研究論文

フィードバック階層制御による空気圧駆動システムの軌道追従制御*

全 珍 雨**, 金 岡 克 弥**, 川 村 貞 夫**

A Cascaded Feedback Control Method
for Trajectory Tracking of Pneumatic Drive Systems

Jinwoo JUN, Katsuya KANAOKA, Sadao KAWAMURA

Generally speaking, pneumatic systems have the merit of high power-to-mass ratio. However, the entire system becomes high-order and non-linear due to the compressibility of air and valve dynamics. In this paper, we propose a cascaded feedback control scheme for trajectory tracking of pneumatic drive systems. We mathematically prove that the proposed scheme can effectively reduce trajectory tracking error even though nonlinear dynamics of air compressibility is considered. Through some simulation and experimental results, the trajectory tracking performance is demonstrated.

Key words : Pneumatic system, Actuator dynamics, Trajectory tracking, Cascaded feedback control

1. 緒 言

一般に空気圧駆動システムは、シンプルな構造でありながら容易に強い力が得られるなどの長所をもったアクチュエータである。しかし、よく知られているように、空気は圧縮性などから全体システムが高次のダイナミクスであることや非線形特性を有する摩擦現象から、その運動制御は電動モータに比べると困難な点が多い。そこで、フィードバック制御およびフィードフォワード制御に関して多くの手法が提案されてきた。例えば、位置決め制御では、適応制御、最適制御、ニューラルネット、 H_∞ 制御、ファジー制御などをはじめとして、多くの実用的観点からの研究報告がある¹⁾。

多くの制御方法の中で、フィードフォワード制御は、制御性能を著しく向上させることが期待でき、実際に有用である。しかし、一般的に外乱に対してフィードバック系を安定に組んでおくことは、制御則の基本的な要求である。したがって、このような種々の運動制御手法の基礎となるものは、状態フィードバック制御といえる。ただし、前述のように空気は圧縮性と機械システムのダイナミクスから、全体の空気圧駆動システムが少なくとも3次遅れ系となる。それゆえ、不用意にフィードバックゲインを調整すれば、不安定現象を引き起こす可能性がある。さらに、ダイナミクスの非線形性が、より制御を困難にする。

我々は、空気圧駆動システムに対して、ダイナミクスの

非線形性も考慮した状態フィードバック制御則を提案している。この制御則では、フィードバック制御を階層的に組み合わせた制御法となっており、空気圧システムの位置決め制御が、安定に実現されることを理論的に証明している⁴⁾。

本論文では、位置決め制御の次に求められる軌道追従制御について、種々の制御法の基礎となる状態フィードバック制御を、フィードバック入力を階層的に組み合わせる方法で実現し、その安定性を理論的に論じる。その際、空気は圧縮性を非線形の1次遅れダイナミクスとする。このような非線形特性を有しても、圧力のフィードバックと位置・速度のフィードバックを階層的構造で実現すれば、安定性が保証できる。また、実用的に重要なゲイン調節については、証明の中で明確となった条件を満足するようにゲインを増加させれば、システムの安定性が失われないことが理論的に示される。さらに、提案される階層フィードバック制御の有効性は、シミュレーション結果と実験結果によって確認される。

2. 問題設定

以下では、Fig. 1に示される空気圧駆動システムをモデル化し、その軌道追従制御問題を考える。まず、次のように仮定を設ける。

- 空気は理想気体とする。
- 各々のシリンダチェンバーにおいての圧力は空間内で均一とする。
- 各々のシリンダチェンバーにおいて断熱変化と仮定する。さらに、温度変化は機械系の運動に比べて遅いと想定して無視する。
- 空気圧供給源とシリンダの間のチューブの長さは十

*平成18年11月8日 原稿受付

**立命館大学大学院

(所在地 〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1)

(E-mail : gr019020@se.ritsume.ac.jp)

Fig. 1 Double-acting pneumatic cylinder system

分短く、チューブによる時間遅延は無視できるとする。

- ピストンの摺動部の摩擦は小さいとして、モデルに含めない。
- バルブのダイナミクスがシリンダの機械部のダイナミクスより十分速いとする。
- バルブにおける有効断面積をシステムの入力とみなす。

2.1 シリンダ機械部のダイナミクス

上記の仮定からFig. 1のシリンダ機械部のダイナミクスは以下となる。

$$m\ddot{x} + b\dot{x} = w^T p = \tau \quad (1)$$

ただし、 $m = m_L + m_p$ 、 m_L : 付加の質量、 m_p : ピストンの質量、 x : ピストン重心の位置、 b : 粘性摩擦係数、 $w = [s_1, -s_2]^T$ 、 $p = [p_1, p_2]^T$ 、 s_i : 各々の断面積、 p_s : 供給圧、 p_i : 各々のチェンバー圧力 ($i = 1, 2$)。

2.2 駆動系のダイナミクス

空気圧駆動系のダイナミクスを以下のように表現する。

$$\dot{p} = A(x, \dot{x})p + D(x, \dot{x}, p)u \quad (2)$$

ただし、 $A(x, \dot{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{\kappa \dot{x}}{x} & 0 \\ 0 & \frac{\kappa \dot{x}}{(l-x)} \end{bmatrix}$ 、 κ : 比熱比、 l : シ

リンダストローク、 $D(x, \dot{x}, p) = RT \begin{bmatrix} \frac{f}{s_1 x} & 0 \\ 0 & \frac{f}{s_2 (l-x)} \end{bmatrix}$ 、

R : 気体定数、 T : 絶対温度、 f : 非線形質量流量関数、 u_1 、 u_2 : バルブの有効断面積で、 f の詳細は、

$$f = \begin{cases} c_{f1} & \text{if } \frac{p_{dn}}{p_{up}} \leq p_{cr}, \\ c_{f2} \left(\frac{p_{dn}}{p_{up}} \right)^{1/\kappa} \sqrt{1 - \left(\frac{p_{dn}}{p_{up}} \right)^{(\kappa-1)/\kappa}} & \text{if } \frac{p_{dn}}{p_{up}} > p_{cr} \end{cases}$$

ただし、 p_{up} は上流側の圧力で、 p_{dn} は下流側の圧力であり、

$$c_{f1} = \sqrt{\frac{\kappa}{R} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{(\kappa+1)/(\kappa-1)}}, \quad c_{f2} = \sqrt{\frac{2\kappa}{R(\kappa-1)}}, \quad (4)$$

$$p_{cr} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\kappa/(\kappa-1)}$$

らは、与えられた流体に関する定数である。空気の場合は $\kappa = 1.4$ であり、 $c_{f1} = 0.040418$ 、 $c_{f2} = 0.156174$ 、 $p_{cr} = 0.528$ である。

上記のシステムにおいて、目標軌道を $x_d(t)$ ($0 \leq t \leq T_f$) として与える。ここで、 T_f は運動終了時の時間で、 T_f 経過後、目標軌道は $x_d(T_f)$ の定数になる。ただし、 $x_d(t) \in C^2(x_d(t))$ の 2 階微分が連続) としている。

ここで、以下の仮定を設ける。

$$x \geq \epsilon_1 > 0, \quad l - x \geq \epsilon_2 > 0 \quad (5)$$

ただし、 ϵ_1 、 ϵ_2 は正の定数であり、これによって式(2)について、以下の性質を利用できる。

[性質1] 式(5)と適切な目標軌道 $x_d(t)$ により、以下を満足する正の定数 c_1 が存在する。

$$\|A(x_d, \dot{x}_d)\| = \left\| \kappa \begin{bmatrix} -\frac{\dot{x}_d}{x_d} & 0 \\ 0 & \frac{\dot{x}_d}{(l-x_d)} \end{bmatrix} \right\| \leq c_1$$

[性質2] 任意の x と x_d において、式(5)と性質1により以下の関係が成り立ち、

$$\begin{aligned} & A(x, \dot{x}) - A(x_d, \dot{x}_d) \\ &= \kappa \begin{bmatrix} \frac{\Delta \dot{x}}{x} - \frac{\dot{x}_d}{x x_d} \Delta x & 0 \\ 0 & \frac{\Delta \dot{x}}{l-x} + \frac{\dot{x}_d}{(l-x)(l-x_d)} \Delta x \end{bmatrix} \\ &= \kappa \begin{bmatrix} \frac{1}{x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(l-x)} \end{bmatrix} \left\{ \Delta \dot{x} + \begin{bmatrix} -\frac{\dot{x}_d}{x_d} & 0 \\ 0 & \frac{\dot{x}_d}{(l-x_d)} \end{bmatrix} \Delta x \right\}, \end{aligned}$$

以下の不等式を満足する正の定数 c_2 と c_3 が存在する。

$$\|A(x, \dot{x}) - A(x_d, \dot{x}_d)\| \leq c_2 |\Delta \dot{x}| + c_3 |\Delta x| \quad (6)$$

ただし、 $\Delta x = x(t) - x_d(t)$ 。

[性質3] $D(x, \dot{x}, p)$ における $f > 0$ の構造と、式(5)から、任意の時刻 t [$0 \leq t \leq T_f$] において、以下を満足する正の定数 c_4 、 c_5 と、任意の x 、 $\dot{x}$ 、 p に対し、関数行列 $H(x, \dot{x}, p)$ が存在する。

$$0 < c_4 I \leq D(x, \dot{x}, p) H(x, \dot{x}, p) \leq c_5 I \quad (7)$$

たとえば $H(x, \dot{x}, p)$ が単位行列のとき式(7)が成立する。

2.3 階層型フィードバック制御則

ここで、仮想目標制御入力 τ_d (目標アクチュエータ出力) を以下のように定義する。

$$\tau_d = -k_{p1} \Delta x - k_v \Delta \dot{x} \quad (8)$$

(3) ただし、 k_{p1} : 位置フィードバックゲイン、 k_v : 速度フィー

ドバックゲインである。これらのフィードバックゲインは、

$$k_{p1} = a\rho, \quad k_v = \rho \quad (9)$$

としておく。ここで、 ρ は正の定数であり、 a はゲインの間の比を表す。

次に目標圧力ベクトル p_d を以下で求める。

$$p_d = d\tau_d \quad (10)$$

ここで、 $d = [\frac{1}{2s_1}, -\frac{1}{2s_2}]^T$ にした。

次に、式(7)を満足する行列 $H(x, \dot{x}, p)$ (2×2) を用いて、アクチュエータダイナミクス側の制御入力を以下のように形成する。

$$u = -H(x, \dot{x}, p)K_p\Delta p \quad (11)$$

ただし、 $K_p = \text{diag}\{k_{p1}, k_{p2}\}$: フィードバックゲイン行列、 $\Delta p = p - p_d$ 、 p_d : 目標圧力ベクトルである。

目標圧力を用いて式(1)を表現すると以下を得る。

$$m\Delta\ddot{x} + (b + k_v)\Delta\dot{x} + k_{p1}\Delta x = w^T\Delta p + \phi_x \quad (12)$$

ただし、 $\phi_x = -m\ddot{x}_d - b\dot{x}_d$ であり、 $\dot{x}_d = \ddot{x}_d = 0$ のとき $\phi_x = 0$ であることに注意する。

式(2)、(8)、(11)から、アクチュエータダイナミクス側の誤差方程式は以下となる。

$$\begin{aligned} \Delta\dot{p} &= A(x, \dot{x})\Delta p + D(x, \dot{x}, p)[-H(x, \dot{x}, p)K_p\Delta p \\ &\quad - \dot{p}_d + A(x, \dot{x})p_d] \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)において、 $\dot{p}_d$ が $\Delta\dot{x}$ を含むため、式(12)を使うと以下となる。

$$\begin{aligned} \Delta\dot{p} &+ \{D(x, \dot{x}, p)H(x, \dot{x}, p)K_p - \frac{k_v}{m}dw^T - A(x, \dot{x})\}\Delta p \\ &+ \{d[\frac{k_v(b + k_v)}{m} - k_{p1}] + A(x, \dot{x})dk_v\}\Delta\dot{x} \\ &+ \{d\frac{k_{p1}k_v}{m} + A(x, \dot{x})dk_{p1}\}\Delta x = \phi_a \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 $\phi_a = -dk_v(\ddot{x}_d + \frac{b\dot{x}_d}{m})$ (2×1) である。

最後にロボットダイナミクスの式(12)とアクチュエータダイナミクスの式(14)において、次の初期条件を設定する。

$$\begin{aligned} \Delta x(0) &= x(0) - x_d(0) = 0 \\ \Delta\dot{x}(0) &= \dot{x}(0) - \dot{x}_d(0) = 0 \\ \Delta\tau(0) &= w^T(p(0) - p_d(0)) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

3. 軌道追従制御性能

次にリアプノフ関数、 $V(\Delta y)$ の候補を考える。

$$V(\Delta y(t)) = \frac{1}{2}\Delta y^T(t)N\Delta y(t) \quad (16)$$

ここに、 $\Delta y = [\Delta x \Delta\dot{x} \Delta p^T]^T$ であり、行列 N (4×4) は以下で表現される。

$$N = \begin{bmatrix} k_{p1} + \alpha k_v & \alpha m & 0 \\ \alpha m & m & 0 \\ 0 & 0 & K_v^{-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

ここでゲイン行列 $K_v^{-1} = \text{diag}\{k_v^{-1}, k_v^{-1}\}$ である。

質量 m は正の値であるため、行列 N は以下の条件を満たせば正定対称行列となる。

$$1 - \alpha\epsilon > 0 \quad (18)$$

$$k_{p1} + \alpha k_v - \frac{\alpha}{\epsilon}m > 0 \quad (19)$$

ただし、 α, ϵ は適当な正数とする。ここで $V(\Delta y)$ の時間微分を計算すると次式となる。

$$\dot{V}(\Delta y) = \Delta y^T E \Delta y - \Delta y^T D \Delta y + \Delta y^T \phi \quad (20)$$

ただし、

$$\phi = [\alpha\phi_x \quad \phi_x \quad \phi_a^T]^T \quad (4 \times 1) \quad (21)$$

行列 E (4×4) の各行列要素 E_{ij} は以下となる。

$$\begin{aligned} E_{11} &= E_{22} = E_{12} = E_{21} = 0, \\ E_{13}^T &= E_{31} = -\frac{k_{p1}}{2}K_v^{-1}\{A(x, \dot{x}) - A(x_d, \dot{x}_d)\}d, \\ E_{23}^T &= E_{32} = -\frac{1}{2}\{A(x, \dot{x}) - A(x_d, \dot{x}_d)\}d, \\ E_{33} &= K_v^{-1}\{A(x, \dot{x}) - A(x_d, \dot{x}_d)\} \end{aligned}$$

ここで、式(20)の右辺第1項の行列 E は、各行列要素が式(6)の性質2を満足することから適当な正数 $\tilde{\eta}_3$ によって次式を得ることに注意する。

$$\|E\| \leq \tilde{\eta}_3 \|\Delta y\| \quad (22)$$

さらに、行列 E の要素内にフィードバックゲイン k_{p1} 、 k_v を含む。しかし、 k_{p1} と k_v の ρ の増加によって、 $\tilde{\eta}_3$ は増加しないことに注意されたい。次に、行列 D (4×4) の各行列要素 D_{ij} は以下に示される。

$$\begin{aligned} D_{11} &= \alpha k_{p1}, \quad D_{12} = D_{21} = \frac{\alpha b}{2}, \quad D_{22} = k_v + b - \alpha m, \\ D_{13}^T &= D_{31} = \frac{1}{2}\{\frac{k_{p1}}{m}d + k_{p1}K_v^{-1}A(x_d, \dot{x}_d)d - \alpha w\}, \\ D_{23}^T &= D_{32} = \frac{1}{2}\{A(x_d, \dot{x}_d)d + (\frac{b+k_v}{m} - k_{p1})K_v^{-1}d - w\}, \\ D_{33} &= K_v^{-1}D(x, \dot{x}, p)H(x, \dot{x}, p)K_p \\ &\quad - K_v^{-1}A(x_d, \dot{x}_d) - \frac{1}{m}dw^T \end{aligned}$$

ここで D を正定行列にするため、以下のように設定する。

$$K_p = \text{diag}\{\omega\rho^2, \omega\rho^2\} \quad (23)$$

ただし、 ω は正の定数である。

$k_v = \rho$ であるので、以下の係数行列 (2×2) を得る。

$$\begin{aligned} D_{33} &= \omega\rho D(x, \dot{x}, p)H(x, \dot{x}, p) \\ &\quad - \frac{1}{\rho}A(x_d, \dot{x}_d) - \frac{1}{m}dw^T \end{aligned} \quad (24)$$

よって、十分大きな ρ を用いて行列 D を正定にできる。
最後に ϕ_1 , ϕ_2 の要素は有界であるので、次式となる。

$$\|\phi\| \leq \tilde{\eta}_1 \quad (25)$$

ただし、 $\tilde{\eta}_1$ は適当な正の定数である。

以上から以下を得る。

$$\dot{V}(\Delta y) \leq \tilde{\eta}_3 \|\Delta y(t)\|^3 - \tilde{\eta}_2 \|\Delta y(t)\|^2 + \tilde{\eta}_1 \|\Delta y(t)\| \quad (26)$$

ここに、

$$\tilde{\eta}_2 = \lambda_{\min} D > 0 \quad (27)$$

ただし、 $\lambda_{\min} Q$ は行列 Q の最小固有値を表す。ここで、(26) 式の右辺について考える。係数 $\tilde{\eta}_1$, $\tilde{\eta}_2$ はフィードバックゲインの大きさ ρ の増大にともなって、大きくならない。一方、 $\tilde{\eta}_3$ は ρ が大きくなるに従って大きな値として設定できる。より詳しく調べるために、以下を考える。

パラメータ a , α , ω を適切に設定すれば容易に次の関係が成立する。

$$(a\alpha - \frac{1}{2})I > 0, \omega D(x, \dot{x}, p)H(x, \dot{x}, p) - \frac{1}{2}I > 0 \quad (28)$$

よって、十分大きな ρ によって以下の関係が成立することに注意する。

$$D > D_0 > 0 \quad (29)$$

ただし、 $D_0 = \frac{\rho}{2}I$ (4×4)。

したがって、式(26)に代って次式を得る。

$$\dot{V}(\Delta y) \leq \eta_3 \|\Delta y(t)\|^3 - \eta_2 \|\Delta y(t)\|^2 + \eta_1 \|\Delta y(t)\| \quad (30)$$

ただし、 $\eta_1 = \tilde{\eta}_1$, $\eta_2 = \lambda_{\min} D_0 = \frac{\rho}{2}$, $\eta_3 = \tilde{\eta}_3$ である。

ここで、(30)式の右辺が負の部分を持つためには、

$$\eta_2^2 - 4\eta_1\eta_3 = \frac{\rho^2}{4} - 4\eta_1\eta_3 > 0 \quad (31)$$

を満足する必要がある。これは適切に大きなフィードバックゲインの大きさ ρ によって実現できる。したがって、式(30)は以下の r_1 , r_2 を根とする3次曲線を描く。

$$r_1 = \frac{\rho - \sqrt{\rho^2 - 16\eta_1\eta_3}}{4\eta_3}, r_2 = \frac{\rho + \sqrt{\rho^2 - 16\eta_1\eta_3}}{4\eta_3} \quad (32)$$

以下の基本的な考え方は参考文献⁵⁾と同様となる。式(15)の初期条件から、Fig.1においての運動は位置および速度がゼロから始まる。もし $\|\Delta y(t)\| \leq r_1$ であれば、軌道追従誤差は制限される。さらに、フィードバックゲインパラメータ ρ の増加とともに r_1 は減少する。これはフィードバックゲインの増加とともに軌道追従制御性能が改善出来ることを示す。

次に、 $\|\Delta y(t)\| > r_1$ の場合について議論する。時刻 $t=t_0$ で

$$\|\Delta y(t_0)\| = r_1 \quad (33)$$

となるとする。次に、 δ を正の定数として時刻 $t=t_1$ で

$$t_1 = t_0 + \delta > t_0 \quad (34)$$

とする。このとき $\|\Delta y(t_1)\| > r_1$ になったとする。このとき、次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \lambda_{\min} N \|\Delta y(t_1)\|^2 &\leq V(\Delta y(t_1)) < V(\Delta y(t_0)) \\ &\leq \lambda_{\max} N \|\Delta y(t_0)\|^2 = \lambda_{\max} N r_1^2 \end{aligned} \quad (35)$$

ただし、 $\lambda_{\max} N$: 行列 N の最大固有値とする。

したがって、次式を得る。

$$\|\Delta y(t_1)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max} N}{\lambda_{\min} N}} r_1 \quad (36)$$

したがって、 $\|\Delta y(t)\|$ が r_1 より大きくなっても、軌道追従誤差は(36)式の範囲にとどまることがわかる。

以下で、 $\|\Delta y(t)\|$ の上限と下限を考える。まず、次の関係に注意する。

$$N_1 \leq N \leq N_2 \quad (37)$$

ここで

$$N_i = \begin{bmatrix} k_{p1} + \alpha k_v \mp \frac{\alpha}{\epsilon} m & 0 & 0 \\ 0 & (1 \mp \alpha \epsilon) m & 0 \\ 0 & 0 & K_v^{-1} \end{bmatrix} \quad (38)$$

ただし、 $i=1, 2$ (下同順)。したがって、

$$\lambda_{\min} N \geq \lambda_{\min} N_1, \lambda_{\max} N_2 \geq \lambda_{\max} N \quad (39)$$

となる。よって、(36)式に代って次式を得る。

$$\|\Delta y(t_1)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max} N_2}{\lambda_{\min} N_1}} r_1 \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max} N_2}{\lambda_{\min} N_1}} r_1 \quad (40)$$

そこで、 $\lambda_{\min} N_1$, $\lambda_{\max} N_2$ を考えると8つの場合が存在する。(Table 1) たとえば、Case 2の場合、

Table 1 8cases with the eigen values of N_i ($i=1, 2$)

Cases	$\lambda_{\min} N_1$	$\lambda_{\max} N_2$
Case 1	k_v^{-1}	$k_{p1} + \alpha k_v + \frac{\alpha}{\epsilon} m$
Case 2	k_v^{-1}	$(1 + \alpha \epsilon) m$
Case 3	$(1 - \alpha \epsilon) m$	$k_{p1} + \alpha k_v + \frac{\alpha}{\epsilon} m$
Case 4	$(1 - \alpha \epsilon) m$	$(1 + \alpha \epsilon) m$
Case 5	$(1 - \alpha \epsilon) m$	k_v^{-1}
Case 6	$k_{p1} + \alpha k_v - \frac{\alpha}{\epsilon} m$	$k_{p1} + \alpha k_v + \frac{\alpha}{\epsilon} m$
Case 7	$k_{p1} + \alpha k_v - \frac{\alpha}{\epsilon} m$	$(1 + \alpha \epsilon) m$
Case 8	$k_{p1} + \alpha k_v - \frac{\alpha}{\epsilon} m$	k_v^{-1}

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\max} N_2}{\lambda_{\min} N_1}} r_1 = \frac{4\eta_1 \sqrt{(1 + \alpha \epsilon) m}}{\sqrt{\rho} + \sqrt{\rho^2 - 16\eta_1\eta_3/\rho}} \quad (41)$$

となり、分母が $\sqrt{\rho}$ のオーダーであるのに対し、分子は ρ においてゼロのオーダーになり、 ρ の上昇とともに $\|\Delta \mathbf{y}(t)\|$ の上限を小さくできる。分子のオーダーに差はあるが、Case 3からCase 8においても同様にできる。ところが、Case 1の場合、

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\max} \mathbf{N}_2}{\lambda_{\min} \mathbf{N}_1}} r_1 = \frac{4\eta_1 \beta}{1 + \sqrt{1 - 16\eta_1 \eta_3 / \rho^2}},$$

$$\beta = \sqrt{a + \alpha + \frac{\alpha}{\epsilon \rho} m} \quad (42)$$

となり、 ρ の増加に従って、 $\|\Delta \mathbf{y}(t)\|$ の上限値を小さくすることができない。それゆえに、この場合は参考文献⁵⁾と同様な考え方では、フィードバックゲインの増加によって、軌道追従精度の改善は達成できない。これはアクチュエータダイナミクスを考慮してリアプノフ関数に K_v^{-1} を含めたためである。それゆえに、何らかの別の方法で、軌道追従精度の向上を保証する必要がある。そこで、(42)式と適当な正数 θ を用い、以下の関係を考える。

$$\|\Delta \mathbf{y}\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max} \mathbf{N}_2}{\lambda_{\min} \mathbf{N}_1}} r_1 \leq 2\eta_1 \beta \leq \theta \quad (43)$$

この関数を用いて、(30)式を書き換える。

$$\dot{V}(\Delta \mathbf{y}(t)) \leq -\Delta \mathbf{y}^T(t)(\mathbf{D} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I})\Delta \mathbf{y}(t) + \Delta \mathbf{y}^T(t)\phi \quad (44)$$

両辺を積分して、

$$\int_0^t \Delta \mathbf{y}^T(\tau)\phi(\tau)d\tau \geq V(\Delta \mathbf{y}(t))$$

$$+ \int_0^t \Delta \mathbf{y}^T(\tau)(\mathbf{D} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I})\Delta \mathbf{y}(\tau)d\tau \quad (45)$$

となる。さらに

$$\frac{1}{2\zeta} \int_0^t \Delta \mathbf{y}^T(\tau)\Delta \mathbf{y}(\tau)d\tau + \frac{\zeta}{2} \int_0^t \phi(\tau)^T \phi(\tau)d\tau$$

$$\geq \int_0^t \Delta \mathbf{y}^T(\tau)\phi(\tau)d\tau \quad (46)$$

を利用すれば、次式を得る。ただし、 ζ は正の定数である。

$$\frac{\zeta}{2} \int_0^t \phi(\tau)^T \phi(\tau)d\tau \geq V(\Delta \mathbf{y}(t))$$

$$+ \int_0^t \Delta \mathbf{y}^T(\tau)(\mathbf{D} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I} - \frac{\mathbf{I}}{2\zeta})\Delta \mathbf{y}(\tau)d\tau \quad (47)$$

さらに、(29)式と $V(\Delta \mathbf{y}(t)) \geq 0$ によって

$$\frac{\zeta}{2} \int_0^t \phi(\tau)^T \phi(\tau)d\tau \geq V(\Delta \mathbf{y}(t))$$

$$+ \int_0^t \Delta \mathbf{y}^T(\tau)(\mathbf{D} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I} - \frac{\mathbf{I}}{2\zeta})\Delta \mathbf{y}(\tau)d\tau$$

$$\geq \frac{1}{2} \int_0^t \Delta \mathbf{y}^T(\tau)\Delta \mathbf{y}(\tau)d\tau$$

$$+ \int_0^t \Delta \mathbf{y}^T(\tau)(\mathbf{D}_0 - \frac{1}{2}\mathbf{I} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I} - \frac{\mathbf{I}}{2\zeta})\Delta \mathbf{y}(\tau)d\tau \quad (48)$$

ここで、 ρ が十分大きくて、

$$\frac{\rho}{2} > \frac{1}{2\zeta} + \frac{1}{2} + \theta \tilde{\eta}_3 \quad (49)$$

となれば、(48)式の右辺第2項は正となる。よって、

$$\zeta \int_0^t \phi(\tau)^T \phi(\tau)d\tau \geq \int_0^t \Delta \mathbf{y}(\tau)^T \Delta \mathbf{y}(\tau)d\tau \quad (50)$$

(49)式より ρ の増加とともに ζ は小さく設定でき、 $\phi(t)$ が有界であることを思い出せば、(50)式のように L^2 ノルムの意味で軌道追従がゲインの増加によって任意に小さくできることが示された。

最後に、 $\|\Delta x(t)\|$ の上限値が、 r_2 を超えないかを調べておく必要がある。

$\eta_2 = \frac{\rho}{2}$ とすると、

$$r_2 = \frac{\frac{\rho}{2} + \sqrt{(\frac{\rho}{2})^2 - 4\eta_1 \eta_3}}{2\eta_3} \quad (51)$$

となるので、いずれの場合も ρ を十分な大きさに設定することによって、各上限の値を r_2 以下にできる。

4. 漸近安定性

前章までで、 $0 \leq t \leq T_f$ において、フィードバックゲインを増大させることで任意の精度で軌道追従制御を実現できることを示した。次に、 $t \geq T_f$ で、運動が一定値 $x_d(T_f)$ に収束するかについて検討する。

$\dot{x}_p = \dot{x}_d = 0$ の場合 $\phi_s = 0$ 、 $\phi_a = [0, 0]^T$ となる。よって、(30)式は

$$\dot{V}(\Delta \mathbf{y}) \leq -(\eta_2 - \eta_3 \|\Delta \mathbf{y}(t)\|) \|\Delta \mathbf{y}(t)\|^2 \quad (52)$$

となる。 $\|\Delta \mathbf{y}(t)\|$ が $t = T_f$ で安定な領域にあり、有界であることから $\eta_2 = \frac{\rho}{2} > \eta_3 \|\Delta \mathbf{y}(t)\|$ と ρ を限定できる。よって、漸近安定性が保証できる。

5. シミュレーションおよび実験結果

5.1 シミュレーション

我々の提案手法である階層型フィードバック(式(8)、(11))による空気圧シリンダシステム運動制御のシミュレーションを行い、理論の妥当性を調べる。

目標軌道は、以下の時間関数を用いた。

$$x_d(t) = -2t^7 + 7t^6 - 8.4t^5 + 3.5t^4 + 0.1 \text{ [m]} \quad (53)$$

これはC³級であり、入力を滑らかにするために設定した。また、各フィードバックゲインの単位は k_{p1} [kN/m]、 k_v [kN・s/m]、 K_p [mm/MPa]にしている。詳細なシミュレーションのパラメータをTable 2に示す。バルブダイナミクスなど入力生成に制限がない理想の状態での軌道追従結果(Fig. 2)からゲインの増加とともに追従誤差を小さく

Fig. 2 Trajectory tracking simulation results of $H(x, \dot{x}, p) = I$, $K_p = \text{diag}\{100, 100\}$, $k_{p1}=100$, $k_v=100$ by cascaded feedback control without input limitation and valve dynamics (tracking performance comparison with the case of $K_p = \text{diag}\{100, 100\}$, $k_{p1}=10$, $k_v=10$)

できるのが確認できる。その際、式(24)の計算において、 D_{33} の値は正の値を保っている。

ゲインの調節においては、まず機械システムダイナミクスに対し、二次システムのゲイン調節法を用いて k_{p1} , k_v を定めた。次に、一次にモデル化された空気の圧縮性に対し、式(24)を正に保つ範囲で K_p を調節した。

また、より現実に近いシミュレーションとして入力においての上限($|u_{max}|$)などを用い、Table 3のパラメータとバルブダイナミクスを以下のように二次システムにモデル化してシミュレーションを行った。

$$F(S) = \frac{k}{(\frac{S}{\omega_{n0}})^2 + 2\zeta_0 \frac{S}{\omega_{n0}} + 1} \exp(-Sl) \quad (54)$$

ただし、ゲイン $k=0.85$ 、固有周波数 $\omega_{n0}=46$ [rad/s]、粘性係数 $\zeta_0=0.65$ 、時間遅れ $l=0.00057$ [sec]である。

上記の制限下でも、提案手法で軌道追従性能がゲインの上昇とともに改善できることが確認できた。(Fig. 3)

5.2 実験結果

我々の提案手法である階層型フィードバック(式(7), (10))による空気圧シリンダシステム運動制御の実験結果を載せる。目標軌道を以下のように設定した。

Table 2 Physical parameters of the cylinder model

Mass ($m_L + m_P$)	$m = 2$ [kg]
Cross-sectional area of piston	$s_1 = 12.56$, $s_2 = 10.55$ [cm ²]
Temperature	$T_1 = T_2 = 293$ [K]
Viscous friction coefficient	$b = 0.033$ [kgfs/cm]
Stroke	$l = 30$ [cm]
Initial position	$x(0) = 10$ [cm]
Initial pressure	$p_{01} = 202.6$, $p_{02} = 241.2$ [kPa]
Supply pressure	$p_s = 607.8$ [kPa]

Table 3 Experiment parameters of the cylinder system

Mass ($m_L + m_P$)	$m = 0.5$ [kg]
Cross-sectional area of piston	$s_1 = 2.01$, $s_2 = 1.81$ [cm ²]
Temperature	$T_1 = T_2 = 293$ [K]
Stroke	$l = 15$ [cm]
Supply pressure	$p_s = 400$ [kPa]
Control input saturation	$ u_{max} = 5$ [V]
Maximum effective area of valve	4.5 [mm ²]
Response time of valve	30 [ms]

$$x_d(t) = -0.012t^7 + 0.087t^6 - 0.210t^5 + 0.175t^4 + x_0 \text{ [m]} \quad (55)$$

ただし、 x_0 はピストンの初期位置である。実験時、 0.02 [m]付近で平衡状態になる。また、実験においての各フィードバックゲインの単位は k_{p1} [kN/m], k_v [kN·s/m], K_p [V/kPa]にしている。

詳細なパラメータをTable 3に示す。実機(Fig. 5)では、バルブダイナミクス、空気の圧縮性、摩擦、Low pass filterなどによる遅れが原因で K_p に上限があるものの、フィードバックゲインの上昇による軌道追従性能の改善が確認でき、我々の提案手法の実機における有効性が確認できた。(Fig. 4)提案手法との比較として、従来のPD制御に圧力状態量によるダンピング項を加えた制御入力(式(56))を用いて、シミュレーションと実験を行った。

$$u = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -k_{p1} & -k_v \\ k_{p1} & k_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{pp} & 0 \\ 0 & k_{pp} \end{bmatrix} p \quad (56)$$

階層フィードバックと同じ条件の状態量を用いて制御したが、ゲイン調節において目安になる情報が少なかったため、提案手法と同等の軌道追従性能を得るまでは難しい作業となった。

Fig. 3 Trajectory tracking simulation results of $K_p=\text{diag. } \{35, 35\}$, $k_{p1}=255$, $k_v=255$ by cascaded feedback control with input limitation and valve dynamics (tracking performance comparison with the case of $K_p=\text{diag. } \{35, 35\}$, $k_{p1}=150$, $k_v=150$)

Fig. 4 Trajectory tracking experiment results of $K_p=\text{diag. } \{35, 35\}$, $k_{p1}=255$, $k_v=255$ by cascaded feedback control with real system (tracking performance comparison with the case of $K_p=\text{diag. } \{35, 35\}$, $k_{p1}=150$, $k_v=150$)

6. 結 言

空気圧シリンダの軌道追従制御と目標位置制御のため、階層型のフィードバック制御法を提案した。ある仮定のもとに空気の圧縮性を一次遅れのモデルに近似し、提案手法でゲインの上昇とともに軌道追従性能を改善できることを理論的に証明した。また、入力に上限がある場合やバルブダイナミクスが存在するときでも提案手法が有効であることをいくつかのシミュレーションを用いて示した後、実機においても同じく適用可能であることを示した。

実験で示されるように摩擦などの影響で立ち上がりの追

Fig. 5 Experiment system

従に課題がある。本論文で提案した手法に、摩擦補償項の入力等を付加することが可能であるので、今後の課題となろう。また、アクチュエータ系へのフィードバックゲイン K_p は ρ^2 オーダとなり、 K_{p1} , K_v の ρ オーダに比べて、極端に大きな値を設定することを要求する場合が起こり得る。実際に設定すべき値と理想的に保証すべき値の差が大きく存在するかなどの検討も今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) 京和泉, 藤田, 岩井, 水本: 一般産業用シリンダの位置決め制御, 日本フルードパワーシステム学会論文集, 35-6, 97/102 (2004)
- 2) 伊藤, 佐々木, 池尾, 高橋: Minimal control synthesis手法による空気圧シリンダシステムの位置制御, 日本フルードパワーシステム学会論文集, 36-5, 128/134 (2005)
- 3) D.C. Gross and K.S. Rattan: Pneumatic Cylinder Trajectory Tracking Control Using a Feedforward Multilayer Neural Network, Proceedings of the IEEE National Aerospace & Electronics Conf., 777/784 (1997)
- 4) 川村, 宮田, 花房, 石田: 空気圧駆動システムのための階層フィードバック制御, 計測自動制御学会論文集, 26-2, 204/210 (1990)
- 5) D.M. Dawson, Z. Qu, F.L. Lewis and J.F. Dorsey: Robust control for the tracking of robot motion, INT. J. CONTROL, 52-3, 581/895 (1990)