スプール弁制御油圧サーボモータの信号伝達特性*

第2報 直流ゲインに及ぼす重畳正弦波の影響

佐藤 三 禄**・小林 邦 夫**

Signal Transfer Characteristics for Spool Valve*

Controlled Hydraulic Servomotor

2nd Report Influences of superposed sinusoidal component of Input Signal on D.C. gain for servomotor.

Sanroku Sato, Kunio Kobayashi**

In the 1st report, influences of mean value of input signal on the frequency response of a hydraulic servomotor were elucidated.

In this report, influences of sinusoidal component of input signal on the D.C. gain (mean velocity of actuator/mean value of spool displacement) of a hydraulic servomotor, are elucidated analytically and experimentally.

The Harmonic balance method is applied to obtain the analytical solution.

D.C. gain is decreased by the superposed sinusoidal input signal.

Effects of mean value X_0 , amplitude X_1 of sinusoidal component and frequency ω of input signal, on the D.C. gain are made clear as follows:

- (1). For constant X_0 and X_1 , D.C. gain takes its minimum value at the natural frequency of the actuator.
- (2). For constant X_1 and ω , D.C. gain is minimum at $X_0=0$.
- (3). For constant X_0 and ω , D.C. gain is decreased with an increase in X_1 .

Analytical, experimental and simulated results well agreed.

1. まえがき

スプール弁制御油圧サーボモータはスプール弁の負荷圧力・流量特性が強い非線形性を有するため、その信号伝達特性は複雑である。前報（第1報）において油圧サーボモータの周波数応答に及ぼす直流信号の影響を明らかにした。本報では直流信号に正弦波信号が重畳された入力の場合の油圧サーボモータの直流ゲイ

ン（アクチュエータ平均速度／入力信号の直流分）に及ぼす正弦波信号の影響を明らかにする。

直流信号に正弦波信号が重畳された入力の場合の直流ゲインに関する従来の研究は油の非圧縮性を仮定して直線入力に対する応答を解析し、これを順次接続することにより、スプールに微小振動を与えた場合のピストン平均速度を求めた研究¹⁾、回転形油圧モータの出口側に二方弁が設けられている系に関して、低周波領域において油の非圧縮性を仮定して油圧モータの平均速度を求めた研究^{2),3)}、また特殊な回転スプール形四方弁をもちいた油圧加振機に対して、そのピストン速度の定常成分を求めた研究（計算のみ）⁴⁾などがな

* 昭和56年3月18日 原稿受付

** 武蔵工業大学 機械工学科

*** 油圧と空気圧 Vol.13, No.4

されている。本報で扱う油圧サーボモータは前報と同様、スプール形四方弁と直動形アクチュエータの組合せからなり、負荷として慣性負荷を考えている。従来の研究に対し、より広範囲な入力条件および負荷条件のもとで油の圧縮性を考慮して解析を行い、比較的簡単な計算で広範囲な条件のもとでの特性と新しい知見を得ている。解析結果の妥当性はアナログシミュレーションおよび実験により確かめている。

2. 主な記号

変数 q, v, x の無次元化は入力信号の直流成分 X_0 およびそれに関連する量もちいて行う。

A : ピストン有効断面積, B : スプール弁ポート幅, C : スプール弁流量係数, K : 油の体積弾性係数, k_0 : $(CB\sqrt{1/\rho})$, M : 慣性負荷質量, P_s : 供給圧力, P_d : もどり側圧力, p_1, p_2 : シリンダ室圧力, p_l : 負荷圧力, p_{la} : 負荷圧力振幅, $\bar{p}_l$: $(= p_l/P_s)$ 無次元負荷圧力, q : 負荷ポート体積流量, $\bar{q}$: $(= q/k_0 X_0 \sqrt{P_s})$ 無次元流量, v : ピストン速度, V_0, V_1, V_2 : ピストン速度の直流成分, 基本波成分, 2次高調波成分振幅, $\bar{v}$: $(= v/(k_0 X_0 \sqrt{P_s})/A)$ 無次元ピストン速度, $\bar{V}_0, \bar{V}_1, \bar{V}_2$: $(= V_0/(k_0 X_0 \sqrt{P_s}/A), V_1/(k_0 X_0 \sqrt{P_s}/A), V_2/(k_0 X_0 \sqrt{P_s}/A))$ 無次元ピストン速度の直流成分, 基本波成分, 2次高調波成分振幅, V_m : シリンダおよび導管部容積の1/2, x : 中立点からのスプール変位, X_0, X_1 : スプール変位直流成分, 正弦波成分振幅, $\bar{x}$: $(= x/X_0)$ 無次元スプール変位, $\bar{X}_1$: $(= X_1/X_0)$ 無次元スプール変位正弦波成分振幅, β : $(= M\omega_n(k_0 X_0 \sqrt{P_s}/A)/P_s A)$ 無次元パラメータ, ρ : 油の密度, τ : $(= \omega_n t)$ 無次元時間, φ_1, φ_2 : ピストン速度の基本波, 2次高調波成分位相ずれ, ω : 振動の角周波数, ω_n : $(= A\sqrt{2K/V_m M})$ 系の固有角周波数, $\bar{\omega}$: $(= \omega/\omega_n)$ 無次元角周波数。

3. 理論解析とシミュレーション

3.1 解析式

油圧サーボモータのモデルは第1報と同じく Fig.1 で表わされるとし、仮定も同一とする。したがって運動方程式も同一で次式で表わされる。

$|\bar{p}_l| \leq 1$ の場合

$$\bar{q} = \bar{x}\sqrt{1-(\operatorname{sgn} \bar{x})\bar{p}_l} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$d^2 \bar{v}/d\tau^2 + \bar{v} = \bar{q} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\beta(d\bar{v}/d\tau) = \bar{p}_l \quad \dots\dots\dots (3)$$

油圧サーボモータの入力 (スプール変位) は

$$\bar{x} = 1 + \bar{X}_1 \sin \bar{\omega} \tau \quad \dots\dots\dots (4)$$

系の出力 (アクチュエータ速度) は2次高調波成分ま

Fig. 1 Spool valve controlled hydraulic servomotor.

でを考慮して次式とする。

$$\bar{v} = \bar{V}_0 + \bar{V}_1 \sin(\bar{\omega} \tau + \varphi_1) + \bar{V}_2 \sin(2\bar{\omega} \tau + \varphi_2) \quad (5)$$

調波平衡法を用いた解析方法は後述 3.2 節の理由から第1報の解析(c) (重負荷の場合) と同一の方法を採用することにする。

出力の無次元直流成分 $\bar{V}_0$ は次式で与えられる。

$$\bar{V}_0 = 1 + (b_1/2 - a_2 D) \beta \bar{\omega} \bar{V}_1 \sin \varphi_1 - a_2 C \beta \bar{\omega} \bar{V}_1 \cos \varphi_1 \quad (6)$$

ただし

$$\bar{X}_1 \leq 1 \text{ の時 } a_0 = 1, b_1 = \bar{X}_1, a_2 = b_3 = a_4 = 0$$

$$\bar{X}_1 > 1 \text{ の時 } a_0 = 2(\phi + \bar{X}_1 \cos \phi)/\pi, b_1 = 2(2 \cos \phi - \bar{X}_1 \sin 2\phi/2 + \bar{X}_1 \phi)/\pi, a_2 = 2(\sin 2\phi + \bar{X}_1 \cos 3\phi/3 - \bar{X}_1 \cos \phi)/\pi, b_3 = 2(2 \cos 3\phi/3 - \bar{X}_1 \sin 4\phi/4 + \bar{X}_1 \sin 2\phi/2)/\pi, a_4 = 2(\sin 4\phi/2 + \bar{X}_1 \cos 5\phi/5 - \bar{X}_1 \cos \phi/3)\pi, \phi = \sin^{-1}(1/\bar{X}_1)$$

$$\bar{V}_1 \sin \varphi_1 = \bar{X}_1 \left\{ (1 - \bar{\omega}^2) - (b_1 + b_3) B \beta \bar{\omega} \right\} / (E + F)$$

$$\bar{V}_1 \cos \varphi_1 = \bar{X}_1 \left\{ -(a_0 + a_2/2) + (b_1 + b_3) A \right\} \beta \bar{\omega} / (E + F)$$

$$A = \frac{(a_0 + a_4/2)(b_1 + b_3)(\beta \bar{\omega})^2}{(1 - 4\bar{\omega}^2)^2 + 4(a_0 + a_4/2)(a_0 - a_4/2)(\beta \bar{\omega})^2}$$

$$B = \frac{-(b_1 - b_3)(1 - 4\bar{\omega}^2)\beta \bar{\omega}/2}{(1 - 4\bar{\omega}^2)^2 + 4(a_0 + a_4/2)(a_0 - a_4/2)(\beta \bar{\omega})^2}$$

$$C = \frac{-(b_1 + b_3)(1 - 4\bar{\omega}^2)\beta \bar{\omega}/2}{(1 - 4\bar{\omega}^2)^2 + 4(a_0 + a_4/2)(a_0 - a_4/2)(\beta \bar{\omega})^2}$$

$$D = \frac{-(a_0 - a_4/2)(b_1 - b_3)(\beta \bar{\omega})^2}{(1 - 4\bar{\omega}^2)^2 + 4(a_0 + a_4/2)(a_0 - a_4/2)(\beta \bar{\omega})^2}$$

$$E = \left\{ (1 - \bar{\omega}^2) - (b_1 - b_3) C \beta \bar{\omega} \right\} \left\{ (1 - \bar{\omega}^2) - (b_1 + b_3) B \beta \bar{\omega} \right\}$$

$$F = \left\{ (a_0 + a_2/2) - (b_1 - b_3)A \right\} \left\{ (a_0 - a_2/2) + (b_1 + b_3)D \right\} (\beta\bar{\omega})^2$$

式(5)で2次高調波を無視した場合、 $\bar{V}_0$ は次式の様に簡単に表わせる。

$$\bar{V}_0 = 1 - \frac{\bar{X}_1}{2} \cdot \frac{b_1(a_0 + a_2/2)(\beta\bar{\omega})^2}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (a_0 - a_2/2)(a_0 + a_2/2)(\beta\bar{\omega})^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

3.2 負荷軌跡による直流ゲインの検討

$\bar{q} - \bar{p}_l$ 面上に負荷軌跡とスプール弁の負荷圧力・流量特性を描き、直流ゲインに対する重畳正弦波の影響を定性的に検討する。簡単のために、 $\bar{x} = 1 + \bar{X}_1 \sin \bar{\omega} \tau$ のとき、 $\bar{v} = \bar{V}_0 + \bar{V}_1 \sin(\bar{\omega} \tau + \phi_1)$ とすると $\bar{q}$ 、 $\bar{p}_l$ は式(2)、(3)より

$$\bar{q} = \bar{q}_0 + \bar{q}_1 \sin(\bar{\omega} \tau + \phi_1) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\bar{p}_l = \bar{p}_{l1} \sin(\bar{\omega} \tau + \xi_1) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}_0 &= V_0, \quad \bar{q}_1 = (1 - \bar{\omega}^2) \bar{V}_1, \quad \bar{p}_{l1} = \beta \bar{\omega} \bar{V}_1 \\ \phi_1 &= \begin{cases} \phi_1, & \bar{\omega} < 1 \\ \pi/2 + \phi_1, & \bar{\omega} = 1 \\ \pi + \phi_1, & \bar{\omega} > 1 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(8)(9)による負荷軌跡は Fig.2 の A に示すように楕円となる。ただし、 $\bar{\omega} = 1$ では $\bar{p}_{l1}/\bar{q}_1 = \infty$ 、故に同図 B に示すように $\bar{p}_l$ 軸に平行な直線となる。求めるべき $\bar{V}_0$ は $\bar{V}_0 = \bar{q}_0$ 、故にこの楕円の中心の $\bar{q}$ の値である。一方、スプール弁の負荷圧力・流量特性曲線は①、②で示される範囲であるところから、動作状態の負荷軌跡は①②の曲線に接する楕円である。ただし、 $\bar{\omega} = 1$ では同図中の直線 B は $\bar{B}_1\bar{B}_0 = \bar{B}_0\bar{B}_2$ である。

Fig. 2 Load loci and load pressure - flow characteristic curves of hydraulic servomotor.

いま負荷圧力・流量特性が q 、 p_l 、 x に関して線形であるならば①、②の曲線は平行な直線であり、 $q_0 = 1$ 、すなわち $\bar{V}_0 = 1$ となることは明らかである。しかし、曲線①、②では $\bar{p}_{l1} = 0$ 以外の場合 $q_0 = 1$ とはなり得ず、一般に、 $q_0 < 1$ である。このことはスプール弁の負荷圧力・流量特性式(1)の近似式を考える場合、少なくとも平行直線群による近似は直流ゲインの性質を扱う目的のためには不適当であることを示している。

前述の検討から①、②の曲線の傾斜 ($\partial q / \partial p_l$) の値が x の値により変化することが直流ゲインの性質に支配的な影響を与えていることが考えられる。曲線①、②のこの特性を近似するものとして、 $q = x - |x| \cdot \bar{p}_l$ による直線群、Fig.2の中破線①'、②'は解析的扱いがしやすく、しかも $\bar{p}_l$ の広い範囲にわたって ($\partial q / \partial p_l$) に関する前述の特性を具えており、直流ゲインの計算のためには妥当な近似であると思われる。この直線近似の方法は、第1報の解析(c)で用いたものと同じであり、本報告の解析はこの近似方法を用いている。

①、②に接する負荷軌跡の楕円の内でも q_0 の値が小さいものは Fig.2 の B である。即ち、 $\bar{\omega} = 1$ 付近で重畳正弦波の影響が著しいことを示している。ただし、上記の説明が適用できるのは式(8)(9)が成り立つ動作領域内であり、これを外れて高調波成分が無視できないような領域では現象はやや異なることが考えられる。

3.3 アナログコンピュータによる系のシミュレーション

アナログコンピュータによる系のシミュレーションは正流域および逆流域を考慮した運動方程式により、第1報、Fig.2に示す回路により行った。その結果を Fig.3の(a)~(f)に破線で示す。また Table 1 は Fig.3の(a)~(f)の入力条件のもとでシミュレーションによるアクチュエータ速度波形をデジタルコンピュータを使用し、高速フーリエ変換処理(一周期1024分割)により調和解析した結果である。その結果は高調波成分の基本波成分に対する百分率として表わされている。この結果から $\beta = 0$ ($\bar{X}_0 = 0$) 附近以外は2次高調波成分が大きく、 $\beta = 0$ 附近では2次高調波成分よりも3次高調波成分の方が大きい。本報で使用するパラメータの場合、その大きさは基本波の振幅に対しておよそ3%以下でかなり小さいものであることがわかる。このアクチュエータの速度波形の調和解析結果が前述した理論解析において出力速度波形として2次高調波成分まで考慮したこととの根拠となっている。なお負荷圧力・流量特性の近似式 $\bar{q} = x - |x| \cdot \bar{p}_l$ を使用した場合のシミュレーションも行い、近似的取扱いとし

Fig. 3 Influence of superposed sinusoidal input signal on D. C. gain.

ては十分であることを確かめている。

4. 実験結果および解析結果の検討

実験装置、諸元の数値および実験方法は第1報と同じである。

Fig.3の(a)~(f)に解析値、シミュレーション結果および実験値を示す。縦軸は無次元化直流ゲインを示す。縦軸の値が1.0の場合は重畳正弦波の影響がないことを意味し、1.0の値から遠ざかるに従って影響が大きい

ことを意味する。図(a)(b)は β , X_1 を固定し、振動角周波数 ω を変化させた場合で3.2節で検討したように系の固有角周波数 $\omega = 1$ 附近における値が最小となり、図(a)の場合、アクチュエータ平均速度は入力が直流信号のみの場合の40%程度の速度となっている。

図(c)(d)は ω を固定し、 β , X_1 を変化(X_1 , ω 固定, X_0 変化に相当)させた場合でシミュレーション結果および解析値は $\beta \rightarrow 0$, $X_1 \rightarrow \infty$ の時極限値をもち、 $\beta \rightarrow \infty$, $X_1 \rightarrow 0$ の時1.0の値となる。図(e)(f)は β , ω を固

Table 1 Results of harmonic analysis of simulated waveform.
(Amplitude ratio of harmonics to fundamental component (%))

Input condition	Harmonic wave	ω	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5
(a) $\beta = 0.145$ $X_0 = 1.10$	2		5.8	28.5	11.0	9.5	5.8	2.5	2.0	0	0	0
	3		2.0	2.0	1.5	1.2	0.9	0	0	0	0	0
	4		1.0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0
	5		2.5	12.0	8.0	4.0	3.0	0	0	0	0	0
(b) $\beta = 0.514$ $X_0 = 0.45$	2		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(c) $\omega = 1.1$	Harmonic wave	$\beta (=1.45)$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
		$X_1 (=0.21)$	—	10.0	5.0	3.33	2.0	2.0	1.07	1.43	1.20	1.11
	2		0	1.7	2.0	2.1	2.05	2.05	2.05	2.5	2.9	2.8
	3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(d) $\omega = 1.0$	2		0	2.5	4.0	3.0	3.0	2.0	2.0	3.0	3.0	2.0
	3		1.0	1.0	0.9	0	0	0	0	0	0	0
	4		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Harmonic wave	$X_1 (=1.07)$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
(e) $\beta = 0.87$ $\omega = 1.1$	2		0	2.3	3.5	5.2	7.0	8.0	9.3	9.3	9.0	9.6
	3		0	0	0	0	0	1.5	1.2	2.1	2.7	2.4
	4		0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0.7
	Harmonic wave	$X_1 (=1.02)$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
(f) $\beta = 0.745$ $\omega = 0.8$	2		0	2.0	4.0	6.7	9.7	11.7	12.0	12.4	12.4	12.4
	3		0	0	0	0.7	1.4	1.9	1.4	1.4	0.9	0.9
	4		0	0	0	0	0.4	0.7	0.7	0.9	1.0	1.2

Fig. 4 Influence of superposed sinusoidal input signal on D. C. gain.

定し、 X_1 を変化させており、 $X_1 \rightarrow 0$ の時は当然1.0となり、 $X_1 \rightarrow \infty$ の時極限値をもつ。

全体的に解析による近似解とシミュレーション結果および実験値は負荷圧力振幅 $p_{La} \geq P_s$ の場合も含めて良く一致している。図(a)(b)(c)は Table 1 の調解析結果より明らかなように2次高調波成分が大きく、式(6)と式(7)による解析値でいく差がある。図(b)(c)(d)ではその差がみられない、式(6)による解析値は式(7)による解析値よりもシミュレーション結果に近い値を示し精度が良い、式(6)による解析値とシミュレーション結果との差は3次以上の高調波成分を省略したことによる影響ではなく、主として負荷圧力・流量特性式(1)を直線群により近似したことによる影響である。

Fig.4の(a)(b)(c)は $\beta = 0.145, 0.58, 1.45$ の場合の直流ゲインを式(6)により X_1 をパラメータとして計算し

た結果である。図から明らかなように X_1 の値が小さい範囲では $\omega = 1$ 付近で谷を示し、直流ゲインは最小となる。

また、その谷は β の値が小さい程顕著となる。 X_1 の増加と共に $\omega = 1$ 付近以外の周波数領域でも負荷圧力振幅が大きくなり直流ゲインは減少し、 X_1 の値がある値以上になると $\omega = 1$ での谷は消滅する。

5. むすび

以上により得られた結論をまとめて次に示す。

(1)直流ゲインに対し、重畳正弦波はその値を減少させる方向に影響を与える。入力信号の直流成分 X_0 および正弦波信号振幅 X_1 を固定した場合、系の共振周波数での影響が最大となるが、 X_1 が X_0 の値に比較して非常に大きくなるとその傾向は消滅する。 X_1 、 ω 固

定の場合は X_0 が減少する程、また X_0 , ω 固定の場合は X_1 が増大する程その影響は大きい。

(2)シミュレーションによるアクチュエータ速度波形は $\beta = 0$ ($X_0 = 0$) 附近以外では2次高調波成分が他の高調波成分に較べ大きい。また $\beta = 0$ 附近では3次高調波成分が2次高調波成分より大きいが、本報で扱うパラメータの場合3次高調波成分は基本波成分に対して3%以下である。このため解析において出力速度波形の2次高調波成分まで考慮した直流ゲインの理論式(6)を用いることにより近似値として十分な値が得られた。

(3)シミュレーションにおいて、負荷圧力・流量特性式として平方根を用いた場合とそれを直線近似した場合の直流ゲインの値を比較した結果、大差なく直線近

似が十分適用できる。

(4)実験値と解析値は良く一致しており、理論式が現象を説明していることを確かめた。

参 考 文 献

- 1) 沢村, 花房: 任意入力に対する案内弁機構の応答の解析, 日本機械学会論文集, 27-176, 523/530 (1961)。
- 2) 日比, 市川, 黒下: 弁制御油圧モータ系の周波数特性における弁の非線形性の影響, 油圧と空気圧, 7-5, 283/288 (1976)。
- 3) 宮川: スプール弁によって制御される油圧モータの周波数特性, 日本機械学会論文集, 42-358, 1857/1864 (1976)。
- 4) 小島: 回転スプール弁形油圧加振機の研究, 油圧と空気圧, 8-3, 186/194 (1977)。