulse tube refrigerator, the dynamic pressure-flow characteristics of the orifice were determined from experimental investigation for the purpose of calculating the accurate PV diagram in the pulse tube. The mass flow calculated from measured pressures on both sides of the orifice involves steady flow that is generated from steady pressure difference produced by acoustic streaming at the orifice. This steady flow compensates for the acoustic streaming and must be subtracted to calculate the PV diagram.

Keywords: pulse tube refrigerator, orifice, pressure-flow characteristics, acoustic streaming, steady flow

1. はじめに

スターリング冷凍機やギホード・マクマホン冷凍機。ソルベイ冷凍機などの小型冷凍機では、横軸にピストン（またはディスプレイサ）の変位、縦軸に圧力を取った PV 線図で性能を評価する方法が使われている。パルス管冷凍機の解析でも、ガス変位を断面で平均した値を仮想的なガスピストン端面の変位と見なし、PV 線図を考えることができる¹⁾。各瞬間のガス流量は熱線式流量計²⁾やレーザー流速計³⁾、スモークワイヤー法⁴⁾などを使って測定されるが、特別な装置が必要であり、誰でも手軽に使えるわけではない。

オリフィス両端の圧力を測定して、オリフィスの圧力流量特性式から質量流量を計算し、パルス管の PV 線図を計算する方法^{5,6)}は、冷凍機に特別な加工の必

要がなく、簡単に見える。しかしこれまでの報告では、定常流体実験で得られた圧力流量特性式と流量係数を使って解析をしていたため、辻褄の合わない現象はすべて圧力流量特性式と流量係数の誤差として処理されてきた。別の方法として、オリフィス型やアクティブバッファ型パルス管冷凍機では、バッファの圧力変化からパルス管に出入りするガス流量を計算する方法もある⁷⁾。しかし圧力が変化する時にバッファ壁に近いガスは等温的に、バッファ中心部のガスは断熱的に振る舞う。各々の割合は運転条件や形状に依存し、解析の精度を下げる。PV 曲線は計算できても、冷凍性能との定量的な比較をするだけの精度がなかった。

著者は計算精度を上げるため、オリフィスの動的な圧力流量特性と流量係数を測定し、この圧力流量特性式と流量係数を使ってオリフィスを通過するガス量を

Fig. 1 Schematic of experimental device.

計算することを試みた。この過程でオリフィス部に、パルス管高温端からバッファに向かう音響質量流と、逆向きの定常流が存在することを観察した。オリフィス両側の圧力差にはこの定常流を誘起する圧力が加わっており、PV 解析ではこの定常流成分を差し引く必要がある。さらに音響質量流の大きさを熱音響理論から評価し、実験と良く一致することを確認したので報告する。1 段および 2 段式パルス管冷凍機の PV 線図と冷凍性能との関係は別の機会に報告する。

2. 実験装置

実験に使った装置の概略を Fig. 1 に示す。装置は、圧縮機の低圧側に繋いだ低圧弁と、高圧側に繋いだ高圧弁を、連結管を経由してオリフィスフォルダーとバッファに直接接続した構造である。バッファは銅管製（内径 26 mm, 肉厚 1 mm, 長さ 200 mm）で、ガスが等温変化をするように 40 メッシュの銅金網を充填した。バッファの内容積は、測定時の圧力変化割合が冷凍機を 2～5 Hz で運転した時と同じ程度になるように選んだ。さらに等温性を確保するため連結管からバッファまでの部品は水槽に付けた。オリフィス板（直径 10 mm, 肉厚 1～5 mm）は穴形状と穴寸法を投影機で検査後、オリフィスフォルダーに組み込んだ。オリフィス両端の圧力は圧力変換器（長野計器, KH 17）で測定した。

3. オリフィスの圧力流量特性

3.1 板状オリフィス

圧力流量特性式と流量係数を決めるために次の手順で測定を行った。初めにバッファを低圧に保つ。高圧弁を開き、圧力変化を測定する (Fig. 2)。バッファ内が高圧に達したら高圧弁を閉じる。バッファ内のガスの質量変化 dm と圧力変化 dp は $dm = VM/RT_b \cdot dp$ の関係がある。 V はバッファ容積, M はヘリウムの原子量, R はガス常数, T_b はバッファ温度である。

Fig. 2 Typical pressure changes at both sides of the 0.7 mm orifice when high-pressure gas is supplied to low-pressure buffer. Thick line represents the buffer pressure and fine line represents the connecting pipe pressure.

オリフィスの圧力流量特性式³⁾はこれまでの報告で種々の式が使われているが、著者は以下に示すように (1) 式が良く合うことを確認した。 w はオリフィスを通過するガスの質量流量, c_d はオリフィスの流量係数, A はオリフィスの開口面積, $\kappa=5/3$ はガスの比熱比, ρ は密度, P は圧力で、添字 1 は上流側, 添字 2 は下流側を表す。

$$w = c_d A \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} P_1 \rho_1 \left\{ \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{(\kappa+1)}{\kappa}} \right\}} \quad (1)$$

状態方程式 $\rho_1 = P_1 M / RT_1$ を使って書き換える。

$$w = c_d A P_1 \sqrt{\frac{5M}{RT_1} \left\{ \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1.2} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1.6} \right\}} \quad (2)$$

$dm = w$ なので、流量係数 c_d は $c_d = dm / (w / c_d)$ から決まる。

流量係数 c_d とオリフィス両端の圧力差 $\Delta P = P_1 - P_2$ の関係の測定例を Fig. 3 に示したが、流量係数は圧力差に依らず一定である。詳しく見ると圧力差が小さい領域で流量係数が一定値からずれている。しかし実際にパルス管冷凍機を運転した圧力データを見る

Fig. 3 The discharge coefficient (c_d) of the 0.7 mm orifice calculated from the charging process.

と圧力差が小さい時間はほとんどないので、このずれは計算に影響しない。結局、(1)式を動的な圧力流量特性式として使用できる。測定したオリフィス穴径 0.4~0.8 mm、板厚 1~5 mm の範囲で、流量係数は

Fig. 4 The discharge coefficients ($c_d A$) of needle valve in the normal direction coincide with each other during charging and discharging processes.

Fig. 5 The discharge coefficients ($c_d A$) of needle valve in the opposite direction differ from each other during charging and discharging processes. The ratio of discharge coefficients of opposite versus normal direction flow of the needle valve are oscillated with the number of rotations.

Fig. 6 The discharge coefficient (c_d) of the capillary tube is not constant. Equation (2) cannot be used for the capillary tube.

板厚 L (mm) だけの関数で $c_d = 0.81 - 0.0075L$ となった。

3.2 他の形状のオリフィス

パルス管冷凍機の実験でよく使われているニードル弁 (Nupro, B-4 MG 2 型) とキャピラリーチューブ (内径 1.61 mm, 長さ 1 m) も同様に測定した。

ニードル弁は向きによって流量係数が異なるため、バルブに指定された向きを順方向、反対向きを逆方向と呼ぶ。また開口面積 A が決められないため、 c_d の代わりに $c_d A$ を流量係数とし、ニードル弁の回転数との関係を調べた (Fig. 4)。ガスを順方向に流した場合は、バッファを充填しながら測定した時と放出しながら測定した時とで流量係数 $c_d A$ に差はなかった。ガスを逆方向に流した時は差があった。逆方向の流量係数 $c_d A$ を順方向の流量係数 $c_d A$ で割ると、回転数による振動現象が見られた (Fig. 5)。振動の原因はニードル弁の軸のズレなどが考えられるが確かめていない。ともかくニードル弁を使った場合には、運転中の圧力条件によって流量係数を変える必要がある。

キャピラリーチューブは (2) 式に合わず (Fig. 6)、別の圧力流量特性式を見つける必要がある。

4. 音響質量流と定常流

4.1 振動流での測定

圧力流量特性式 (2) を実際の振動流に適用するため、圧力が一定周期で変化する条件で測定した。実験に使ったシステムは Fig. 1 と同じである。Fig. 7(a) はオリフィス径 0.7 mm、板厚 1 mm、周波数 2.4 Hz の測定結果である。バルブ操作は一周周期を 360° として、0° で高圧弁を開き、95° で高圧弁を閉じ、180° で低圧弁を開き、275° で低圧弁を閉じた。

Fig. 7(a) を見ると両方のバルブが閉じている時間帯 (95°~180° と 275°~360°) の後半に圧力差が一定の時間がある。Fig. 7(b), (c) にこれを拡大した。圧力差はどちらも同じ値 $\Delta P_M = 0.036$ MPa である。Fig. 8(a) は 95°~180° の時間帯の途中でバルブを停止した時の圧力変化で、0.5 秒以内に圧力差が消失している。Fig. 8(b) は再運転した時の圧力変化で、一周後に圧力差が回復している。この結果は圧力差が圧力振動のある時にのみ存在し、全てのバルブが閉まっている状態でガス流がない状態でも存在することを表している。これは音響理論から予想されている音響質量流の特徴に一致する。

Fig. 7 (a) Pressure change on cyclic operation. Thick line represents the buffer pressure and fine line represents the connecting pipe pressure. (b) Magnified figure of steady pressure difference after the high-pressure valve is closed. (c) Magnified figure of steady pressure difference after the low-pressure valve is closed.

4.2 音響質量流

音響質量流は密度変化を伴う振動流中に生じる定常的な流れで、流体方程式の非線形性に起因する。音波の領域では音響質量流は代表的な非線形音響現象の1つとして知られており、特に超音波領域で数多くの実験報告がある⁹⁾。熱音響理論によると振動流体中の質量流 $\dot{m}_{\text{total}}$ は(3)式で表される^{10,11)}。(3)式中の J_{AS} が音響質量流である。それ以外の定常流を J_{M} で表す。 u は速度振幅を表し、流速 U は平均流速 u_{m} を用いて $U = u_{\text{m}} + u$ と表される。同様に p は圧力振幅で、圧力 P は平均圧力 p_{m} を用いて $P = p_{\text{m}} + p$ と表される。 K_{S} は断熱圧縮率、 β は熱膨張率、 C_{p} は定圧比熱、 S はエントロピー、 $\langle \cdot \rangle_{\text{t}}$ は時間平均、 $\langle \cdot \rangle_{\text{r}}$ は断面積での平均である。

$$\dot{m}_{\text{total}} = \dot{m}_{\text{osc}} + J_{\text{M}} + J_{\text{AS}}$$

$$J_{\text{AS}} \equiv \langle \langle \rho \cdot u \rangle_{\text{t}} \rangle_{\text{r}} \quad (3)$$

$$= \rho_{\text{m}} K_{\text{S}} \langle \langle p \cdot u \rangle_{\text{t}} \rangle_{\text{r}} + \frac{\beta}{C_{\text{p}}} \rho_{\text{m}} T_{\text{m}} \langle \langle S \cdot u \rangle_{\text{t}} \rangle_{\text{r}}$$

オリフィス型パルス管冷凍機では質量流 $\dot{m}_{\text{total}}$ と振動流 $\dot{m}_{\text{osc}}$ の時間平均はともにゼロなので、音響質量流 J_{AS} を相殺する定常流 J_{M} がなければならない。

オリフィス部での粘性境界層の厚さ $\delta_{\text{v}} \equiv \sqrt{2\nu/\omega}$ と粘性緩和時間 $\tau_{\text{v}} \equiv r_0^2/2\nu$ は ($\nu = 12.48 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ と $\omega = 2.4 \text{ Hz}$ を使って)、 $\delta_{\text{v}} = 3.22 \times 10^{-3} \text{ m}$ と $\tau_{\text{v}} =$

Fig. 8 (a) The steady pressure difference vanished within 0.5s after the valve stopped suddenly. (b) The steady pressure difference is recovered in one cycle after restarting valve.

$3.6 \times 10^{-3} \text{ s}$ である。 ω が τ_{v} に比べ極端に大きく、オリフィス径が δ_{v} に比べ小さいので速度振幅の位相はオリフィス断面で一様である。そこで $\langle \langle p \cdot u \rangle_{\text{t}} \rangle_{\text{r}} \approx \langle p \cdot \langle u \rangle_{\text{r}} \rangle_{\text{t}}$ が成り立つ。さらに $K_{\text{S}} = 1/p_{\text{m}} \gamma$ 、 $\rho_{\text{m}} = Mp_{\text{m}}/RT$ 、 $S = c_{\text{v}} \ln T$ の関係を使うと(4)式になる。この式の第2項は等温過程ではゼロになる。

$$J_{\text{AS}} = \frac{M}{\gamma RT_{\text{m}}} \langle p \cdot \langle u \rangle_{\text{r}} \rangle_{\text{t}} - \frac{Mp_{\text{m}}}{RT} \langle \ln \frac{T}{T_{\text{m}}} \cdot \langle u \rangle_{\text{r}} \rangle_{\text{t}} \quad (4)$$

Lee⁴⁾や 矢崎¹²⁾はパルス管中で音響質量流を観察した。しかしオリフィス部で、このような音響質量流と定常流の存在はこれまで報告されていない。

4.3 定常流の補正

音響質量流と定常流が存在すれば Fig. 7 で測定したオリフィス両端の圧力差 ΔP_{total} には定常流 J_{M} を誘起する圧力差 ΔP_{M} が含まれているはずである。Fig. 9 は測定圧力差 ΔP_{total} から流量 $\int (\dot{m}_{\text{osc}} + J_{\text{M}}) dt$ を計算した結果で、確かに定常流 J_{M} による見掛けのドリフトが生じている。Fig. 7(a), (b) で観測された圧力差 ΔP_{M} を引いた $\Delta P_{\text{osc}} = \Delta P_{\text{total}} - \Delta P_{\text{M}}$ から $\int \dot{m}_{\text{osc}} dt$ を計算するとこのドリフトが消える (Fig. 10)。

Fig. 9 The false mass drift caused by the steady flow is calculated from the pressures on both sides of the orifice.

Fig. 10 The real mass flow calculated from the oscillating pressure after subtracting steady pressure.

残念ながら実際のパルス管冷凍機では圧力差 ΔP_M を観測できない場合が多い。そこで全流量 $\int(\dot{m}_{osc} + J_M)dt$ を計算した後、ドリフト分を定常流 J_M として引き算する。定常流が音響質量流から誘起することを確かめるため、質量流のドリフトから計算した定常流と、(4)式の第1項から計算した音響質量流との大きさを Fig. 11 に比較した。両者は良く一致しており、観測された圧力差は音響質量流によって形成された圧力差と考えられる。

ダブルインレット型等の第三世代パルス管冷凍機では定常流と音響質量流が相殺するとは限らず、差が DC 流として残る可能性がある。(4)式の第1項を計算する方法では、DC 流の有無と向きを評価する精度がなく、もっと精度の高い計算方法が必要である。

5. オリフィス型パルス管冷凍機中の音響質量流

実際のパルス管冷凍機でもオリフィス部で定常流と音響質量流が発生していることを確認するため、一段オリフィス型パルス管冷凍機で測定した。オリフィスは穴径 0.5 mm、板厚 1 mm を使い、温度を変えるために 0~15 W の負荷を加えた。測定した圧力から質

Fig. 11 The steady flow ● calculated from the mass drift agrees approximately with the acoustic streaming ◆ calculated from Eq. (4).

Fig. 12 In a single-stage orifice pulse tube refrigerator, the steady flow ● agrees approximately with the acoustic streaming ◆. Heat load (thick line) of 0 to 15 W was added to change the temperature.

量流を計算した後、ドリフト分を定常流 J_M とした。Fig. 12 に定常流 J_M と(4)式から計算した音響質量流 J_{As} の大きさを比較した。実際のパルス管冷凍機でも確かに音響質量流が存在し、定常流による見掛けのドリフトを生じていることが確かめられた。

6. 結 論

従来の解析では定常流や音響質量流の存在は考慮されておらず、質量流が一周期後に元の値に戻ることを前提にしていた。当然、定常流や音響質量流は見えなかった。しかし改めて(4)式を見ると、オリフィス部では圧力振幅が 0.6 MPa 程度、速度振幅の最大値が音速の 1 割程度と大きく、さらに圧力振幅と速度振幅が同位相に近いと、音響質量流が圧力測定で観測に

掛かる大きな値となっても不思議はない。これまで、理論的には予想されていても通常の測定では無視できると思われていた音響質量流が、圧力を測定するだけで観測可能なことを確認できたと考えている。

以上をまとめる。

- 1) パルス管冷凍機のオリフィスに適用できる圧力流量特性式を動的測定で選定し、流量係数を決定した。
- 2) オリフィス部に音響質量流と定常流が存在することを観測した。
- 3) 圧力測定から質量流量を計算するときには定常流を引き算する必要がある。
- 4) この方法で観測された音響質量流の大きさは熱音響理論からの計算値とほぼ一致する。

参 考 文 献

- 1) Y. Matsubara, et al.: An experimental and analytical investigation of 4 K pulse tube refrigerator, *Cryocoolers* **7** Part 1 (1993) 166
- 2) M. David, et al.: Measurements of instantaneous gas velocity and temperature in a pulse tube refrigerator, *Adv. Cryog. Eng.* **37B** (1992) 939
- 3) 矢崎太一ら：レーザー流速計を用いたパルス管内部の流速測定, 第 52 回 1994 年度秋季低温工学・超電導学会講演概要集 (1994) 219
- 4) J. M. Lee, et al.: Flow patterns intrinsic to the pulse tube refrigerator, *Cryocoolers* **7** Part 1 (1993) 125
- 5) S.W. Zhu and Z.Q. Chen: Isothermal model of pulse tube refrigerator, *Cryogenics* **34** (1994) 591
- 6) C. Wang: Numerical analysis of 4 K pulse tube coolers: Part I. Numerical simulation, *Cryogenics* **37** (1997) 207
- 7) S.W. Zhu and Y. Matsubara: Proposal for a tube expander, *Cryogenics* **36** (1996) 403
- 8) 日本機械学会編：機械工学便覧（新版），丸善，東京（1987）B 応用編 B 5-209
- 9) 鎌倉友男：超音波における非線形現象，ながれ **16** (1997) 226
- 10) A. Tominaga: Thermodynamic aspects of thermoacoustic theory, *Cryogenics* **35** (1995) 427
- 11) 富永 昭：第 3 回波動熱輸送研究会配布資料，テキスト「熱音響工学入門」（仮題）第四章，1995 年 8 月 25 日
- 12) 矢崎太一ら：パルス管内部の流体の動的挙動の直接観察Ⅱ－可視化，第 53 回 1995 年度春季低温工学・超電導学会講演概要集 (1995) 188