研 究

電磁駆動フリーピストン式圧縮機のシステム特性に関する研究*

小 嶋 英 一**, 品 田 正 昭**
安 田 敦 紀***

System Dynamics of a Solenoid-Operated Free Piston Type of Compressor

Eiichi KOJIMA, Masaaki SHINADA and Atsuki YASUDA

This report deals with a theoretical and experimental analysis of the system dynamics of a solenoid-operated free piston type of compressor. The test compressor is designed to operate normally at resonant frequencies determined by a spring-mass system consisting of a piston mass, coil spring and gas spring due to the trapped air in the cylinders. Two kinds of mathematical models have been considered in the theoretical analysis: one is "Model A" in which the thermodynamical change in the state of gas in a cylinder is exactly treated with consideration given to the effects of the gas-wall and wall-environmental heat transfer and wall energy storage; the other is "Model B" in which the thermodynamics of gas compression processes in a cylinder is assumed to follow a polytropic change. It is known from a wide range of tests that the heat transfer associated with confining cylinder walls has a great effect on the system dynamics and that the simulated results of the piston displacement, gas pressure in cylinder, gas temperature in cylinder and cylinder wall temperature from "Model A" are in good agreement with the experimental results within an error around 5%. Furthermore, it has been pointed out that in the case of using "Model B", an appropriate value for the polytropic index should be selected according to the operating conditions.

Key Words: Fluid Power Systems, Pneumatics, Compressor, Piston Cylinder Systems, Gas Compression Processes, Free Piston, Polytropic Change

1. 結 論

電磁駆動フリーピストン式圧縮機は、電磁駆動部と空気圧縮部が一体構造になっているシリンダ内を、ピストンだけが電磁力とばねの復元力により電源周波数（50Hzまたは60Hz）に一致した振動数で往復運動し、吸・排気弁の作用のもとにポンプ機能を行うものである。従って、通常の往復式圧縮機のようなモータ（駆動部）とピストンを連結するクランクシャフト、コンロッド、ボールベアリングなどの複雑な動力伝達機構が不要となり装置が小形・軽量にできる、共振を利用しているので動力効率が高い、完全無給油で運転できるので吐出し空気にオイルミストが含まれない、機械的不釣り合い振動が発生しにくいと騒音が低いなど

多くの優れた特徴を有している。この特長を生かして、医療機器、食品加工機、液体攪拌機、浄化槽ブロウ、空気軸受、液・粉体輸送機など広い分野で使用されている。

しかし、この圧縮機ではピストンの運動が機械的に拘束されていないために、ピストンのストロークは一定ではなく、作動条件、シリンダ内空気の熱力学的状態変化の違い、吸・排気弁（チェック弁）の動特性など多くの因子により著しく変化する。そのため、この種の圧縮機のシステム特性を正確に把握することは非常に難しく、ほとんどの設計諸元は経験的および試行錯誤的に求められているのが現状である。

これらの因子の中、特に重要でかつ複雑な現象であるガスの圧縮・膨張過程における熱力学的特性に関しては、ピストン・シリンダから成るプロトタイプのガス圧縮過程を対象にガスの熱力学的状態変化に及ぼすシリンダ壁の熱伝達と蓄熱の影響を詳細に解析した研究¹⁾、アキュムレータの減衰性能^{2),3)}、空気圧ノズルフラップ弁の応答性⁴⁾など空気圧システム（機器）の特性に及ぼす壁の熱伝達の影響を解析した研究などが報告

*平成6年4月15日 原稿受付

**正員、神奈川大学工学部

(所在地 〒221 横浜市神奈川区六角橋3-27-1)

***神奈川大学大学院（現、日東工機株式会社）

されている。しかし、ガス（流体）ばねによる共振を利用している供試圧縮機のように、ポンプ作用をするピストンそのものの運動にこれが直接に影響するような機器を対象にした研究は発表されていない。

本研究は、電磁駆動フリーピストン式圧縮機のシステム特性を精度よく予測できる設計支援のシミュレーションプログラムを開発することを目的に、シリンダ壁とシリンダ内空気との間の熱伝達およびシリンダ壁の熱蓄積の影響もある程度厳密に取扱ってシステム特性を理論解析し、実験結果と比較検討しながら、各要素の理論数学モデルの妥当性と適用限界について検討を行ったものである。

2. 記 号

本論文で使用する主な記号は以下のとおりである。

- A : シリンダの断面積 m^2
- A_d : 吐出しチェック弁の有効開口面積 m^2
- A_r : ダンピングオリフィスの有効開口面積 m^2
- A_s : 吸込みチェック弁の有効開口面積 m^2
- c : ピストンの抵抗係数 $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$
- C_p : 空気の定圧比熱 J/kgK
- C_v : 空気の定積比熱 J/kgK
- C_w : シリンダ壁の比熱 J/kgK
- f : 周波数 Hz
- $F(x, I)$: ピストンに作用する電磁力 N
- h : 熱伝達率 $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$
- I : コイルに流れる電流 A
- k : コイルばねのばね定数 N/m
- $\dot{M}_d$: 吐出しチェック弁を流れる質量流量 kg/s
- $\dot{M}_r$: ダンピングオリフィスを流れる質量流量 kg/s
- $\dot{M}_s$: 吸込みチェック弁を流れる質量流量 kg/s
- m : ピストンの質量 kg
- n : ポリトロップ指数
- P : 圧力 Pa
- $\dot{Q}$: 単位時間に流れる熱量(その仕事当量) W
- R : 空気のガス定数 J/kgK
- S : 伝熱面積 m^2
- t : 時間 s
- T : 空気の温度 K
- T_w : 壁の温度 K
- x : ピストン変位 m
- x_c : 吐出しチェック弁ポート孔の位置 (Fig. 2 参照) m
- x_i : コイルばねの初期ひずみ m
- V : 各空気室の空気の体積 m^3

- V_m : 壁の体積 m^3
- v : ピストン速度 m/s
- κ : 比熱比 $(=C_p/C_v)$
- ρ : 空気の密度 kg/m^3
- ρ_w : 壁の密度 kg/m^3

添 字

- 0 : 周囲空気に関する量
- d : 吐出し室に関する量
- fc : フロントシリンダに関する量
- fp : フロントシリンダ側のピストン端に関する量
- rc : リアシリンダに関する量
- rp : リアシリンダ側のピストン端に関する量
- : 時間平均値

3. 供試圧縮機の構造

供試電磁駆動フリーピストン式圧縮機はメーカの標準品の一部を試験用に(各検出器を装着できるように)改造したものであり、その構造の概略と試験のための検出機の取り付け位置をFig. 1に示す。

作動原理は以下のとおりである。シリコンダイオードの整流器でAC100Vの電流を半波整流し、これを固定鉄心のコイルに流して軟鉄の永久磁石の可動子をもつピストンに間欠的な電磁力を発生させる。コイルに電流が流れている半周期の間、ピストンは発生する電磁力により復元ばねに逆らってリアシリンダ側に駆動され、吸込みチェック弁を通してフロントシリンダへの吸気が行われる(吸込み行程)。整流された電流が零になり電磁力が発生しない残りの半周期の間、ピストンは圧縮されたばねの復元力によりフロントシリンダ側に押し戻され、吐出しチェック弁を通してフロントシ

Fig. 1 Schematic of the test compressor and detecting elements for the test

リングから吐出し室への排気が行われる(吐出し行程)。

フロントシリンダの吸・排気を行う吸込みおよび吐出しチェック弁には、開閉の応答性を速く、漏れを少なく、圧力損失を小さくするために、弁自体が復元ばねとしても機能する極めて肉厚の薄い平板のシート弁が用いられている。なお、吐出しチェック弁の入口ポート孔はフロントシリンダの端面より少し離して(供試圧縮機では、3.5mm)あけられており、ピストンがこれ以上ストロークするとポート孔を塞いでシリンダ室がクッション室を構成し、吐出し行程においてピストンがフロントシリンダの端面に機械的に衝突するのを防いでいる。

供試圧縮機の主な諸元は、ピストン質量：0.249kg、コイルばねのばね定数：8.14kN/m、フロントシリンダ側ピストン径：30mm、リアシリンダ側ピストン径：34mm、ピストンの最大ストローク：30mmである。

4. システム特性の理論解析

4.1 システム特性に対する力学モデル

供試圧縮機は、復元ばねと電磁駆動部を含むピストン部、吸・排気を行うフロントシリンダ部、主として流体ばね機能をもつリアシリンダ部および蓄圧器として作用する吐出し室部から構成されており、電磁コイルの電流を入力として作動するものであり、その力学モデルはFig. 2のように表すことができる。

4.2 システム特性に対する基礎式

本研究では、フロントシリンダ室、リアシリンダ室および吐出し室内の空気の状態変化を、壁と空気との間の熱伝達および壁の蓄熱に関する理論解析に基づいて求めた比較的厳密で汎用的な数学モデル(以下、“モデルA”と記す)と、ポルトロップ変化に従うとした簡単な数学モデル(以下、“モデルB”と記す)の2つの数学モデルについて検討する。以下、各数学モデルに対する基礎式を記す。

[1] “モデルA”

この数学モデルにおいては、各空気室の空気に関する諸変数を求めるに当たって、質量保存則(連続の式)のほかに、空気と壁のエネルギー保存則に対する式が必要である。ただし、ここでは紙面の関係で、ピストンの運動方程式以外はフロントシリンダ部に関係するものだけを記す。

ピストンの運動方程式：

$$\frac{dx}{dt} = v \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \{ A_{fc} P_{fc} + (A_{rc} - A_{fc}) P_0 - A_{rc} P_{rc} + F(x, I) - cv - k(x + x_i) \} \quad \dots\dots\dots(2)$$

Fig. 2 Physical model for system dynamics of the test compressor

フロントシリンダ内空気に対する質量保存則：

$$\frac{d\rho_{fc}}{dt} = \frac{1}{V_{fc}} \left(\dot{M}_s - \dot{M}_d - \rho_{fc} \frac{dV_{fc}}{dt} \right) \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに

$$\dot{M}_s = \begin{cases} = A_s \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \rho_0 P_0 \left\{ \left(\frac{P_{fc}}{P_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_{fc}}{P_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right\}} & ; P_{fc} \geq 0.528 P_0 \\ = A_s \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} \rho_0 P_0} & ; P_{fc} < 0.528 P_0 \\ = 0 & ; P_{fc} \geq P_0 - \Delta P_s \end{cases} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\dot{M}_d = \begin{cases} = A_d \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \rho_{fc} P_{fc} \left\{ \left(\frac{P_d}{P_{fc}} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_d}{P_{fc}} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right\}} & ; P_d \geq 0.528 P_{fc} \\ = A_d \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} \rho_{fc} P_{fc}} & ; P_d < 0.528 P_{fc} \\ = 0 & ; P_d \geq P_{fc} - \Delta P_d \end{cases} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$V_{fc} = V_{fc}(0) + A_{fc} x \quad \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 ΔP_s と ΔP_d は吸込みチェック弁と吐出しチェック弁の初期荷重の圧力換算値、 $V_{fc}(0)$ は $x=0$ のときのフロントシリンダ内の空気の体積である。

フロントシリンダ壁のエネルギー保存則：

$$\frac{dT_{w,fc}}{dt} = \frac{1}{C_w \rho_w V_{w,fc}} \left\{ \dot{Q}_{fc} - \dot{Q}'_{fc} + C_{fc} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに、

$$\dot{Q}_{fc} = h_{fc} S_{fc} (T_0 - T_{w,fc}) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\dot{Q}'_{fc} = h'_{fc} S'_{fc} (T_{w,fc} - T_{fc}) \quad \dots\dots\dots(9)$$

ただし、 C_{fc} はピストンの粘性抵抗係数 c の中のフロントシリンダ部に対する値(成分)、 S'_{fc} はピストンの位置によって変るフロントシリンダ内表面積(伝熱面積)である。

フロントシリンダ内空気のエネルギー保存則：

$$\frac{dT_{fc}}{dt} = \frac{1}{\rho_{fc} V_{fc} C_v} \left(\dot{Q}'_{fc} + \dot{Q}'_{fp} + C_p \dot{M}_s T_0 - C_p \dot{M}_d T_{fc} \right)$$

$$-P_{fc} \frac{dV_{fc}}{dt} - C_v V_{fc} T_{fc} \frac{d\rho_{fc}}{dt} - C_v \rho_{fc} T_{fc} \frac{dV_{fc}}{dt} \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに,

$$\dot{Q}'_{fp} = h'_{fp} S'_{fp} (T_{w,fp} - T_{fc}) \quad \dots\dots\dots(11)$$

状態方程式:

$$P_{fc} = R \rho_{fc} T_{fc} \quad \dots\dots\dots(12)$$

リアシリンダ部と吐出し室部に関しても式(3)～式(12)に相当する式が導かれる。

[2] “モデルB”

この数学モデルにおいては、フロントシリンダ内空気の熱力学的状態変化を求めるための“モデルA”の式(3)、式(7)および式(10)に相当する式は、次の連続の式(質量保存則)だけとなり

$$\frac{dP_{fc}}{dt} = \frac{n P_{fc}}{\rho_{fc} V_{fc}} \left(\dot{M}_s - \dot{M}_d - \rho_{fc} \frac{dV_{fc}}{dt} \right) \quad \dots\dots\dots(13)$$

密度と温度は、上で得られた P_{fc} を基に、ポリトロープ変化の式から次のように求まる。

$$\rho_{fc} = \rho_0 \left(\frac{P_{fc}}{P_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$T_{fc} = T_0 \left(\frac{P_{fc}}{P_0} \right)^{1 - \frac{1}{n}} \quad \dots\dots\dots(15)$$

リアシリンダ部と吐出し室部に関しても式(13)～式(15)に相当する式が導かれる。

4.3 数値計算法

本研究では、実測した電磁コイルの電流 I を入力信号として、4.2節の常微分方程式群を差分法を用いて数値計算し、定常振動状態におけるシステムの諸変数の時刻歴(出力信号)を求めた。各変数の初期値は電流 I が零の静止状態における値、すなわち、 $x = 0$ 、 $P_{fc} = P_{rc} = P_d = P_0$ (大気圧)、 $T_{fc} = T_{rc} = T_d = T_0$ (大気温度)、 $\rho_{fc} = \rho_{rc} = \rho_d = \rho_0$ ($= P_0 / RT_0$)とした。ただし、シリンダ壁や吐出し室壁の温度の初期値に関しては、壁の熱容量がその中の空気の熱容量に比べて大きく、壁の温度の時間変化が他の変数のそれに比べてかなり遅いために、すべて実測した定常状態における値(詳しくは、その時間平均値)を用いた。また、システム特性に及ぼすピストンの熱蓄積の影響は非常に小さいとして、初めからピストン温度($T_{w,fp}$ と $T_{w,rp}$)は定常値の一定値として取扱った。計算はすべての変数が定常振動状態になるまで(供試圧縮機においては約1秒後、換言すれば約50サイクル後まで)行った。計算の刻みは0.01ms(すなわち、振動の1周期の1/2000)とした。

計算に使用した主な係数の値は次のとおりである。チェック弁、ダンピングオリフィスおよび負荷弁を通る流れはすべて断熱流と仮定して $\kappa = 1.4$ とし、空気と

固体壁の間の熱伝達の係数(熱伝達率) h は、フロントシリンダ、リアシリンダおよび吐出し室の内側では空気は高速で流れているので $h = 290 \text{ W/m}^2\text{K}$ とし、外側では空気は静止しているとして $h = 23 \text{ W/m}^2\text{K}$ とした⁵⁾。その他の物性値に関しては専門書⁶⁾を参考にした。

5. システム特性の実験解析

5.1 実験方法と測定系

圧縮機のシステム特性の測定に先立ち、圧縮機ケーシング各部の温度が熱的に平衡し温度が一定になるまで約10分間のならし運転を行い、その後、いったん圧縮機の運転を停止して、各検出器の零点調整を行った。次いで、再び圧縮機を起動し、負荷弁により吐出し圧力を所定の値に設定し、フロントシリンダ内、リアシリンダ内および吐出し室内の3ヶ所の圧力を半導体圧力変換器で、ピストン変位を加速度変換器で、フロントシリンダ室内空気、吐出し室内空気、吸込みポート近傍空気およびシリンダ壁面温度をクロメル・アルメル熱電対(線径:13 μm)で、電磁コイルの入力電流を試作した電流計で検出し、これらの電圧信号は全てアナライジングレコーダに同時に取込み記録した。なお、供試圧縮機では、フロントシリンダとリアシリンダ内の空気の流体ばね作用も利用して共振を起こさせているので、チェック弁やダンピングオリフィスへの連通を除いては、この室を密閉しなければならず、しかも容積が限定されているので、ピストン変位の測定に通常の変位検出器を取付けることができないため、小形加速度変換器を用いている。しかし、加速度変換器の出力信号は直流分がカットされるため、その信号だけでは振動の中心位置は不明である。そこで本研究では、フロントシリンダ端面にあけた小孔の隙間にグリースを塗布して(密封のため)細い検出棒を挿入し、定常振動状態時のピストンの上死点の位置を測定した。実験は、負荷弁が全開($P_d = 0.1 \text{ MPa}$, abs.)から全閉($P_d = 0.4 \text{ MPa}$, abs.)までの間の種々の吐出し圧力の下で行った。

また、システム特性の測定とは別途の装置を用いて、理論解析に必要なピストンに作用する電磁力特性を実測し、電流 I とピストン変位 x の関数としての実験式 $F(x, I)$ を求めた。Fig. 3に、電流をパラメータとした電磁力→変位特性の実測値(変位を増加していくときと減少させてくるときの平均値)と本研究で使用した実験式の値をそれぞれ実線と破線で示す。なお電磁力→変位特性のヒステリシスの量から、クーロン摩擦に対するスプールの等価粘性抵抗係数 c を求めた(ヒステリシスの量から求まるクーロン摩擦力を F_c とし、

ピストンが振幅 a 、周波数 f で調和振動するとすれば、 $c=2F_c/\pi fa$ である)。

5.2 実験結果と考察

負弁全開時の入力電流 I 、ピストン変位 x 、フロントシリンダ内圧力 P_{fc} 、リアシリンダ内圧力 P_{rc} 、吐出し室内圧力 P_d およびフロントシリンダ内空気温度 T_{fc} の時刻歴波形(システム特性)の実測値(実線)と“モデルA”による計算値(破線)をFig. 4に示す。図から、 x に関しては実測値と計算値は極めて良好な一致を示しているが、 P_{fc} 、 P_{rc} および T_{fc} に関してはいずれも実測値は計算値よりも振幅が小さく、かつ位相が遅れていることがわかる。実測値と計算値の間のこれらの関係は他の作動条件に対しても全く同じであった。以下、最初にこれらの差異の原因について検討する。

まず、シリンダ内空気温度 T_{fc} に対する両者の差異に関しては、本研究では空気温度の測定のために購入できる市販品の中では最小径(線径: $13\mu\text{m}$)の熱電対を使用しているが、それでも50Hzで変動する空気温度の測定に対しては感熱部の熱容量が大き過ぎ、熱電対が周囲空気の温度変化に正確に応答できないことによるものと推測される。すなわち、Fig. 4に示す T_{fc} においては、極大値において実測値は計算値よりも約70°位相が遅れており、もし感熱部が周囲空気の温度変化に対して一次遅れ特性を示すとし、また T_{fc} の時間変化を50Hzの正弦波(実際には正弦波とは異なるが)と仮定すれば、時定数は約8msとなり、振幅は真値の約37%に減少してしまうことになる。この推測の妥当性を確認するために、付録に示す固体と気体との異相界面間の熱移動に対する簡単な拡散モデルの式により、本研究に使用した熱電対の応答性を理論的に調べた。Fig. 5に、周囲の空気温度のステップ変化に対する熱電対の

Fig. 4 Comparison of the experimental results (without corrections) with the simulated results from “Model A” for system dynamics at the operating condition of the loading valve being fully opened (—: Measured,: Calculated)

Fig. 3 Measured value of the electromagnetic force (solid line) and its value of empirical formula (dashed line)

Fig. 5 Simulation result of the temperature response of the thermocouple to a step change of ambient air temperature

感熱部温度の応答 $(T_s - T_{s,i}) / (T_{\infty} - T_{s,i})$ の計算値を示す。すなわち、本研究に使用した熱電対は一次遅れ要素に換算して10ms程度の時定数をもつことが理論解析からも確認できる。

次に P_{fc} と P_{rc} に対する計算値と実測値の差異に関しては、本研究では、半導体圧力変換器が被測定対象の空気の温度変化に感応して圧力に対する誤った信号を出すのを防ぐために、感圧面（および圧力測定孔の一部）に温度絶縁のためのシリコンペーストを塗布しているため、感圧面の応答性が悪くなり、半導体圧力変換器が周囲空気の圧力変化に正確に応答できないことによるものと推測される。この場合、シリコンペースト部の振動に対する特性を簡単に一次遅れ要素と仮定し、Fig. 4に示す P_{rc} （および P_{rc} ）の極大値における計算値と実測値の位相差（約17°）を基に、前と同様に時定数を求めると約1msとなり、50Hzの調和振動に対しては振幅は真値の95%に減少してしまうことになる。

Fig. 6(a), (b)はそれぞれ負荷弁が全開時と全閉時におけるシステム特性の実測値と“モデルA”による計算値を比較したものである。ただし、図中の T_{fc} , P_{fc} および P_{rc} の実測値は、熱電対と半導体圧力変換器が上述したような一次遅れ特性を示すものと仮定し、例えば T_{fc} に対しては、実測した T_{fc} の値を基に、

$$T_{fc}^* = T_{fc} + \tau \frac{dT_{fc}}{dt} \quad \dots\dots\dots(16)$$

から算出した補正した実測値である。ここで、 τ は時定数を、上側添字*は補正値を表す。図から、いずれの作動条件においても、前述した x のほかに P_{fc} , P_{rc} および T_{fc} に対しても、“モデルA”による計算値と実測値は良好な（±5%程度の差異で）一致を示していることがわかる。なお、負荷弁の他の開度に対しても、計算値と補正した実測値がFig. 6程度に一致することを確認している。

Fig. 7(a), (b)は、それぞれ負荷弁が全開時と全閉時における“モデルA”と“モデルB”によるシステム

(a) at the loading valve being fully opened

(b) at the loading valve being fully closed

Fig. 6 Comparison of the experimental results (with corrections) with the simulated results from the “Model A” for system dynamics (—: Measured,: Calculated)

特性の計算値を比較したものである。ただし、“モデル B” に対しては、シリンダ室内の空気の状態変化に対するポリトロップ指数 n が $n=1$ (等温), $n=1.4$ (断熱) およびそれぞれの作動条件に対してピストン変位 x とシリンダ内圧力 P_{fc} および P_{rc} が“モデル A”の計算値に最も近くなる n の値の 3 つの場合の計算値が示されている。すなわち、供試圧縮機においては、負荷弁が全開時には $n=1.30$, 負荷弁が全閉時には $n=1.38$ のときに, x と P_{fc} (および P_{rc}) に対する“モデル B”の計算値は“モデル A”の計算値に (換言すれば, 実測値に) 最も近くなる。ただし, “モデル B”において x と P_{fc} (および P_{rc}) の時刻歴波形に直接に関与するシリンダ内空気の体積弾性係数 B はポリトロップ指数 n のみに依存し (例えば, フロントシリンダ内空気に対しては, $B=nP_{fc}$), 式(14)および式(15)の密度と空気温度の基準値 ρ_0 と T_0 には依存しないため, x と P_{fc} に対する

n の最適値を用いてシリンダ内空気の温度 T_{fc} や密度 ρ_{fc} の時刻歴波形を定量的に説明できるとはかぎらない。すなわち, 例えば T_{fc} に関しては, シリンダ内空気と周囲壁との間の伝熱量に相当する分だけ, “モデル A”と“モデル B”の計算値には差異が生じる (図 7 (a), (b)の T_{fc} 参照)。以上の考察より, 簡易数学モデル“モデル B”を用いてシステム特性をシミュレートするときには, 作動条件に応じた適切なポリトロップ指数 n および空気の温度と密度の基準値 T_0 と ρ_0 を選択しなければならないことがわかる。

6. 結 論

本研究は, 電磁駆動フリーピストン式圧縮機的设计を支援する“システム特性解析用シミュレーションプログラム”を開発することを目的に, 特にシステム特性に及ぼすシリンダ内空気の圧縮・膨張過程における

(a) at the loading valve being fully opened (b) at the loading valve being fully closed
Fig. 7 Comparison between the simulated result from the “Model A” and the “Model B” for system dynamics [—: Model A, ---: Model B ($n=1.00$),: Model B ($n=1.30$), —·—: Model B ($n=1.40$)]

熱力学的状態変化の影響に考察の重点をおいて、理論と実験により各構成要素の数学モデルの検討を行ったものである。本研究で得られた主な結論は要約すると次のようになる。

- (1) コイルばねおよびシリンダ（フロントシリンダとリアシリンダ）内空気の圧縮性に基づく流体ばねとピストン質量から成るばね・質量系の固有振動数を電源周波数に一致させて共振状態で駆動するように設計されているフリーピストン式圧縮機では、機械系と熱系との連成の度合いが特に大きく、シリンダ内空気の熱力学的状態変化の違いがシステム特性に著しく影響を及ぼす。
- (2) シリンダ内空気とシリンダ壁との間の熱伝達に関する理論に基づいて、シリンダ内空気の熱力学的状態変化をある程度厳密に扱った数学モデルにより、システム特性を広い作動範囲にわたって実用上十分な精度（各状態変数の実測値に対して約5%以内の誤差）でシミュレートできる。
- (3) 供試圧縮機においては、シリンダ壁の熱容量はシリンダ内空気の熱容量に比べてはるかに大きいいため、駆動周波数（50Hzまたは60Hz）程度の高周波域でのシステム特性に及ぼすシリンダ壁の蓄熱の影響はほとんどない。すなわち、シリンダ壁の温度は一定（定常状態における平均値）として取扱ってよい。
- (4) シリンダ内空気の熱力学的状態変化がポリトロプ変化に従うとした簡易数学モデルによってシステム特性を解析する場合には、作動条件に応じた適切なポリトロプ指数および空気の温度と密度の基準値を選ばなければならない。
- (5) 高周波域での空気圧機器のシステム特性に対する精度の高い実験解析を行うためには、温度変化に追従しない圧力検出器と熱伝導に対する時定数の小さい熱電対（温度検出器）の開発あるいはこれに対する適切な補償対策が不可欠である。

最後に、供試圧縮機の提供と貴重な助言を賜った日東工器株式会社と、実験に協力いただいた当時の学生の伊東宏君と竹島要君に感謝の意を表する。

文 献

- 1) Paynter, H.M., Fahrenthold, E.P. and Rotz, C.A.: Wall Heat Transfer and Storage Effects on the Thermal Dynamics of Otis-Effect Gas Compression Processes, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 112 (1990), 728/733.
- 2) Otis, D.R. and Pourmovahed, A.: An Algorithm for Computing Nonflow Gas Processes in

Gas Springs and Hydropneumatic Accumulators, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 107 (1985), 93/96.

- 3) Otis, D.R.: New Developments in Predicting and Modifying the Performance of Hydraulic Accumulators, Proceedings of the National Conference of Fluid Power, Vol. 28 (1974), 473/489.
- 4) Kagawa, T.: Heat Transfer Effects on the Frequency Response of a Pneumatic Nozzle Flapper, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 107 (1985), 332/336.
- 5) 例えば、甲藤：伝熱概論、養賢堂（1987）、p. 23.
- 6) 例えば、飯田、他4名：物理定数表、朝倉書店（1969）。

付 録

温度 T_{∞} の広い静止流体中におかれている半径 R の球（固体）と周囲流体との間の熱移動の変化の式は、対流および輻射の影響が無視できるとすると、球座標で次式のように与えられる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \dots\dots\dots(i)$$

ここで、 α は温度伝導率（温度拡散率とも呼ばれ、流体の熱伝導率 λ_a を流体の比熱 C_a と密度 ρ_a で除した値： $\lambda_a/C_a\rho_a$ ）である。

上式を、 $r=R$ で $T=T_s$ （固体球の温度）、 $r=\infty$ で $T=T_{\infty}$ （無限遠の流体の温度）の境界条件で解き、 $r=R$ における温度勾配を求めると次式が得られる。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = (T_{\infty} - T_s) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\sqrt{\pi \alpha t}} \right) \dots\dots\dots(ii)$$

従って、測定対象流体（本研究では空気）に接している熱電対部を、流体に接している素線の影響も考慮した等価半径 R の感熱部と長さ l で半径 r の熱伝導部（素線部）から成るとし、また、被覆膜を介してケーシングに接している長さ l の素線他端の温度を一定（ $T_{s,i}$ ： T_s の初期値）と仮定すると、熱電対感熱部の温度 T_s の変化の式が次のように導かれる。

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{C_s M_s} \left\{ 4\pi R^2 \lambda_a (T_{\infty} - T_s) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\sqrt{\pi \alpha t}} \right) - 2\pi r^2 \lambda_s \frac{T_s - T_{s,i}}{l} \right\} \dots\dots\dots(iii)$$

ただし、 C_s と M_s は感熱部の比熱と質量、 λ_s は素線（本研究ではクロメルとアルメル）の平均の熱伝導率である。