研 究

2 方向型電磁弁による油圧アクチュエータのPWMディジタル制御*

武 藤 高 義, ** 山 田 宏 尚, *** 末 松 良 一****

PWM-Digital Control of Hydraulic Actuator Utilizing 2-way Solenoid Valves

Takayoshi Muto, Hironao Yamada and Yoshikazu Suematsu

This study deals with a hydraulic actuator system which is operated by two 2-way solenoid valves in the PWM-Digital mode. The solenoid valves act as converters of electronic-pulse signals to hydraulic-ones.

It is considered that the dynamic characteristics of the system depend largely on the behavior of on/off action of the solenoid valves. The response performance of the system, for example, might be inevitably affected by the time lag existing between the input and output signals of the valves. Details of such effects of the solenoid valves, however, have yet to be satisfactorily clarified, mainly because an adequate mathematical model for the system has not been developed.

The object of this study is, therefore, to propose a mathematical model for the PWM-actuator system. The dynamic characteristics of the system are investigated by the method of digital simulation based on the proposed model. The simulated time responses are compared with the measured ones to confirm the validity of the mathematical model.

1. ま え が き

近年のマイクロコンピュータの普及に伴って、油圧システムとエレクトロニクスとの融合化が求められ、その実現を図るために、各種油圧システムのディジタル制御化が重要な課題となっている。油圧または空気圧アクチュエータをディジタル制御する方法の一つに、オンオフの2値で作動する電磁弁をパルス幅変調(Pulse Width Modulation: PWM)して駆動する方法があり、これに関連する技術の進展に多くの関心と期待が寄せられている^{(1)~(8)}。

本研究では、2方向型電磁弁と油圧アクチュエータ(シリンダ)から成るPWM制御系を対象として、その静特性ならびに動特性について、数値シミュレーションと実験によって検討する。PWM制御系に用いられるオンオフ電磁弁は、一般に、むだ時間と切り換え時間(切り換えに要する時間幅)を有しており、その存在は、制御系の高速化、高性能化への阻害要因となる。

しかしながら、その影響などの詳細については、系の数学モデルが未確立であることに主に起因して、明らかとはいえない現状にある。そこで本研究では、系の数学モデル確立への一助たることを主目的として、次のような考察を行う。

まず、系の数学モデルに関わる事項として、(1)弁の切り換え特性を[むだ時間+一次曲線]によってモデル化し、それを、弁のオンおよびオフの各作動に対して、また用いられる2つの弁に対しても、それぞれ個別の関係式で与える。(2)弁が高速でオンオフ動作する本システムの場合、それによってもたらされる管路内動特性の影響は無視しがたいものと予測される。そこで、管路要素に対する数学モデルを、[イナータンス+キャパシタンス+レジスタンス]の集中定数系として近似表現する。

次に、上記などの数学モデルに基づく系の解析を数値シミュレーションによって行い、系の静特性、動特性を調べる。そして、実験結果との比較を基に、本数学モデルの妥当性について検討し、あわせて系の応答性能に与える諸要素の影響などについて考察する。

2. 主 な 記 号

p_s : 供給圧力(一定)

q_j : 管路j (j = 1 ~ 4) 内の流量

*昭和62年12月9日 原稿受付

**岐阜大学工学部教授

(所在地 〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

***名古屋大学大学院

****名古屋大学工学部助教授

a_{pj} : 管路jの断面積
 l_j : 管路jの長さ
 p_1, p_2, p_3, p_4 : 管路内の各圧力 (Fig. 3 参照)
 p_a, p_b : 弁 1, 2 の各上流側圧力
 q_{v1}, q_{v2} : 弁 1, 2 の流量
 c_{v1}, c_{v2} : 弁 1, 2 の流量係数
 a_{v1}, a_{v2} : 弁 1, 2 の開口面積
 q_a : シリンダ左室への流入流量
 q_b : シリンダ右室からの流出流量
 $R_{fj} = 8 \pi \nu / a_{pj} \quad (j = 1 \sim 4)$: 流動抵抗係数
 ν : 動粘度
 ρ : 油の密度
 V_a, V_b : シリンダ左, 右室内の容積
 V_{a0}, V_{b0} : 初期状態 ($t = 0$) での V_a, V_b
 A_a, A_b : シリンダ左, 右室の断面積
 K : 油の体積弾性率
 x : ピストンの変位
 m : アクチュエータ (ピストン) の質量
 c : 粘性減衰係数
 f_c : アクチュエータに作用するクーロン摩擦力
 v : 電磁弁への入力電圧
 i : 弁ソレノイド内を流れる電流
 ϕ : 弁内ポペットの半頂角
 d : 弁座の直径
 y_1, y_2 : 弁 1, 2 の各ポペット部の変位
 t_a, t_b, t_c, t_d : 弁の切り換え特性を表わす時間パラメータ (Fig. 2参照)
 t_0 : 基準時間 ($= 0.025 \text{sec}$)
 f_p : PWM搬送波の振動数 ($f_p = 1 / T_p$)
 D : Duty ($=$ 弁のON時間幅 / T_p)

3. 系のモデル化とシミュレーション

本研究で対象とする制御系の模式図をFig. 1に示す。本システムは、コンピュータによりPWM駆動された2個の電磁弁 (以下、弁 1, 2 と略記する) と油圧アクチュエータ (片ロッド式複動シリンダ) および管路を主要要素として構成されている。系の出力信号はピストンの変位 x であるとし、これがフィードバック量として入力側へ送られる。

さて、電磁弁のPWM駆動に際しては、弁の作動おくれを考慮する必要がある、その特性 (切り換え特性) は制御系としての性能に重要な影響を及ぼす。いま、弁への入力電圧を v 、ソレノイドを流れる電流を i 、ポペット部の変位を y とし、 v を周期 T_p のパルス列信号で与えるものとする、 i と y はFig. 2のような波形となることが実測により確認される (図では、ノーマルク

Fig. 1 PWM hydraulic actuator system

Fig. 2 Waveforms of electronic current i and valve displacement y for input voltage v

ローズ形の弁の場合を例示)。すなわち v のステップ的变化が与えられたとき、(ソレノイドの)インダクタンスの大きさに応じて i は徐々に増大し、それに比例した電磁力を生ずる。そして電磁力が、ポペットを保持するばね力に打ち勝ったとき、 y の移動が始まり、ある時間幅を経て弁は全開状態に達する (このとき、 y の移動に伴うインダクタンスの変化によって、図示のようなその後の i の変動がもたらされる)。このとき、弁の移動が短時間で終わる高速弁では、 y の挙動は、むだ時間と一次曲線の関係で近似的に表現され、弁の往復 (開閉) 運動に対して 4 個の時間パラメータ (図中の t_a, t_b, t_c, t_d) によって規定される。

Fig. 3 Representation of PWM hydraulic actuator system

Fig. 1に示される制御系のモデル化を考えると、特に管路要素の取り扱いが重要となる。すなわち、弁が高速度でオンオフ駆動される本システムのような場合、それにつながる管路内で、無視しがたい非定常流動が生じうる。そこで本研究では、管路内動特性の影響を考慮に入れ、そのモデル化をFig. 3に沿って実施する。まず管路としては、油圧源と弁1間、弁2とドレンタンク間の2箇所(以下、両者を上流側、下流側と呼ぶ)でその存在を考慮し、その他の部分(弁1と2間など)では無視する。また、上・下流側の各管路は不連続断面面を持つものとし、図示のようにそれぞれを直列管で表す。管路要素に関するこのようなモデル化は、後に示す実験装置の形状に由来しており、その妥当性については、実験値との比較を基に、後章で検討する。なお、これら管路要素に対する数学モデルは、厳密には分布定数系モデルによって記述されるべきであるが、ここでは簡単のため、一自由度の集中定数系で近似するものとする。

3.1 基礎方程式

まず、2つの電磁弁1, 2に対して、各ポペット部を通過する流量 q_{v1} , q_{v2} は次の各式で与えられる。

$$q_{v1} = c_{v1} a_{v1} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_a - p_b)} \quad (1)$$

$$q_{v2} = c_{v2} a_{v2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_b - p_2)} \quad (2)$$

ここに開口面積 a_{v1} , a_{v2} は、弁変位 y_i の関数として、次式で与えられる。

$$a_{vi} = \pi y_i \sin \phi (d - y_i \sin \phi \cos \phi) \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

次に、弁の上流、および下流側各管路内の油の運動を考える。まず上流側における2本の管路(管長 l_1 , l_2)に対して、集中定数系近似されたときの各運動方程式はつぎのように表しうる。

$$\frac{dq_1}{dt} = \frac{a_{p1}}{\rho l_1} (p_s - p_1) - R_{N1} q_1 \quad (4)$$

$$\frac{dq_2}{dt} = \frac{a_{p2}}{\rho l_2} (p_1 - p_a) - R_{N2} q_2 \quad (5)$$

同様に、下流側における2本の管路(l_3 , l_4)に対して次の2式が成り立つ。

$$\frac{dq_3}{dt} = \frac{a_{p3}}{\rho l_3} (p_2 - p_3) - R_{N3} q_3 \quad (6)$$

$$\frac{dq_4}{dt} = \frac{a_{p4}}{\rho l_4} p_3 - R_{N4} q_4 \quad (7)$$

さらに、各管路内の容積効果(油の圧縮性の効果)は次式で表される。

$$q_1 - q_2 = \frac{a_{p1} l_1}{K} \frac{dp_1}{dt} \quad (8)$$

$$q_{v2} - q_3 = \frac{a_{p2} l_2}{K} \frac{dp_2}{dt} \quad (9)$$

$$q_3 - q_4 = \frac{a_{p3} l_3}{K} \frac{dp_3}{dt} \quad (10)$$

なお、管路 l_4 の容積については、シリンダ左室のそれに含めるものとする。

次いで、シリンダ(アクチュエータ)部に対する各関係式を導く。

まず、シリンダの左室へ流入する流量 q_a に関して次の2式が成り立つ。

$$q_a = q_2 - q_{v1} \quad (11)$$

$$q_a = \frac{V_a + a_{p2} l_2}{K} \frac{dp_a}{dt} + A_a \frac{dx}{dt} \quad (12)$$

同様に、シリンダ右室からの流出流量 q_b に関して次式が成り立つ。

$$q_b = q_{v2} - q_{v1} \quad (13)$$

$$q_b = A_b \frac{dx}{dt} - \frac{V_b}{K} \frac{dp_b}{dt} \quad (14)$$

ここに、式(12), (14)中の V_a , V_b は次式で与えられる。

$$V_a = V_{a0} + A_a x \quad (15)$$

$$V_b = V_{b0} - A_b x \quad (16)$$

次に、ピストンの運動方程式として次式が成り立つ。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + f_c = A_a p_a - A_b p_b \quad (17)$$

Fig. 3の系に対する基礎方程式としては、以上のほかに、電磁弁の切り換え特性に関する関係式を必要と

$$Q_{v2} = C_2 \sqrt{P_b - P_a} \quad (19)$$

$$\frac{dQ_1}{d\tau} = J_1 (1 - P_1) - R_1 Q_1 \quad (20)$$

$$\frac{dQ_2}{d\tau} = J_2 (P_1 - P_a) - R_2 Q_2 \quad (21)$$

$$\frac{dQ_3}{d\tau} = J_3 (P_2 - P_3) - R_3 Q_3 \quad (22)$$

$$\frac{dQ_4}{d\tau} = J_4 P_3 - R_4 Q_4 \quad (23)$$

$$\frac{dP_1}{d\tau} = L_1 (Q_1 - Q_2) \quad (24)$$

$$\frac{dP_2}{d\tau} = L_2 (Q_{v2} - Q_3) \quad (25)$$

$$\frac{dP_3}{d\tau} = L_3 (Q_3 - Q_4) \quad (26)$$

$$Q_a = Q_2 - Q_{v1} \quad (27)$$

$$v_a \frac{dP_a}{d\tau} = F_1 (Q_a - E_1 \frac{dX}{d\tau}) \quad (28)$$

$$Q_b = Q_{v2} - Q_{v1} \quad (29)$$

$$v_b \frac{dP_b}{d\tau} = F_2 (E_2 \frac{dX}{d\tau} - Q_b) \quad (30)$$

$$v_a = 1 + N_1 X \quad (31)$$

$$v_b = 1 - N_2 X \quad (32)$$

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + \zeta \frac{dX}{d\tau} + F_c = H (P_a - A_r P_b) \quad (33)$$

以上、式(18)~(33)が無次元化されたときの基礎方程式群である。

3.2 シミュレーションの方法

先にえられた関係式(18)~(33)を用いて、各要素の入出力関係をブロック線図表示すればFig. 4(a)のようにえられる。図中、上流側と下流側管路要素の線図は、煩雑さを避けるため、それぞれを各1個のブロック要素(図中のLine-A, Line-B)にまとめ、それらの詳細図を図の(b), (c)に示した。

このようなブロック線図が与えられれば、各要素(積分、比例および非線形などの要素)、ならびに信号間の関係に従ってシミュレーションが実施されうる。なお本シミュレーション計算では、数値積分の方法としてアダムス法を採用した。

4. 実験結果との比較検討

4.1 実験装置と実験の方法

2個の電磁弁、アクチュエータ(片ロッド形複動シリンダ)およびコンピュータを主要要素とする本実験装置は、Fig. 1に示されるように構成されている。こ

Fig. 5 q_v -Duty characteristics of valve 1 (parameter : PWM frequency f_p Hz)

Fig. 6 Measured frictional force F versus piston velocity $\dot{x}$

こでのコンピュータは3つの役割を担っており、入力信号の設定、偏差信号の演算、およびパルス幅変調が行われる。実験では、入力 r をステップ波形で与えるものとし、これによって生ずる各応答(アクチュエータの変位 x とシリンダ内圧力 p_a , p_b の3個の信号)が、検出器、A/D変換器を介してコンピュータに記憶される。

シミュレーションによる計算の精度を向上させるためには、実験に用いられる系の諸元を可能な限り精度に把握することが望まれる。そのために行われた実験例をFig. 5, 6に示す。

まずFig. 5は、弁の流量 q_{vi} とDuty D (%)の関係(q_v - D 特性)を調べた結果であり、ここには弁1に対する測定結果のみが示されている。図中の破線は、(瞬時切

Table 1 Switching time of solenoid valves

	t_a ms	t_b ms	t_c ms	t_d ms
Valve 1	4.8	7.4	2.5	4.5
Valve 2	6.4	10.0	2.1	4.0

り換えをする) 理想的な弁の q_v - D 特性を表し、したがってこれ(破線)との差を基に、現実の弁に存在するおくれの影響を評価し得る。実測の q_v - D 特性によれば、不感帯、飽和帯、不連続部などの非線形が認められ、それらの度合は、パラメータ f_p (PWM搬送波の振動数) の増加と共に強く現れている。このような非線形性が、弁の切り換え特性に起因して生ずることより、図示の特性を基に、弁の切り換え時間 t_a , t_b , t_c , t_d (Fig. 2) を見積ることができる。すなわち、図に示される不感帯、飽和帯および(2個の)不連続点に対応する各 D の値から、4個の時間パラメータ $t_a \sim t_d$ が求められる。そこで、このようにして見積られた t_a など

の値を用いて、シミュレーションによってえられた q_v - D 特性の計算値を図中の実線で示した。図によれば、パラメータ f_p の変化に対して、各計算値は実測値とよい一致を示しており、先による見積りの妥当性が確認される。弁1と2に対するこれら $t_a \sim t_d$ の値を Table 1 に示す。

次に Fig. 6は、ピストンに作用する摩擦力 F の測定結果であり、ピストン速度 $\dot{x}$ に対して示されている。この測定は、速度 $\dot{x}$ 一定下での F が、ピストンの駆動力 $(A_a p_a - A_b p_b)$ に等しいことに基づき、種々の $\dot{x}$ の下での圧力 p_a , p_b を計ってえられたものである(静摩擦力については、運動の開始時における駆動力より測定)。摩擦力 F が、粘性減衰力 $c\dot{x}$ とクーロン摩擦力 f_c および静摩擦力 f_s によって表されるものとして、図の測定結果から、特性値 c , f_c , f_s を(近似的に)もとめることができる。原点に対して、若干の非対称性が見られるこの場合、各特性値を、正負の $\dot{x}$ について分けて表現す

(a) Piston displacement X (b) Pressure P_a (c) Pressure P_b Fig. 7 Comparison of simulated response curves with measured ones ($f_p=20\text{Hz}$)

Table 2 System dimensions and parameters

Valves	$C_{v1}=0.505$, $C_{v2}=0.493$, $\phi=45^\circ$, $d=4.5$ mm
Pipe line	$q_{p1}=q_{p4}=6.36 \times 10^{-5}$ m ² , $q_{p2}=q_{p3}=1.26 \times 10^{-5}$ m ² $l_1=0.425$ m, $l_2=0.152$ m, $l_3=0.189$ m, $l_4=1.20$ m
Actuator	$m=0.186$ kg, $V_{a0}=5.21 \times 10^{-6}$ m ³ , $V_{b0}=1.06 \times 10^{-5}$ m ³ $A_a=2.77 \times 10^{-4}$ m ² , $A_b=5.03 \times 10^{-4}$ m ²
Friction	$C_R=1.75 \times 10^2$ N·s/m, $C_L=3.58 \times 10^2$ N·s/m $f_{cR}=13.0$ N, $f_{cL}=11.4$ N, $f_{aR}=28.8$ N, $f_{aL}=32.4$ N
Other const.	$p_a=0.98$ MPa, $\nu=7.19 \times 10^{-5}$ m ² /s, $K=1.58$ GPa $\rho=8.67 \times 10^2$ kg/m ³ , $k_x=2$ V/cm

るものとする (x の各正負に対応して、添字RとLを付して表わす)。このようにしてえられた摩擦特性値、ならびにそれ以外の実験諸元を一括してTable 2に示す。

4.2 ステップ応答の比較

本節では、ステップ応答に関するシミュレーション結果(計算値)を実験値と比較検討する。まず、PWMの振動数 f_p を、比較的小さな値に設定した場合として、

$f_p=20$ Hzとするときの比較結果をFig. 7(a)~(c)に示す。図には、 τ のステップ入力に対する応答が、無次元時間 $\tau (=t/0.025)$ に対して示されている。図の(a)~(c)は、それぞれピストン変位 $X (=x/x_0)$ 、ここに、基準長さ x_0 を応答の目標値にとるものとする)、圧力 $P_a (=p_a/p_a)$ および $P_b (=p_b/p_a)$ の応答であり、各図の上、下図はそれぞれ実験値と計算値を表す。

まず、ここで主眼とする、実験値と計算値との比較状況について見てみると、各図とも、ほぼ良い一致を示している。なお、圧力波形の比較図(b)(c)によれば、若干の定量的差異が認められるが、その主因は、管路要素に対するモデル化の方法(集中定数系による近似)にあるものと推察される。

次に、図示された各応答波形に注目する。まず図(a)によれば、応答 X は初期の時間領域で一様に増加し、次いで目標値近傍において振動的な挙動を示している。これは次のように説明される。すなわち、時間 τ の比較

(a) Piston displacement X (b) Pressure P_a (c) Pressure P_b Fig. 8 Comparison of simulated response curves with measured ones ($f_p=40$ Hz)

的初期の間は、偏差 e がPWMの変調域を上回るために、弁はオン（弁2）かオフ（弁1）のままとなり、したがってピストンは一定速度で駆動される。そして、 x と共に偏差が減少し、その大きさが変調域に入ったとき、PWM信号による弁の駆動が開始され、それに伴って（振動数 f_p ）の振動波形が現れる。なお、このとき、目標値近傍では、Duty D が約50%で駆動され、したがって制御量 X の誤差は f_p の小さいほど相対的に大きく現われることになる。

次に図(b), (c)に示される圧力応答 P_a , P_b を見てみる。図によれば、周期 $1/(2f_p)$ ごとに激しい（圧力）変動がみられるが、これは弁の切り換えに伴って生ずる管路要素内の流体過渡現象によるものである。なお、シミュレーションによる検討結果によれば、管路の存在を無視すると、図示のような振動波形は消えて、ほぼステップ状の変化を繰り返した。このことから、管路要素の存在により、系の固有振動数の低下がもたらされ、したがってPWM制御系における管路の存在はできるだけ小さくすることが望ましいといえる。

次いで、PWMの振動数 f_p の値を40Hzとし、また変調域の幅を先の4倍に拡大したときの同様な比較結果をFig. 8(a)~(c)に示す。図(a)によれば、応答 X の様に増大する時間領域が、先よりも狭まっているが、これは変調域の拡大にともなう変化である。また、先に比して f_p が2倍の大ききで与えられたこの場合、図にみられるように、目標値近傍での X の変動幅（誤差）は相対的に低下している。さらに、圧力波形に見られる振動的挙動（その脈動成分中に含まれる振動数は、Fig. 7の場合とほぼ同じ値で現われている）によれば、 f_p の増大に伴って起こり得る系の共振に関し、その可能性を軽視しがたいことが示唆される。

5. あとがき

本報では、2方向型電磁弁による油圧アクチュエータのPWM制御について、シミュレーションと実験を基に検討した。それによれば、両者間に関するほぼよい一致がえられ、本数学モデルの妥当性が確認された。これに加えて、大略、以下のような結果がえられた。

(1)電磁弁の切り換え特性は、入力電圧に対する弁変位 y 間の関係を、むだ時間と一次曲線の表式で与えることによって合理的に記述されうる。

(2)高速でオンオフ駆動される電磁弁は、それに接続

される管路内で無視しがたい流体過渡現象をもたらす。またPWM制御系においては、管路要素の存在によってもたらされる系の固有振動数の低下を、共振との関係からも重視する必要がある。

なお本報では、数学モデルの確立およびシミュレーション技法の適用を重視するとの意図から、基本形としてのPWM制御系を対象としたが、この制御法の場合、その応答性能は（Fig. 7, 8中にも示されるように）必ずしも良好とはいえない。その改善策としての一提案⁽⁹⁾を始め、この面での今後の一層の発展が期待される。

終わりに、本研究に対して熱心にご協力いただいた岐阜大学大学院生の服部勇仁君、呂順発君、塚本哲也君に厚く感謝します。

参 考 文 献

- (1) Hesse, H and Möller, H.: Pulsdauermodulierte Steuerung von Magnetventilen, Ölhydraulik und Pneumatik, 16—11 (1972), 451/457
- (2) Mansfeld, G and Tersteegen, J.: Elektrohydraulischer Positionierantrieb mit schnell-schaltenden Magnetventilen und pulsmodulierter Ansteuerung, Ölhydraulik und Pneumatik, 22—11 (1978), 647/652
- (3) Engelsdorf, K. and Dunken, P.: Entwicklung und Erprobung eines Zweiwege-Miniatur-sitzventils, Ölhydraulik und Pneumatik, 24—4 (1980), 293/298
- (4) 則次, 花房: 空気圧シリンダのパルス幅変調方式速度制御(低速駆動時における一定速度送り), 油圧と空気圧, 14—7 (1983), 61/68
- (5) 田中: 高速電磁弁に関する研究, 日本機械学会論文 集 (c 編), 50—457 (1984), 1594/1601
- (6) 田中: 3 方向形高速電磁弁の電子油圧ディジタル 制御, 日本機械学会論文 集 (c 編), 50—458 (1984), 2663/2666
- (7) 則次: パルス幅変調方式による電気・油圧サーボ 系の構成, 計測自動制御学会論文 集, 20—8 (1984), 84/91
- (8) 小柳, 小嶋, 品田: 自己学習機能を有する電子油 圧ディジタル位置制御システムの設計と性能, 油 圧と空気圧, 18—2 (1987), 139/147