研 究

直角分岐管のキャビテーション流れの研究*

渡 辺 喬** 金 子 昌 晴** 池 田 隆 治**

Study of the Cavitation Flow due to a Right-Angled Branch Duct

Takashi WATANABE, Masaharu KANEKO and Ryuji IKEDA

A theory was developed for cavitation flow in a two-dimensional right-angled branch duct. In analysis, the wake model was used. As a numerical example, the shape of the cavity streamline originating from the branch corner, the length of the cavity and the cavity height (thickness) were obtained for the values of 0.5, 1.0 and 2.0, which was the width ratio of the main duct to the lateral duct. The length and thickness of the resulting cavity were determined as a function of the cavitation parameter and the velocity of the lateral stream to the mainstream. That is, the length and thickness of the cavity increased as the cavitation parameter and the velocity ratio decreased, and as a result, the flow width of the lateral duct decreased. The cavitation parameters on the condition of the super-cavitation were increased as the velocity ratio decreased, and these parameters agreed well with experimental results of the author's previous paper.

1. 緒 言

分岐合流管は管路網の結合要素として種々の形式のものが考えられ、これまでも数多く使用されてきている。これら分岐合流管の流れについては、それぞれの場合に応じ多くの研究がなされてきている^{1)~6)}。しかし、流れの様相が複雑であるため解決されない問題も残っている。特に、分岐合流管において、流速が大きくなった場合に分岐合流部の下流側にキャビテーションが発生することがある。このキャビテーションの発生により、騒音が発生し、時には配管系の振動の原因となることもある。したがって、キャビテーションの発生条件、発生したキャビティの大きさや形状を知ることが管路網を計画、設計するにあたり必要なこと

である。分岐合流管のキャビテーションに関する報告としては、主管と支管との断面積の比が等しい通常T形分岐合流管に関する著者らの実験的研究⁷⁾、各種の対向T形分岐管、および通常Y形分岐管や断面積比の異なる通常T形分岐管に関する藤原ら^{8), 9)}の実験的研究がある。

本研究においては、二次元直角分岐管にキャビテーションが発生した場合の流れの様相を明らかにする目的のもとに、分岐部下流に発生するキャビティ流れに対し、後流モデルを用いて理論解析を行った。数値計算例として、分岐管の本管と支管の流路幅の比を0.5, 1.0, 2.0として、分流後の速度比が変化した場合について、種々のキャビテーション係数に対するキャビティの形状、長さ、厚さ、およびキャビティ発生による支管の流路幅の収縮割合などを求めた。

2. 基礎式

二次元直角分岐管に有限長さのキャビティが発生し

* 昭和61年3月27日 原稿受付

** 岩手大学工学部機械工学科 (〒020 盛岡市上田四丁目3-5)

た場合の流れを考える。Fig. 1に示す物理面 (z 面)において、分岐管の本管の上流および下流の幅をそれぞれ h_1 , h_2 , 支管の幅を h_3 , 支管の有効流路幅を h'_3 と

Fig. 1 Physical plane (z plane)

し、本管の上流および下流の流速をそれぞれ V_1 , V_2 , 支管の有効流路幅における流速を V_3 , キャビティ外縁の流速を V_c とする。今、本管の上流の圧力を P_1 , キャビティ内部の圧力を P_c とし、キャビテーション係数を次のように定義する。

$$\sigma = \frac{P_1 - P_c}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} \quad (1)$$

ここに、 ρ は流体の密度を表わす。また、キャビティ外縁での流速 V_c は次式で表わされる。

$$V_c = V_1 \sqrt{1 + \sigma} \quad (2)$$

このキャビティ流れに対し後流モデルを適用すると、二次元直角分岐管内の流れの場合は次式(3)で定義される

$$w = \frac{dW}{dz} = V e^{-i\theta} \quad (3)$$

ホドグラフ面 (w 面) においては Fig. 2 に示すような 4 分の 1 の円の内部に対応する。ここに、 V は物理面での流速の大きさ、 θ は V の x 軸とのなす角度である。さらに、この閉曲線の内部をキャビティ外縁での流速 V_c を代表値にとり、次式(4)で定義される ζ 面に写像する (Fig. 3)。

$$\zeta = w / V_c \quad (4)$$

ここに、

$$v_1 = V_1 / V_c, \quad v_2 = V_2 / V_c, \quad v_3 = V_3 / V_c \quad (5)$$

ζ 面の直線 AB, BE, EC, TC, DA および円弧 $\widehat{DT}$ が z 面のそれぞれの記号に対応した流線となる流れの場合は

Fig. 2 Hodograph plane (w plane)

Fig. 3 ζ plane

点 A, A', $\bar{A}$, $\bar{A}'$ にそれぞれ強さ $m_1 = 2h_1V_1$ の吹き出し,
点 B, B', $\bar{B}$, $\bar{B}'$ にそれぞれ強さ $m_2 = 2h_2V_2$ の吸い込み,
点 C, C', $\bar{C}$, $\bar{C}'$ にそれぞれ強さ $m_3 = 2(h_1V_1 - h_2V_2)$ の吸い込み
..... (6)

のある流れに相当する。したがって、この流れの場の複素ポテンシャル W は次式で与えられる。

$$W = \frac{m_1}{2\pi} \log_e \left(\zeta - i v_1 \right) \left(\zeta - \frac{i}{v_1} \right) \left(\zeta + i v_1 \right) \left(\zeta + \frac{i}{v_1} \right) - \frac{m_2}{2\pi} \log_e \left(\zeta - i v_2 \right) \left(\zeta - \frac{i}{v_2} \right) \left(\zeta + i v_2 \right) \left(\zeta + \frac{i}{v_2} \right)$$

$$-\frac{m_3}{2\pi} \log_e (\zeta - v_3) \left(\zeta - \frac{1}{v_3} \right) (\zeta + v_3) \left(\zeta + \frac{1}{v_3} \right) \dots\dots\dots (7)$$

また、連続の式は次式で表わされる。

$$h_1 v_1 = h_2 v_2 + h'_3 v_3 \dots\dots\dots (8)$$

3. キャビティの形状

式(3)および式(4)より次式が求まる。

$$dz = \frac{1}{V_c \zeta} \frac{dW}{d\zeta} d\zeta \dots\dots\dots (9)$$

今、式(7)の係数を用いて式(9)を積分し、 $\zeta = e^{i\theta}$ の関係を代入すると、次式 z が求まる。

$$\begin{aligned} z = & \frac{h_1}{i\pi} \left\{ \frac{1}{2} (1 + v_1^2) \log_e \frac{1 - 2v_1 \sin \theta + v_1^2}{1 + 2v_1 \sin \theta + v_1^2} \right. \\ & \left. - i(1 - v_1^2) \tan^{-1} \frac{2v_1 \cos \theta}{1 - v_1^2} \right\} \\ & - \frac{h_2}{i\pi} \left\{ \frac{1}{2} (1 + v_2^2) \log_e \frac{1 - 2v_2 \sin \theta + v_2^2}{1 + 2v_2 \sin \theta + v_2^2} \right. \\ & \left. - i(1 - v_2^2) \tan^{-1} \frac{2v_2 \cos \theta}{1 - v_2^2} \right\} \\ & - \frac{h'_3}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} (1 + v_3^2) \log_e \frac{1 - 2v_3 \cos \theta + v_3^2}{1 + 2v_3 \cos \theta + v_3^2} \right. \\ & \left. + i(1 - v_3^2) \tan^{-1} \frac{2v_3 \cos \theta}{1 - v_3^2} \right\} \\ & + A + iB \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに、 A および B は定数である。式(10)において、 z を実部と虚部に分けると $z = x + iy$ となり、これより x および y を求めることができる。定数 A および B を決定するため、 z 面での D 点を原点にとり、 $\zeta = -i$ ($\theta = -\pi/2$) のとき、 $z_D = x_D + iy_D = 0$ とおくと $x_D = 0$ 、 $y_D = 0$ より、定数 A および B は次式で表わすことができる。

$$A = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} B = & \frac{h_1}{\pi} (1 + v_1^2) \log_e \frac{1 + v_1}{1 - v_1} - \frac{h_2}{\pi} (1 + v_2^2) \times \\ & \log_e \frac{1 + v_2}{1 - v_2} - \frac{h'_3}{\pi} (1 - v_3^2) \tan^{-1} \frac{2v_3}{1 - v_3^2} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

これより、キャビティの形状は次式 x および y より求めることができる。

$$\begin{aligned} x = & -\frac{h_1}{\pi} (1 - v_1^2) \tan^{-1} \frac{2v_1 \cos \theta}{1 - v_1^2} \\ & + \frac{h_2}{\pi} (1 - v_2^2) \tan^{-1} \frac{2v_2 \cos \theta}{1 - v_2^2} \\ & - \frac{h'_3}{\pi} (1 + v_3^2) \log_e \frac{1 - 2v_3 \cos \theta + v_3^2}{1 + 2v_3 \cos \theta + v_3^2} \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = & -\frac{h_1}{2\pi} (1 + v_1^2) \log_e \frac{1 - 2v_1 \sin \theta + v_1^2}{1 + 2v_1 \sin \theta + v_1^2} \\ & + \frac{h_2}{2\pi} (1 + v_2^2) \log_e \frac{1 - 2v_2 \sin \theta + v_2^2}{1 + 2v_2 \sin \theta + v_2^2} \\ & - \frac{h'_3}{\pi} (1 - v_3^2) \tan^{-1} \frac{2v_3 \sin \theta}{1 - v_3^2} \\ & + \frac{h_1}{\pi} (1 + v_1^2) \log_e \frac{1 + v_1}{1 - v_1} \\ & - \frac{h_2}{\pi} (1 + v_2^2) \log_e \frac{1 + v_2}{1 - v_2} \\ & - \frac{h'_3}{\pi} (1 - v_3^2) \tan^{-1} \frac{2v_3}{1 - v_3^2} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

キャビティの長さ L および厚さ H はキャビテーションの消滅点 T において $x_{\theta=0} + iy_{\theta=0} = L + iH$ の関係より次式で表わされる。

$$\begin{aligned} L = & \frac{h_1}{\pi} (v_1^2 - 1) \tan^{-1} \frac{2v_1}{1 - v_1^2} - \frac{h_2}{\pi} (v_2^2 - 1) \tan^{-1} \frac{2v_2}{1 - v_2^2} \\ & - \frac{h'_3}{\pi} (1 + v_3^2) \log_e \frac{1 - v_3}{1 + v_3} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H = & -\frac{h_1}{\pi} (1 + v_1^2) \log_e \frac{1 - v_1}{1 + v_1} \\ & + \frac{h_2}{\pi} (1 + v_2^2) \log_e \frac{1 - v_2}{1 + v_2} \\ & + \frac{h'_3}{\pi} (v_3^2 - 1) \tan^{-1} \frac{2v_3}{1 - v_3^2} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

また、支管の流れの収縮係数 C_c (h'_3/h_3) はキャビティの消滅位置 T 、すなわち $\theta = 0$ において、 $y_{\theta=0} = H = h_3 - h'_3$ の関係より次式で表わされる。

$$\begin{aligned} C_c = & \left\{ 1 + \frac{\lambda}{\pi} (1 + v_1^2) \log_e \frac{1 - v_1}{1 + v_1} - \right. \\ & \left. \frac{1}{\pi} \frac{h_2}{h_3} (1 + v_1^2) \log_e \frac{1 - v_2}{1 + v_2} \right\} / \\ & \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} (v_3^2 - 1) \tan^{-1} \frac{2v_3}{1 - v_3^2} \right\} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

今、 $h_1/h_3 = \lambda$ 、 $h_2 v_2/h_1 v_1 = k$ とおく。ここでは、 $h_1 = h_2$ より $k = v_2/v_1$ を表わす。これより、式(8)の連続の式と式(17)の関係より、次式が求まる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} = & \frac{v_1}{v_3} (1 - k) \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} (v_3^2 - 1) \tan^{-1} \frac{2v_3}{1 - v_3^2} \right\} \\ & - \frac{1}{\pi} (1 + v_1^2) \log_e \frac{1 - v_1}{1 + v_1} \\ & + \frac{1}{\pi} (1 + v_1^2 k^2) \log_e \frac{1 - v_1 k}{1 + v_1 k} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

これより、 σ 、 k 、 λ の値を与えると式(2)および(5)の関係から v_1 が求まり、さらに、式(18)より v_3 が求まる。これよりキャビティの形状、長さ、厚さおよび支管の流

路幅の収縮割合は $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0$ の範囲で求めることができる。

4. 数値計算結果

数値計算例として、直角分岐管の本管と支管の流路幅比 $\lambda = h_1/h_3$ が0.5, 1.0, 2.0の場合につき、流速比 $k = v_2/v_1$ およびキャビテーション係数 σ が変化した場合のキャビティの形状、長さ L 、厚さ H および支流側の流れの収縮係数 C_c を求めた。得られたキャビティの形状をFig. 4～Fig. 7に示す。図から明らかなように、キャビテーション係数 σ が小さくなるにしたがいキャビティの長さおよび厚さは大きくなり、

Fig. 4 Shape of cavity

Fig. 5 Shape of cavity

Fig. 6 Shape of cavity

ある値に達するとスーパーキャビテーションの状態になる。

Fig. 7 Shape of cavity

Fig. 8には、流路幅比 $\lambda = 1$ の場合における収縮係数 C_c とキャビテーション係数 σ との関係を示している。図より収縮係数 C_c はキャビテーション係数 σ および速度比 k が小さくなるにしたがい小さくなる。なお、流路幅比 λ が変化した場合にも同様な結果が得られる。同図における点線はスーパーキャビテーション状態における値を示す。

Fig. 8 Effective flow width in lateral duct C_c to cavitation parameter σ

Fig. 9 Length of cavity L as cavitation parameter σ

Fig.9には、 $\lambda=1$ におけるキャビティの長さ L を速度比 k をパラメータにとり、キャビテーション係数 σ との関係で表している。図から明らかなように、キャビテーション係数 σ および速度比 k が小さくなるにしたがいキャビティの長さ L は大きくなり σ のある値でスーパーキャビテーションの状態となる。流路幅 λ が変化した場合にも長さ L はFig.9と同様な関係で表される。

Fig. 10 Velocity v_3 versus duct width ratio λ

Fig. 11 Cavitation parameter σ_1 to velocity ratio k
(●: Experimental points⁷⁾)

Fig.10はキャビテーション係数 σ をパラメータにとり v_3 と λ との関係を示している。 $v_3 \leq 1$ であり、同図から各流路幅比 λ に対しキャビテーション係数に限界があることがわかる。すなわち、各流路幅比 λ において、 $v_3=1$ の場合のキャビテーション係数の値はスーパーキャビテーション状態の値を示す。今、この状態でのキャビテーション係数 σ_1 を読みとり速度比 k との関係をFig.11に示す。同図には実験により得られ

た測定値も同時に丸印で表している⁷⁾。図より、速度比 k が小さくなるにしたがいスーパーキャビテーション係数 σ_1 は大きくなる。なお、本計算値は実験値と良い一致を見ることがわかる。また、式(13)、(14)、(17)において、 $v_3=1$ とした場合の式は岩浪ら⁵⁾の直角分岐管における自由流線の形状および収縮係数を求めた式と一致することになる。

5. 結 言

直角分岐管に発生するキャビテーションの様相を明らかにする目的のもとに、流路内のキャビティ流れに対し後流モデルを適用し理論を展開した。数値計算例として、本管と支管の流路幅の比が0.5、1.0、2.0の場合につき、分岐部下流に発生するキャビティの形状、長さ、厚さおよびキャビティによる支流側の流路幅の収縮割合を種々の速度比 k およびキャビテーション係数 σ の値に対し求めた。数値計算より得られた結果を要約すると次のようになる。

- 1) キャビテーション係数 σ が小さくなるにしたがいキャビティの長さおよび厚さは大きくなり支流側の有効流路幅は減少する。
- 2) キャビテーション係数 σ が一定の場合、速度比 k が小さくなるにしたがいキャビティの長さ L および厚さ H は大きくなり収縮係数 C_c は小となる。
- 3) スーパーキャビテーションの状態におけるキャビテーション係数 σ_1 は速度比 k が小さくなるにしたがい大きくなる。なお、計算により得られた σ_1 の値は実験値と良い一致を見る。

参 考 文 献

- 1) 檜本，葛西：二つの水流の衝突に依る損失，機械学会誌，33-157，284/299 (1930)
- 2) 沖，川口：分岐および合流管の水頭損失に対する考察，日本機械学会論文集，17-60，146/151 (1951)
- 3) 新津，倉橋：直角分岐管の分流および合流特性，衛生工業協会誌，30-2，86/91 (1956)
- 4) 佐藤：長方形断面の分岐および合流管の損失に関する実験，日本機械学会論文集，28-192，881/890 (1967)
- 5) 岩浪，嵩，加藤：直角分岐流動特性に関する研究，日本機械学会論文集，35-269，97/106 (1969)
- 6) 池田，渡辺：直角合流管(T字管)のはく離を伴う流れの計算，岩手大学工学部報告，19，23/28 (1966)
- 7) 池田，渡辺：分岐合流管のキャビテーションに関

- する研究, 日本機械学会論文集, 39-328, 3691 / 3698 (1973)
- 8 藤原, 門ほか: 対向T形分岐管におけるキャビテーションに関する実験的研究, 空気調和・衛生工学会論文集, 9, 63 / 72 (1979)
- 9 藤原, 門, 細川: 分岐管におけるキャビテーションに関する実験的研究, 空気調和・衛生工学会論文集, 15, 33 / 45 (1981)