空気および液柱溜りを有する流体管路内の過渡現象*

橋本強二** 今枝正夫** 長山 展**

Transients of Fluid Lines Containing Air Pocket or Liquid Column

Kyoji Hashimoto, Masao Imaeda, Akira Osayama

This paper deals with transients following the rapid opening of a valve on the upstream sides of fluid lines containing air pocket or liquid column.

Experiments using test pipelines were carried out for the parameter variations in various elements. A theoretical calculation was first performed by applying Runge-Kutta-Gill-methods for the basic equations of lumped-element representation, and then, the pressure surge due to collision of a liquid column was calculated.

The principal points obtained are summarized as follows:

- (1) There is a possibility that the pressure surge for an open system with small orifice-pipe cross sectional area ratio A_R is greater than that of a confined system.
- (2) Effects such as those of A_R , mass of liquid column and gradient of a pipeline on pressure surge were clarified.
- (3) Methods for the approximate calculation of the pressure surge are effective for predicting the transients of fluid lines containing air pocket or liquid column.

1. 緒 言

管路系の過渡特性に関する研究は、系の解析および構成的見地から非常に重要であり、現在までに数多くなされてきているが、管路内に液体および気体で満たされている単相流れを対象とした例が多く、液体管路内に空気溜りがある系とか気体管路内に液柱溜りが存在する系などを対象とした研究例は比較的少ないようである。

星ら¹⁾はポンプ起動の際に送水管中を流れ始めた水流が末端にある半開の弁に達する際に生ずる水撃について解析し、Streeterら²⁾、北川ら³⁾およびMartin⁴⁾は液体管路内の空洞の存在により生ずるサージ圧が通常より大きくなることを指摘している。また北川⁵⁾は空

洞の存在に伴うサージ圧力を解析し、その結果に基づきサージ圧を緩和する方法を提案している。さらに趙ら⁶⁾は液体管路内の停留空洞が過渡時の流速変動に及ぼす影響について実験および特性曲線法を用いた解析結果により明らかにしている。このほか赤川ら^{7), 8)}は気ほう流およびスラグ流を対象として下流端にある弁の急閉鎖に伴う衝撃現象について解明している。

以上の液体管路内に空気溜りがある管路系の過渡現象に関する諸研究においては、液柱が下流位置にある絞り抵抗部に衝突する際に生ずるサージ圧力について考察した研究例は、星ら¹⁾による図式解法を用いた解析例以外にはほとんどなく、また気体管路内に液柱溜りが存在する系についての検討例もほとんど見当たらないようである。

そこで本研究では、液体管路内の下流位置に空気溜りがある系および気体管路内に液柱溜りが存在する系を統一的に取扱い、上流側の弁の急開に伴い液柱が下

* 昭和60年3月28日 原稿受付

** 徳島大学工学部

流の絞り抵抗部に達する際の過渡的圧力応答の問題について実験および理論計算結果により考察し、管路のパラメータ変化がサージ圧力に及ぼす影響について明らかにする。なお、理論計算には実際的な見地から、管路系を集中定数系として取扱い得られた簡単な基礎式とサージ圧の計算式を用い、得られた結果を実験結果と比較し、その有効性を検討する。

なお、この種の問題は大形油圧管路および暖房用蒸気輸送管路において生ずる。

2. 主な記号

a : 絞り抵抗部の面積, A : 配管の断面積, $A_R = a/A$: 絞り抵抗部・管断面積比, C_a : 気体通過時の絞り抵抗部の流量係数, C_w : 液体通過時の絞り抵抗部の流量係数, D : 配管口径, d : 絞り部口径, F_g : 液柱による動摩擦力, g : 重力の加速度, m : 液柱の質量, n : ポリトロップ指数, P_s : 絞り部出口の圧力 (本研究では大気圧), P'_s : P_s の絶対圧, P_d : 液柱に作用する下流側圧力, P_u : 液柱に作用する上流側圧力, P_M : 液柱衝突により生ずる最大上昇圧力, P_{ap} : 液柱が絞り部に達する直前 ($t=t_c$) 時に絞り部に作用する圧力, P'_{ap} : P_{ap} の絶対圧, P_g : 供給圧, Q_a : 絞り部を通る気体の流量 ($t=t_c$ 時), Q_w : 絞り部を通る液体の流量 ($t=t_c$ 時), t : 時間, Δt : 微小計算時間間隔, V_w : 液柱の移動速度, $\bar{V}_w$: 液柱の平均移動速度, V : 空気溜りの容積, V_0 : 空気溜りの初期容積, α : 液体中の音速, ρ_a : 気体の密度, ρ_w : 液体の密度, θ : 配管の傾斜角, ϵ : 修正係数。

3. 解析モデルと計算法

3.1 解析モデル

解析モデルとして Fig. 1(a) に示す液体管路の下流位置に空気溜りが存在する系および Fig. 1(b) に示す気体管路の途中に液柱が滞留している系を考える。Fig. 1(a), (b) に示す系において、上流側の弁を急開すると液柱が駆動し、下流位置にある絞り抵抗部に達する際には通過流体の密度の相違に基づく流量変化により大きなサージ圧力が発生する可能性があり、このようなサージ圧の予知は管路の安全性の面から非常に重要である。なお、Fig. 1(a) に示す系と等価な事例としては、接続配管の変更等の後に管路内に油や水などの液体を急速に満たす場合などが考えられ、Fig. 1(b) に示す系は、工場および施設暖房用蒸気輸送管路において省エネルギーの観点から蒸気の流量制御を行う際にみられその他、飲料製造プラント配管内の洗浄行程においてもこの系と等価な状態が存在する場合がある。

Fig. 1 (a) System with air pocket

Fig. 1 (b) System with liquid column

3.2 最大圧力上昇値の計算法

Fig. 1(a), (b) に示す系において、ある時刻 $t=t_c$ までは気体が流出していたとすると、絞り抵抗部を通る気体の流量は式(1)で表される。

$$Q_a = C_a \epsilon a \sqrt{2(P_{ap} - P_s) / \rho_a} \quad (1)$$

$$\text{ここで, } \epsilon = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \left[(P'_s / P'_{ap})^{\frac{2}{\kappa}} - (P'_s / P'_{ap})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}$$

$(1 - P'_s / P'_{ap})$, κ = 比熱の比であり、 $(P'_{ap} - P'_s) / P'_{ap} < 0.02$ のときは $\epsilon \approx 1$ となり、非圧縮性流体の場合と同様な取扱いとなる。

つぎに、 $t=t_c^+$ において液柱が衝突したとすると、式(2)が成立する。

$$Q_w = C_w a \sqrt{2(P_M - P_s) / \rho_w} \quad (2)$$

一方、液柱衝突の際に生ずる圧力上昇値を求める基礎式は次式(3)で表される。

$$P_M - P_{ap} = \rho_w \alpha (Q_a - Q_w) / a \quad (3)$$

式(1), (2)を式(3)に代入し、 P_M について解くと、最大圧力上昇値の計算式が次のように求められる。(本研究では絞り出口は大気開放されているとする)

$$P_M = P_{ap} + \rho_w \alpha Q_a \left[1 + B R^2 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2B+1}{B^2 R^2}} \right) \right] / a \quad (4)$$

ここで、 $B = \alpha \rho_w Q_a / 2a P_{ap}$, $R = (C_w / C_a) \epsilon \sqrt{\rho_a / \rho_w}$ である。

さて、式(4)により最大圧力上昇値 P_M を計算するためには、 $t=t_c$ において絞り抵抗部に作用する圧力 P_{ap}

と絞り部を通る気体の流量 Q_g が既知でなければならない。このため、液柱の移動に伴う絞り部直前位置での圧力の過渡変化を理論的に計算し、 $t=t_g$ での P_{sp} 、 Q_g を求めることにする。Fig. 1(a), (b)に示す系においては、液柱の移動とともに液体と気体の境界が時々刻々移動することから、弾性理論に基づく計算方法を採用した場合には解析が非常に難しくなる。このため、本研究では実際的な見地にたち、管路系を集中定数系に近似し導いた次のような液柱の駆動系の基礎式(5)~(7)を使用し、ルンゲクッタギル法により過渡計算を行い、 P_{sp} および Q_g を求める。

$$m \frac{dV_w}{dt} = A(P_u - P_d) - F_s - mg \sin \theta \quad (5)$$

$$\frac{dV}{dt} = -AV_w \quad (6)$$

$$\frac{dP_d}{dt} = \frac{-nRT_s}{V} G_o + \frac{nP_d A}{V} V_w \quad (7)$$

ここで、式(5)において $F_s = mfV_w / |V_w| / 2D$ 、式(7)において R =ガス定数、 T_s =空気温度、 G_o =絞り部を通る気体の質量流量である。なお、Fig. 1(a)に示す系の場合、液柱質量 m は液柱の移動に伴い時々刻々変化するが、初期液柱容積 $\gg$ 空気溜り部容積の条件が成立する場合には、液柱の運動方程式(5)中の m ≒初期液柱質量と置いて計算してもさしつかえないと考えられる。

4. 実験

4.1 液体管路の下流位置に空気溜りがある系

Fig. 2 は液体管路の下流位置に空気溜りが存在する実験系の概略図である。管路は銅管からなり、内径 $D=17.05\text{mm}$ 、全長 24.7m である。管路上流端には約 12m の高さに設置されている内容積 4 m^3 のオーバーフロータンク①があり、このタンクから直線弁②までは水が満たされており、直線弁から下流端の絞り抵抗部③（あるいは閉端）までが空気溜りとなっている。設置した直線弁は全開時に管内径と同一径となるように製作しており、直線弁の開放操作は油圧シリンダーを用いて行い、弁の開放所要時間は 0.09 秒程度であった。また、絞り抵抗部の口径 d は $14.7, 13.1, 11.3, 9.1, 6.8\text{mm}$ の5種類である。圧力応答波形は絞り部直前位置に取付けた半導体式圧力変換器④で測定し、増幅器⑤を通して電磁オシログラフ⑥で記録した。

Fig. 2 Experimental setup of liquid system with air pocket

Fig. 3 Experimental setup of air system with liquid column

4.2 気体管路の途中に液柱が滞留している系

Fig. 3 は気体管路の途中に液柱が滞留している実験系の概略図である。管路には2種類の管内径($D=7.525, 17.05\text{mm}$)をもつ銅管を使用し、 $D=7.525\text{mm}$ 、 $m=30\text{g}$ （液柱長さ $=67.5\text{cm}$ ）の場合には、電磁弁②から滞留液柱の上流端まで約 2.25m 、液柱の下流端から絞り抵抗部まで 1.55m である。また、各管路の下流端に設置した絞り部の口径 d は、Table 1に示すように5通り変化させ、実験は次のようにして行った。まず、配管途中に一定容量(mg)の液柱を滞留させた後、上流端にある電磁弁②を操作することにより内容積約 100 l の圧力タンク①内の圧縮空気を管内に流入させる。

Table 1 Dimensions of orifice

	$D=7.525\text{mm}$	$D=17.05\text{mm}$
d	6.5 mm	14.7 mm
	5.8 mm	13.1 mm
	5.0 mm	11.3 mm
	4.0 mm	9.1 mm
	3.0 mm	6.8 mm
L_o	12.0 mm	26.4 mm

これにより液柱が移動し、下流端の絞り抵抗部④に達する際に生じた圧力応答波形は、Fig.3のC点（電磁弁からの距離2m）および絞り部直前位置に取付けた半導体式圧力変換器⑨により測定し、増幅器⑤を通して電磁オシログラフ⑥で記録した。また、液柱の平均移動速度は、Fig.3のA,B位置（A,B間の距離は1m）に白金線を取付け、電気接点とし、液柱通過の時間差を電磁オシログラフで記録したデータから読みとり測定した。Fig.4は2種類の供試管路において供給圧 P_s 、絞り口径 d を変化させて得た絞り部直前位置における圧力応答波形の記録例を示し、 $\bar{V}_w$ は液柱の平均移動速度である。

Fig. 4 Traces of pressure response

4.3 絞り部の流量係数 C_a , C_w の実測

式(4)により最大圧力上昇値を計算するためには、気体および液体通過時における絞り抵抗部の流量係数 C_a , C_w を求めておく必要がある。 C_a , C_w の値は、絞り抵抗部の形状とレイノルズ数 Re とにより決まるため、つぎのように実験により測定した。まず、空気通過時の流量係数 C_a を求める実験にはFig.3の管路系、また、水通過時の流量係数 C_w を求める実験にはFig.2の管路系を用いて流れのレイノルズ数 Re ($Re = VD/$

ν , V :管内流速, D :配管口径, ν :流体の動粘性係数)を変化させ、絞り部直前位置に取付けたピトー管により静圧および動圧を測定し、各々の R_R に対する C_a , C_w をそれぞれ計算した。Fig.5(a)は絞り部・管断面積比 $A_R = (d/D)^2$ をパラメータとした R_R と C_a との関係図、Fig.5(b)は同様に A_R をパラメータとした R_R と C_w との関係図である。Fig.5をみると、供試絞り抵抗部の流量係数はオリフィス型というよりフローノズル型に近い値となっており、使用した絞り抵抗部はフローノズルに近い型の絞りに属すると思われる。

Fig. 5 (a) Relations between R_E and C_a Fig. 5 (b) Relations between R_E and C_w

5. 結果と考察

5.1 液体管路の下流位置に空気溜りがある系

Fig.6は、Fig.2の下流端が閉端となっている密閉系での応答波形であり、液柱の速度 V_w 、空気溜りの容積 V_a 、空気溜り内の圧力 P_a の理論計算結果をそれぞれ実線で示し、破線が実験で得られた圧力応答波形である。理論計算は式(5),(6),(7)を用い、4次のルンゲ

クッタギル法により行ったが、密閉系を対象としているので式(7)の $G_0=0$ とおき、また式(5)の $\theta=0$ とおき、 $\Delta t=0.01$ 秒ごとに数値計算を行った結果を示す。Fig. 6の結果は、Streeterら²⁾およびMartin⁴⁾による密閉系での応答波形と同様の傾向となっており、最大圧力上昇値は供給圧の約2.4倍程度であり、空気溜りがない系の場合より大きいことがわかる。(空気溜りがない系での最大圧力上昇値は供給圧の1.8倍程度である⁹⁾。)

Fig. 6 Transients for confined system

Fig. 7 Comparison of the results for open system

つぎにFig. 2の下流端が絞り抵抗部となっている開放系を対象とし、液柱が絞り部に衝突する際の最大圧力上昇値の理論計算結果(実線で示す)と実験結果(黒丸印)とを比較した図がFig. 7である。理論計算には密閉系の場合と同様にまず式(5), (6), (7)を用い4次のルンゲクッタギル法により過渡計算を行い、液柱が絞り部に達する直前の時刻における空気溜り内の

圧力 P_s および絞り部を通過する空気の流量 Q_s を求めた。その後これらの値を用いて式(4)により最大圧力上昇値を計算した。なお、非定常の液体内の気泡含有率を計測し、液体内における圧力波の伝播速度 α を精度よく算定することが困難であるため、本研究では管端で生じた圧力波の伝播時間をもとに推定した値 $\alpha \approx 500$ m/sを用いて最大圧力上昇値の計算を行ったが、 $\alpha=1000$ m/sとして計算した結果(白丸印)を比較の意味でFig. 7に示す。 $\alpha=1000$ m/sとし得られた結果は $\alpha=500$ m/sの場合の結果より少し高い値となったが差はあまりなかった。またFig. 7をみると、絞り部・管断面積比 A_R が小さくなるにつれて生ずるサージ圧力は指数関数的に増加しており、本供試管路系では $A_R < 0.2$ になると密閉系の場合よりも大きなサージ圧力が発生した。また、Fig. 6, Fig. 7より実験値と理論値はかなりよく一致しており、集中定数近似して導かれた基礎式を用いた計算法を採用しても現象をかなりよくとらえることができるものと考えられる。

つぎにFig. 8は供給圧 P_s をパラメータとした A_R と最大圧力上昇値 P_M との関係図であり、この図はFig. 2の供試管路系において仮に供給圧のみを変化させて考え理論計算し得た結果を示す。Fig. 8より P_s が高くなるにつれて P_M も大きくなっていることがわかる。この理由としては、 P_s が高いほど P_{sp} が大きくなり、また Q_s は P_{sp} に比例すると考えられるから、 P_M の計算式(4)での $B = \alpha \rho_w Q_s / 2a P_{sp}$ の値はかえって減少し、これにより P_M が大きくなるものと考えられることができる。

Fig. 8 Effect of P_s and A_R on P_M

5.2 気体管路の途中に液柱が滞留している系

Fig.9は、絞り抵抗部・管断面積比 A_R をパラメータとした液柱の平均移動速度 $\bar{V}_w$ と最大圧力上昇値 P_M との関係図であり、Fig.3の供試系において $D=7.525\text{ mm}$ の配管を使用して得た実験結果を示す。Fig.9より A_R が小さくなり、かつ $\bar{V}_w$ が速くなるほど大きなサージ圧が発生することがわかる。つぎにFig.10は、 A_R が極端に小さくなった場合に生ずるサージ圧がどのようなようになるかを調べるために、口径が小さな絞りを特に多く用意して $D=17.05\text{ mm}$ の配管により実験した結果をもとに作成した図であり、 $\bar{V}_w$ をパラメータとした A_R と P_M との関係を示している。この図より P_M は $A_R \approx 0.09$ で最大となり、 $A_R < 0.09$ になるとそれを境にして P_M が小さくなっていくことがわかる。

Fig. 9 Effect of A_R and $\bar{V}_w$ on P_M

Fig.10 Effect of $\bar{V}_w$ and A_R on P_M

これは、絞り抵抗部の抵抗が大きくなりすぎると、液柱前方にある空気の排出が困難となり、ボイド率が非常に大きな2相流の状態で液が流出することによるものと思われる。

つぎにFig.11は、液柱質量 m をパラメータとした $\bar{V}_w$ と P_M との関係図、Fig.12は同様に m をパラメータとした供給圧 P_s と $\bar{V}_w$ の関係図であり、いずれも $D=17.05\text{ mm}$ 、 $d=9.1\text{ mm}$ の配管を用いて得られた実験結果を示す。Fig.11より同一の $\bar{V}_w$ の値に対しては、 m が大きいほど生ずるサージ圧が大きくなっていることがわかる。この理由はFig.12をもとに考察できる。すなわち、 $\bar{V}_w$ を同一にするためには m が大きいほど高い供給圧が必要となることがFig.12よりわかる。したがって、 m が大きいほど $P_{s,p}$ が大きくなり、Fig.8で説明

Fig.11 Effect of m and $\bar{V}_w$ on P_M

Fig.12 Effect of m and P_s on $\bar{V}_w$

したのと同様の理由で生ずるサージ圧力が增大するものと考えられる。

つぎにFig.13は、 $D=17.05\text{mm}$, $d=9.1\text{mm}$, $m=200\text{g}$ の条件下での管傾斜角 θ をパラメータとした P_s と P_M の関係を実験結果をもとに示したものである。この図より同一の P_s についてみると、 θ が小さくなるにつれて生ずるサージ圧力が大きくなっていることがわかる。

Fig.13 Effect of θ and P_s on P_M

この理由を半実験的に考察するために、Fig.3のC点と絞り直前位置での圧力の過渡変化の測定結果をもとに式(5)の P_u , P_d , すなわち、液柱の上流側および下流側圧力を推測したところ、液柱が絞り部に達する直前までの過程において $P_u \approx P_s$ であり、また P_d は P_u に比して非常に小さく $P_d \ll P_u$ とみなしてさしつかえないことがわかった。したがって、近似的に式(5)のみを考慮し、液柱の移動速度の計算式を求めると、 $V_w = V_{w0} + C\Delta t \dots (8)$ となる。ここで、 $V_{w0} = \Delta t$ 時間前の液柱の移動速度、 $C = (AP_s - F_g) / (m - g \sin \theta)$ である。液柱による動摩擦力 F_g および液柱質量 m を一定とすると、式(8)での C は θ が小さくなるほど大きい。このため、液柱が絞り部に達する際の速度は θ が小さくなるにつれて速くなり、生ずるサージ圧力が大きくなるものと考えられる。

つぎにFig.14は、 $D=7.525\text{mm}$, $m=30\text{g}$, $\theta=38^\circ$ の条件下での P_M の計算結果(破線で示す)と実験結果(実線)との比較図であり、 A_R をパラメータとした P_s と P_M の関係を示す。 P_M の理論値を求めるに際しては、Fig.2の系の場合と同様にまず式(5), (6), (7)を用い、4次のルンゲクッタギル法を使用して $\Delta t=0.01$ 秒ごとに $\bar{V}$, V_w , P_d の過渡計算を行い、 $t=t_c$ での P_{ap} および Q_a を求めた後、最大圧力上昇値の計算式(4)を用

いて P_M を計算した。なお、ポリトロプ指数 $n=1.0$ 、液体内の圧力波の伝播速度 $\alpha=500\text{ m/s}$ とした。

Fig.14 Comparison between experimental and theoretical results

Fig.14より、 A_R が大きい場合には計算結果と実験結果とはよく一致しているが、 A_R が小さくなるにつれて差が生じ、計算値の方がかなり大きな値となることがわかる。この理由としては、(1). 絞り部の抵抗が大きくなるほど液柱前方にある空気が排出されにくくなり、管内に残留する空気量が多くなる。このため、 A_R が小さくなるにつれてボイド率が大きい状態での液の流出が生ずる。(2). したがって、絞り部からの流体の流出が気体から液体へと瞬間的に変化するものとして導出された最大圧力上昇値の計算式(4)による計算結果は、 A_R が小さくなるほど実験結果よりかなり大きな値となるなどが考えられる。しかしながら、実際的な見地から考えると、採用した近似計算法は実際に生ずるサージ圧力の予知に有効であると考えられる。

6. 結 言

液体管路内に空気溜りが存在する系および気体管路内に液柱が滞留している系を統一的に取扱ひ、上流側の弁の急開に伴い生ずる過渡的圧力応答の問題について実験および理論計算を行い、考察し得られた主な点は次の如くである。まず前者の系においては、(1)密閉系、開放系での理論計算結果は実験結果とかなりの程度まで一致した。(2)密閉系の場合より A_R が小さい開放系の方が大きなサージ圧力が発生する可能性がある。つぎに後者の系においては、(2) A_R が小さくなるほどサージ圧力は増加するが、 $A_R \approx 0.09$ になるとそれを境にサージ圧力は減少する。(4) $\bar{V}_w$ が同じで

あれば、 m が大きいほどサージ圧力は増加する。また、 P_0 が同じであれば、 θ が小さいほどサージ圧力は増加する。(5) A_R が小さくなると管内に残留する空気量が多くなり、この影響で理論計算結果は実験値より大きな値となる。

以上の結果が得られたが、本研究で採用した近似計算法は、実際的な見地からみれば、空気溜りおよび液柱溜りを有する流体管路のサージ圧力の計算に有用であると思われる。

最後に本研究に対して貴重な御助言をいただいた京都大学花房秀郎教授に深く謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 星ほか2名：半開の弁を有するポンプ系の起動時の水撃，機論，66-531，93/45 (1963)。
- 2) V.L.Streeter, E.B.Wylie: Hydraulic Transients, 218, McGraw-Hill (1967), 同竹中監訳：流体過渡現象，250，日本工業新聞社 (1973)。
- 3) 北川ほか2名：管内の残留空気が過渡現象に及ぼす影響，油圧と空気圧，6-2，78/83 (1975)。
- 4) C.S.Martin: Entrapped Air in Pipelines, Second International Conference on Pressure Surges, 15/23 (1976)。
- 5) 北川：液体管路内サージ圧力の一緩和法，機論，44-383，2352/2362 (1978)。
- 6) 趙ほか3名：管路内の停留空洞が過渡流量変動に及ぼす影響，機論，50-460，3116/3123 (1984)。
- 7) 赤川ほか4名：気液2相流の衝撃現象に関する研究 (第1報，気ほう流について)，機論，46-403，492/500 (1980)。
- 8) 赤川ほか4名：気液2相流の衝撃現象に関する研究 (第2報，スラグ流について)，機論，47-419，1287/1297 (1981)。
- 9) 橋本ほか2名：特性格子法に基づく流体管路の過渡応答の解析，油圧と空気圧，16-2，70/76 (1985)。