研究論文

ボンドグラフ法による空気圧システムモデル化に関する一提案*

桜井 康雄**, 田中 和博***, 中田 毅****

Proposal for Modelling of a Pneumatic System by Bond Graph Method

Yasuo SAKURAI, Kazuhiro TANAKA, Takeshi NAKADA

In modeling a pneumatic system with fluid-flow and thermal fields by bond graph method, two kinds of bonds, multi-port C and multi-port R elements have been used. Hence, the resulting bond graph model becomes complicated. To overcome this problem, one of the authors had proposed a new bond graph method by introducing a new definition about effort and flow. However, the simulation based on the bond graph model derived by the proposed method seems to be difficult since the denominators of effort and flow include variables such as density and temperature of air, and coefficient of TF-element is variable. Therefore, it seems to be difficult to use the proposed method in the simulation of a practical pneumatic system. Hence, in this study, another bond graph method for modeling a pneumatic system is proposed. In modeling of fluid flow fields, pseudo bond-graph is employed. In the proposed method, a kind of bond, 1-port C element, 1-port R element and TF-element with a constant coefficient are used for modeling of such a system. To confirm the validity of the proposed method, simulation for a simple pneumatic system is carried out. By comparing the simulated results with the experimental ones, the validity of the proposed bond graph method is clarified.

Key words : Bond graph method, Pneumatics, Modeling, Simulation, Dynamic characteristics

1. 緒 言

油空圧システムの設計・改良は、設計者の経験に依るところが大きい。このようなシステムの設計・改良を効率化し系統的に進めるためには、コンピュータ・シミュレーションにより、システムの動特性を前もって把握することが望まれる。その際に用いられる手法の一つが、エネルギーの流れに沿ってシステムのモデルを作成するボンドグラフ法^{1),2)}である。

空気圧システムは、圧縮性流体系と熱系を含み動的な温度変化を考慮しなければならず、空気の状態変化を一定のポリトロプ指数で仮定することが困難である³⁾。このようなシステムをモデル化する場合、ボンドグラフ法では、真ボンドグラフあるいは擬似ボンドグラフが用いられる^{1),2)}。

真あるいは擬似ボンドグラフを用い圧縮性流体系と熱系を含む空気圧システムのモデル化を行った場合、流体系のエネルギーの流れを表すボンドと熱系のエネルギーの流れを表

す2種類のボンドが必要になる。さらに、熱系のエネルギーの流れを考慮しないボンドグラフモデルでは使用しない複数のポートを有するマルチポートC素子およびマルチポートR素子が用いられる。このマルチポートCあるいはマルチポートR素子を用いた場合、エネルギーの流れの分岐あるいは合流を判断するのが困難なモデルになってしまう。これらのことにより、真あるいは擬似ボンドグラフを用いた空気圧システムのボンドグラフモデルは複雑なものになってしまう。

筆者らが開発した油圧回路設計・動特性解析用シミュレーション・パッケージOHC-Sim⁴⁾においては、シミュレーションにはBGSP⁵⁾を改良したBGSP for OHC-Simを用いている。OHC-Simの用途を広げ有効活用を図るためには、空気圧システムの動特性のシミュレートを可能とすることが必要である。しかしながら、OHC-Simにおいて空気圧システムの動特性のシミュレーションを可能とするためには、空気圧システムのモデル化に際しては、1種類のボンド、1ポートC素子および1ポートR素子を用いたモデル化手法が必要となる。一方、BGSPを改良した場合においては、従来の手法では流体系と熱系のボンドが混在するため、データベース内の空気圧素子の数学モデルが複雑になり、データベースの作成および維持管理が困難になることが懸念される。

このような観点から、筆者らの一人は、圧縮性流体系と熱系のエフォートとフローに新しい定義を導入し、空気圧

*平成28年4月18日 原稿受付

**足利工業大学工学部創生工学科

(所在地 〒326-8558 栃木県足利市大前町268-1)

(E-mail : ysakurai@ashitech.ac.jp)

***九州工業大学情報工学部機械情報工学科

(所在地 〒820-8502 福岡県飯塚市川津680-4)

****東京電機大学情報環境学部情報環境学科

(所在地 〒270-1382 千葉県印西市武西学園台2-1200)

システムの新しいボンダグラフモデル化手法を提案した⁶⁾。ここで提案した手法では、基本変数の積が動力となる真ボンダグラフを用いており、モデル化には1ポートC素子および1ポートR素子を使う。そのため、得られたボンダグラフモデルからエネルギーの流れを容易に理解することができ、この手法を用いれば、OHC-Simに空気圧システムのモデルを取り込むことが可能となる。しかしながら、エフォートとフローに新しい定義を導入したことにより、空気が有する動力をピストンにより機械的な動力に変換する場合、可変変換比を持つトランスフォーマが必要となる。また、新たに定義した圧縮性流体系のエフォートの分母には空気の密度が、熱系のフローの分母には空気の温度を用いている。そのため、シミュレートするシステムが複雑となった場合、数値計算上の誤差によりシミュレーションの安定性に問題が生じることが懸念される。

そこで、本研究では、1本のボンダで2つの変数を伝達することができるというボンダグラフ法の長所の一つと信号を伝達するアクティブボンダを活用し、さらに熱系のエネルギーの流れを陽には表現しないこととしたモデル化手法を提案する。ここで提案する手法では、圧縮性流体系にはエフォートを絶対圧力、フローは質量流量とした擬似ボンダグラフを用いる。また、機械系にはエフォートを力、フローを速度とする真ボンダグラフを用いる。ここで提案する手法は、流体系のボンダには擬似ボンダグラフを用いるものの、熱系と流体系の2種類のボンダを必要とせず、マルチポートC素子およびマルチポートR素子を使用しないという特長を有する。さらに、空気が有する動力をピストンにより機械的な動力に変換する場合、可変変換比を持つトランスフォーマを必要としない。ここで提案したボンダグラフ法の妥当性を検討するため、簡単な空気圧システムを対象としてコンピュータ・シミュレーションを行い、実験結果と比較検討する。なお、シミュレーションに際しては、1種類のボンダ、1ポートCおよび1ポートR素子のみに対応しているBGSPをシミュレーションプログラムとして用い、パソコンの画面上にボンダグラフモデルの編集機能を持たせた市販のボンダグラフ用ソフトMrBond⁷⁾を使用した。

2. 主な記号

A : ピストンの断面積
 A_e : 絞り (弁) の有効断面積
 A_s : シリンダあるいは容器の表面積
 C_p : 定圧比熱
 C_v : 定容比熱
 e : エフォート
 F : 力
 f : フロー
 $\dot{H}$: エンタルピー流束

h : 熱伝達率
 M : 空気の質量
 $\dot{m}$: 質量流量
 P : 空間平均絶対圧力
 $\dot{Q}$: 熱流束
 q : ディスプレースメント
 R : ガス定数
 T : 空間平均絶対温度
 t : 時間
 U : 内部エネルギー
 V : 容積
 v : ピストン速度
 x : ピストン変位
 k : 比熱比
 ρ : 空気の密度
 添字
 0 : 初期状態
 S : 周囲の大気
 in : 入口側
 out : 出口側

3. 提案するボンダグラフ法と空気圧基本素子のモデル

ここでは、空気圧システムの基本要素である空気圧シリンダの容積室および絞りのボンダグラフモデルの導出を行う。空気を理想流体とし、圧縮性流体系のボンダグラフにおいては擬似ボンダグラフを用いる。すなわち、エフォートには絶対圧力、フローには質量流量を使用する。また、機械系のボンダグラフには、エフォートが力、フローが速度である真ボンダグラフを用いる。本論文で使用するボンダグラフの基本変数についてまとめたものをTable 1に示す。

3.1 空気圧シリンダ容積室のボンダグラフモデル

ここではより一般的なモデルを導出するため、Fig. 1に示した通り、空気の入口および出口とピストンを有する空気圧シリンダ容積室を考える。ここに熱力学の第一法則を用いると以下の式を得る。

$$\dot{Q}_S + \dot{H}_{in} - \dot{H}_{out} = \frac{dU}{dt} + P \frac{dV}{dt} \quad (1)$$

熱エネルギーは壁に蓄積されないと仮定すると、壁から流入する熱流束は以下の式で表すことができる。

Table 1 Variables of proposed bond graph method

General	Compressible Fluid-flow	Mechanics
e	P	F
f	$\dot{m}$	v
q	M	x

Fig. 1 Piston chamber with two port

$$\dot{Q}_S = hA_S(T_S - T) \quad (2)$$

ここで、 T_S は周囲の大気温度である。式(2)中の A_S はピストンが動くことにより変化する。すなわち、外部からの熱の流入に関係する表面積 A_S はピストン変位 x の関数である。

また、コントロールボリューム内の空気の内エネルギーおよびコントロールボリュームに流入あるいは流出するエンタルピー流束はそれぞれ式(3)から(5)で表すことができる。

$$U = C_V \rho VT \quad (3)$$

$$\dot{H}_{in} = C_P \dot{m}_{in} T_{in} \quad (4)$$

$$\dot{H}_{out} = C_P \dot{m}_{out} T \quad (5)$$

ここで、 T はシリンダ容積室内の空気の空間平均絶対温度である。

式(1)に式(2)から式(5)を代入して整理すると式(6)を得る。

$$C_V \frac{d(\rho VT)}{dt} = C_P \dot{m}_{in} T_{in} - C_P \dot{m}_{out} T + hA_S(T_S - T) - P \frac{dV}{dt} \quad (6)$$

理想気体の状態式、定圧比熱と定容比熱の関係、比熱比と気体定数および定容比熱の関係を表した式(7)から式(9)を式(6)に用いると式(10)を得る。

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (7)$$

$$\frac{C_P}{C_V} = \kappa \quad (8)$$

$$\kappa = \frac{R}{C_V} + 1 \quad (9)$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\kappa}{V} \left\{ R(\dot{m}_{in} T_{in} - \dot{m}_{out} T) + \frac{R}{C_P} hA_S(T_S - T) - P \frac{dV}{dt} \right\} \quad (10)$$

式(10)において容積 V は初期容積 V_0 、ピストン断面積 A 、ピストン変位 x より以下の式で表すことができる。

$$V = V_0 + Ax \quad (11)$$

式(10)中の dV/dt はピストン断面積 A 、ピストン速度 v を用い以下の式で表すことができる。

$$\frac{dV}{dt} = Av \quad (12)$$

式(11)および式(12)を式(10)に代入すると式(13)を得る。

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\kappa}{V_0 + Ax} \left\{ R(\dot{m}_{in} T_{in} - \dot{m}_{out} T) + \frac{R}{C_P} hA_S(T_S - T) - PAv \right\} \quad (13)$$

式(13)を時間積分すると式(14)を得る。

$$P = \frac{\kappa}{V_0 + Ax_{t-1}} \int R \left\{ (T_{in})_{t-1} \dot{m}_{in} - RT_{t-1} \dot{m}_{out} - AP_{t-1} v + \frac{R}{C_P} h(A_S)_{t-1} (T_S - T_{t-1}) \right\} dt \quad (14)$$

ただし、この式は、ボンドグラフ法では得られたボンドグラフモデルより状態方程式を導出し数値積分によりある時間刻みで物理量を求めることを考慮に入れた式であり、式中の添え字 $t-1$ は前の時刻の計算で既にその値が求められているものを近似的に用いたことを意味する。時間積分の時間刻みが十分小さい場合、この近似により大きな誤差は生じないと考えられるものの保証されたものではない。そこで、シミュレーションに際しては数値積分の時間刻みを変化させこの式の収束性を確認する必要がある。なお、このような近似を行った結果、この式よりエフォートである圧力はフローである質量流量と速度の積分値の関数になり、C素子で表現できる。

一方、式(15)に示した通り、容積室内の温度 T は容積室内の空気の質量 M 、容器の体積および気体の状態式より求めることができる。

$$\rho = \frac{M}{V_0 + Ax} \quad T = \frac{P}{\rho R} \quad (15)$$

式(14)および式(15)に基づきFig. 1に示した空気の入口および出口とピストンを有する空気圧シリンダ容積室のボンドグラフモデルはFig. 2のようになる。この図よりFig. 1に示した容積室のボンドグラフモデルは2つのC素子、5つのSF素子、1つのSE素子で表されるものの、これらのC素子には通常のボンドグラフ法で用いられる1ポート素子のみが使われている。なお、この図で C_1 素子は単なる積分器として使用されており、ここで式(14)の計算を行っている。

Fig. 2 Bond graph model for piston chamber with two port

Fig. 3 Bond graph model for head-end chamber

Fig. 4 Bond graph model for rod-end chamber

TFはピストンのヘッド側の受圧面であり、その変換係数はピストンの受圧面積 A である。図中で両矢印（開矢印）のボンドは単に信号を伝えるアクティブボンドである。

Fig. 2に示したボンドグラフモデルを用いると、空気圧シリンダヘッド側、ロッド側あるいは管路の容積効果のみを考慮したボンドグラフモデルを簡単に導くことができる。Fig. 3(a)に示した空気圧シリンダヘッド側への流入のモデルを導く場合は、Fig. 2中のボンド2および素子SF5を削除すれば良い。得られたモデルをFig. 3(b)に示す。Fig. 4(a)空気圧シリンダロッド側からの流出のモデルを導く場合は、Fig. 2中のボンド1および素子SF2を削除するとともに、ピストンから受ける動力の方向を正とするためにTF素子の矢印の向きを変えれば良い。その結果として得られたモデルをFig. 4(b)に示す。Fig. 5(a)に示した空気圧管路の容積効果のみを考慮したモデルを導く場合は、ボンド3、TF素子、ボンド4および素子SF4を削除する。得られたモデルをFig. 5(b)に示す。

3.2 絞りのボンドグラフモデル

Fig. 6(a)に示した空気圧システムの絞りの要素において、そこを通過する質量流量は一般的に式(16)および(17)で与えられる。

$$0 \leq \frac{P_2}{P_1} < 0.528 \quad (16)$$

$$\dot{m} = A_e P_1 \sqrt{\frac{\kappa}{RT_1} \left\{ \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \right\}}$$

Fig. 5 Bond graph model for pipe volume

$$0.528 \leq \frac{P_2}{P_1} \leq 1$$

$$\dot{m} = A_e P_1 \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{1}{RT_1} \left\{ \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right\}} \quad (17)$$

これらの式より、フローである質量流量はエフォートである絶対圧力の関数となっており、また、絞りを通過する質量流量は絞り入口および出口で等しいことより、絞りの

Fig. 6 Bond-graph model for restriction

ボンドグラフモデルは1ポートR素子と1接点を用いてFig. 6(b)のように表すことができることがわかる。なお、上流側の空気温度 T_l はアクティブボンドにより素子に入力する。

4. シミュレーション

本論文で提案したボンドグラフモデルの妥当性を調べるために、Fig. 7に示すような簡単な空気圧システムのシミュレーションを行った。一定の容量 V をもつ容器に充填されている圧縮空気が弁を通して大気中に放出され、熱流束が容器の周囲の大気から容器内に流れ込む場合を対象とした。

Fig. 8にそのシステムのボンドグラフモデルを示す。容器内の温度と圧力の変化および容器の周囲の大気から容器内への熱伝達はFig. 2においてボンド1、ボンド3、TF素子、ボンド4、素子SF2およびSF4を削除することによりモデル化できる。弁の絞りはFig. 6に示したボンドグラフモデルで表すことができる。大気圧 P_s 、密度 ρ_s および温度 T_s は一定であると考えられるので、大気はSE素子で表現することができる。Fig. 8に示した通り、ここで提案した手法を用いたシステムのボンドグラフモデルには1種類のボンド、1ポートCおよび1ポートR素子しか用いられていない。そのため、シミュレーションに際しては、Mr.

Fig. 7 Simple pneumatic system

Fig. 8 Bond graph model for simple pneumatic system

Table 2 Parameters for simulation

A_s	$3670 \times 10^{-2} \text{ m}^2$	T_0	$293.16 \text{ K (20}^\circ\text{C)}$
A_e	$1.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2$	T_s	$292.16 \text{ K (19}^\circ\text{C)}$
P_0	$40 \times 10^5 \text{ Pa}$	V	$4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
P_s	$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$	h	$10.7 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$
R	$287.06 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$	κ	1.4

Bondを使用した。このシミュレーションで使用したパラメータをTable 2に示す⁸⁾。ここで、 P_0 および T_0 はそれぞれ容器内の空気圧力および温度の初期値である。

前述した通り、提案したモデルでシミュレーションを行う場合、数値積分の時間刻み Δt を変化させて式(14)に関する収束性を確認する必要がある。 Δt を変化させて容器内の圧力のシミュレーションを行った結果をFig. 9に示す。この図で Δe_p は Δt を 10^{-3} s とした場合に得られたシミュレーション結果との差である。また、図中の表はこの差が最大となったときのシミュレーション結果を示す。この図より、 Δt を 10^{-6} s より小さくすれば Δe_p に変化はなくなりシミュレーション結果が収束していることがわかる。よって、ここでは Δt を 10^{-6} s としてシミュレーションを行う。

容器内の圧力 P および温度 T のシミュレーション結果をFig. 10に示す。この図で実線はシミュレーション結果を、破線は張らが行った実験結果^{8)~10)}をそれぞれ表す。この実験では容器内に圧力および温度センサを挿入し圧力および温度計測が行われた。なお、温度計測は熱電対の接点を容器の中心部に配置することにより行われた。ここで示した実験結果は張らが行った5回の実験結果を平均したものである。

Fig. 10のシミュレーション結果から、容器内の圧力 P は計算開始後約2秒間減少し、その後、 P は P_s に近づいていることがわかる。一方、容器内の温度 T は計算開始後約2秒間減少し、その後、容器周囲の大気からの熱伝達の影響のため増加し始め、 T_s に近づいていることがわかる。

圧力については容器内ではほぼ一様であると考えられる。本論文で提案するモデルを使ったシミュレーションで求めた平均圧力と比較検討すると、シミュレーション結果は実験結果を精度良くシミュレートしている。温度については下降過程から上昇過程の前半部まではシミュレーション結

Fig. 9 Convergence property for Eq. (14)

Fig. 10 Comparison of simulated and experimental results

果は実験結果を良好にシミュレートしている。しかしながら、上昇過程の後半部ではシミュレーション結果は実験結果より約10K大きくなっている。これは実験で求めた温度が容器の中心部の温度であり、容器周囲から入る熱の伝わりの遅れの影響によるものであると考えられる。よって、今後の課題として、ストップ法¹¹⁾により求めた容器内の平均温度と本シミュレーションで得られた結果の比較検討により本シミュレーションの精度について検討することが必要である。よって、本論文で提案した手法を用いた空気圧システムのモデルによるシミュレートは可能であると考えられる。

ここで提案したボンドグラフを用いれば、OHC-SimやMr. Bondのように、シミュレーションプログラムとしてBGSPを利用しているソフトを用いて空気圧システムの動的な温度変化のシミュレーションが可能となる。

5. 結 言

本研究では、1本のボンドで2つの変数を伝達することができるというボンドグラフ法の長所の一つと信号を伝達するアクティブボンドを活用しさらに熱系のエネルギーの流れを陽には表現しないこととしたモデル化手法を提案した。この手法を用いることにより、空気圧シリンダの容積室のような容量要素では、2つのC素子、複数のSF素子およびSE素子が必要になるものの、圧縮性流体系と熱系を含み動的な温度変化を考慮しなければならない空気圧システムであっても、1種類のボンド、1ポートC素子および1ポートR素子のみでボンドグラフモデル化が可能となった。さらに、ここで提案した手法の妥当性を調べるため簡単な空気圧システムを例に取りシミュレーションを行い、実験結果と比較検討した。その結果、得られたシミュレーション結果は実験結果を良好にシミュレートしており、ここで提

案した手法の妥当性が示された。なお、ここで提案した手法を用いると、1ポートC素子および1ポートR素子のみでシステムのボンドグラフ表現が可能となるため、シミュレーションに際しては、シミュレーションプログラムとしてBGSPを利用しているソフトを用いて、空気圧システムの動的な温度変化のシミュレーションが可能となる。

今後の課題は、空気圧システムをボンドグラフ法でシミュレートする手法は文献6および文献12においても示されている。そこで、本論文で提案した手法とこれらの手法によるシミュレーション結果についての比較検討であると考えている。また、温度のシミュレーション結果については、ストップ法を用いた計測結果との比較も必要である。

謝 辞

本研究にご協力いただいた当時足利工業大学大学院生羽石祥崇氏ならびに本研究にご支援賜ったSMC株式会社に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) Rosenberg, R.C. and Karnopp, D.C.: Introduction to Physical System Dynamics, p. 244-257, McGraw-Hill (1983)
- 2) Thoma, J.: Simulation by Bondgraphs, p. 123-132, Springer-Verlag (1990)
- 3) 香川利春: 空気圧抵抗容量系の動特性における熱伝達の考察, 油圧と空気圧, Vol. 12, No. 3, p. 209-212 (1981)
- 4) 例えば, 桜井康雄, 田中和博, 幸田武久, 中田毅: 油圧回路設計・動特性解析用シミュレーション・パッケージOHC-Simの改良, 日本油空圧学会論文集, Vol. 31, No. 6, p. 164-169 (2000)
- 5) Kohda, T., Nakada, T., Kimura, Y. and Mitsuoka, T.: Simulation of Bond Graphs with Nonlinear Elements by Symbolic Manipulation, Bulletin of Mechanical Engineering Laboratory, 49 (1988)
- 6) 桜井康雄, 高橋浩爾, 池尾茂: 空気圧システムの新しいボンドグラフ表現, 日本油空圧学会論文集, Vol. 30, No. 7, p. 171-176 (1999)
- 7) 山本耕治: シミュレーション活用技術 油圧回路設計/解析システム Mr. Bondの活用事例, 油空圧技術, Vol. 48, No. 9, p. 19-23 (2009)
- 8) Zhang, H.: 空気圧システム中における結露に関する研究, 上智大学博士論文, p. 7-33 (1995)
- 9) 張護平, 池尾茂, 高橋浩爾, 桜井康雄: 空気圧システム中における結露に関する研究 (第1報 均一凝縮理論による解析), 油空と空気圧, Vol. 26, No. 1, p. 93-99 (1995)
- 10) 張護平, 池尾茂, 高橋浩爾, 桜井康雄: 空気圧システム中における結露に関する研究 (第2報 実験), 油圧

-
- と空気圧, Vol. 26, No. 1, p. 93-99 (1995)
- 11) 香川利春, 蔡茂林: 圧縮性流体の計測と制御—空気圧解析入門—, p. 81-82, 日本工業出版 (2010)
- 12) 張護平: ボンドグラフ法による空気圧システムのシミュレーション, 油圧と空気圧, Vol. 27, No. 4, p. 92-97 (1996)