研 究

高 速 油 圧 タ ー ボ モ ー タ の 研 究*

前 田 照 行**

Studies on the High-speed Hydraulic Turbo-Motor

Teruyuki MAEDA

In this paper, the author has presented a high-speed hydraulic turbo motor using a negative damping flow force causing self-excited oscillation of the valve.

Traditional turbo machines employ a flux of momentum for fluid passing out and into the control volume. However, the turbo motor studied here is driven by the flux of the momentum passing out and into the control volume plus the rate of change of momentum within the control volume of the turbo motor.

A theoretical analysis regarding equations of the turbo motor and some experiments were made. According of the results of the simulations using the Runge-Kutta Method, it could be clarified that the rate of change of the momentum within the control volume increases the rotational speed of the turbo motor.

As a result of these, about 40,000 rpm was obtained at 10 MPa and 60°C. The theoretical computations were in good agreement with the experimental results.

Key Words: Hydraulics, High speed, Turbo motor, Negative damping, Self-excited oscillation

1. は じ め に

本研究は、弁などの自励振動の原因である負の減衰力を利用した、タービン形式の高速の油圧モータに関するものである。

従来の油圧モータは、ほとんどが容積型であって、その特徴は低速・高トルクである。また、従来のタービンは、検査体積を出入りする流体の運動量（静的運動量）の変化を利用したものである。

これに対して、本研究の油圧ターボモータは、上記の静的運動量のほかに、検査体積内の運動量の時間的な変化（動的運動量）^{(1)~(3)}をも利用して、より高速で効率の良い油圧モータを開発しようとするものである。理論解析の結果、負の減衰力の存在はタービンの回転に大いに寄与することが明らかとなった。

本報は、主として理論解析についての報告であるが、実験では、10 [MPa] でおおよそ40,000 [rpm] を得ている。これまで、10,000 [rpm] を越えるような油圧モータは存在しない。

本研究の応用例としては、自動車用油圧ターボ、スー

パ・チャージャ、研磨盤の砥石の駆動、道路工事用メタルソーの駆動などが考えられる。

記 号

- A : ノズルの開口面積
- A_c : タービン室の断面積
- C_d, C_v : ノズルの流量および速度係数
- c_2 : 粘性抵抗の θ^2 に比例する係数
- cs, cv : 検査面および検査体積
- F_p, F_t : 検査体積に作用する圧力およびせん断力による力
- h : ノズルの深さ
- I : タービン・ロータの慣性モーメント
- I_l, I_r : 左および右側の減衰長さ
- p : 圧力
- Q : 流量
- R_m, R_0 : タービン・ロータの平均および外側半径
- T : タービン・ロータに作用するトルク
- t : 時間
- t_r : 立上がり時間
- V : 速度
- V_{rn} : 検査面に垂直な流体の相対速度
- V_{in}, V_{out} : 検査面を出入りする流体の速度
- $x = \theta / \theta_a$: 無次元回転角度
- $x' = dx / d\tau$: 無次元回転速度

*平成6年8月31日 原稿受付

**成蹊大学工学部

(所在地 武蔵野市吉祥寺北町3-3-1)

- x'_∞ : 無次元最終速度
 $x'_{\infty d}$: 本タービンの無次元最終速度
 y : θ 方向の直線座標軸
 α_1, α_2 : 式(2)で与えられる係数
 θ : タービン・ロータの回転角度
 θ_a : ノズルの基準角度
 $(//)_\theta$: 回転方向成分
 ρ, ρ_l : 作動流体およびタービン・ロータの密度
 ϕ : ノズルの噴射角度
 $\tau = \omega_0 t$: 無次元時間
 τ_r : 無次元立上がり時間

2. 油圧ターボモータの原理

油圧ターボモータは、タービンとノズルからなっており、その一例をFig. 1に示す。図は、4ノズル、5タービン・ブレードの例であるが、その他の組み合わせも可能である。Fig. 2はFig. 1を展開したものである。

タービン・ブレードとノズルの幾何学的関係は次のように与えられている。

$$\theta_b = \theta_d = 4\theta_a, \quad \theta_a = 0.1\pi \text{ [rad]} = 18^\circ \quad \dots\dots\dots(1)$$

ノズルとブレードが式(1)のように配置されると、回転のすべての瞬間において、ブレードの1つがどれかのノズルの開口部にかかるようになる。したがって、回転中のノズルとブレードの位置関係はFig. 3に示すように、2つのケースに分けられる。

(ケース1)は、ノズルが完全に開いている状態であり、静的な運動量の出入りのみが流体力としてブレードに作用する場合である。

(ケース2)は回転中にブレードの1つがノズルの口にかかっている状態である。このとき、流体の一部は前方に向かい、他の一部は後方に向かう。この際、前述の静的な運動量の変化のほかに、ノズルの開口面積が変化することによる検査体積内の流体の運動量の時間的な変化（動的な運動量の変化）がブレードに作用する。これが本研究で初めてタービンの駆動に利用された流体力である。

3. 油圧ターボモータの運動方程式

タービンは極めて高速で回転しているので、回転による抵抗は周速度 $R_0\dot{\theta}$ の2乗に比例するものと仮定すると、タービンの運動方程式は次式で表される。

$$I\ddot{\theta} + c_2(R_0\dot{\theta})^2 = T \quad \dots\dots\dots(2)$$

タービン・ブレードに作用する流体力によるトルク T を求めるため、Fig. 1に示すような本体に固定した検査体積を考え、運動理論⁽¹⁾を適用すると、

Fig. 1 Turbo-motor with five blades

Fig. 2 Development of nozzles and blades

Fig. 3 Relationship between nozzle and blade

$$T = R_m \left(F_p + F_r - \iint_{cs} \rho V V_{rn} dA - \frac{d}{dt} \iiint_{cv} V \rho dv \right)_\theta \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 F_p は検査面上に作用する圧力による力であるので $(F_p)_\theta = 0$ であり、この面に作用するせん断力による力 F_r は他の項に比べて小さいので、これを無視すると、式(4)のように表される。

$$T = -R_m \left(\iint_{cs} \rho V V_{rn} dA + \frac{d}{dt} \iiint_{cv} V \rho dv \right)_\theta \quad \dots\dots\dots(4)$$

3.1 流体力によるトルク

ノズルとタービン・ブレードの関係は2つのケースに分けられる。

3.1.1 ノズルが完全に開いている場合（ケース1）

ノズルの面積は、

$$A = hR_0\theta_a = \text{constant} \quad \dots\dots\dots(5)$$

であり、

$$Q = C_d A \sqrt{2p/\rho} \quad V = C_v \sqrt{2p/\rho} \quad \dots\dots\dots(6)$$

を考慮すると、式(4)の右辺第1項は、

$$\begin{aligned} \left(\iint_{cv} \rho V V_{rn} dA \right)_\theta &= \rho Q (V_{out} - V_{in})_\theta \\ &= \rho Q (R_0 \dot{\theta} - V \cos \phi) \quad \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

式(4)の第2項は、検査体積内の速度が不変であることから、0となる。したがって、

$$T_1 = 2 C_d C_v R_m R_0 h \theta_a p \cos \phi - C_d R_m R_0^2 h \theta_a \sqrt{2 \rho p \dot{\theta}} \quad \dots\dots\dots(8)$$

3.1.2 タービン・ブレードがノズルの口にある場合（ケース2）

(a) タービン・ブレードの左側

ノズルの開口面積は

$$A = hR_0\theta \quad \dots\dots\dots(9)$$

であるので、式(4)は

$$\begin{aligned} \left(\iint_{cs} \rho V V_{rn} dA \right)_\theta &= -2 C_d C_v R_0 h p \cos \phi \cdot \theta + C_d R_0^2 h \sqrt{2 \rho p \dot{\theta}} \cdot \dot{\theta} \quad \dots\dots\dots(10) \\ \left(\frac{d}{dt} \iint_{cv} \rho p dv \right)_\theta &= \frac{d}{dt} \int_0^{\theta} \left(-\frac{Q}{A_c} \right) \rho A_c dy \\ &= -C_d R_0 h l_i \sqrt{2 \rho p \dot{\theta}} \quad \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

となる。ここに、 y は θ 方向の直線座標軸である。したがって、この部分の流体力によるトルク T_{2l} は

$$\begin{aligned} T_{2l} &= 2 C_d C_v R_m R_0 h p \cos \phi \cdot \theta + C_d R_m R_0 h l_i \sqrt{2 \rho p \dot{\theta}} \\ &\quad - C_d R_m R_0^2 h \sqrt{2 \rho p \dot{\theta}} \quad \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

(b) タービン・ブレードの右側

この部分のノズルの開口面積は

$$A = hR_0(\theta_a - \theta) \quad \dots\dots\dots(13)$$

であるので、

$$\begin{aligned} \left(\iint_{cs} \rho V V_{rn} dA \right)_\theta &= -2 C_d C_v R_0 h p (\theta_a - \theta) \cos \phi \\ &\quad + C_d R_0^2 h \sqrt{2 \rho p (\theta_a - \theta)} \cdot \dot{\theta} \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} \iint_{cv} \rho p dv \right)_\theta &= \frac{d}{dt} \int_0^{\theta} \left(\frac{Q}{A_c} \right) \rho A_c dy \\ &= -C_d R_0 h l_r \sqrt{2 \rho p \dot{\theta}} \quad \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

したがって、この部分の流体力によるトルク T_{2r} は

$$\begin{aligned} T_{2r} &= 2 C_d C_v R_m R_0 h p (\theta_a - \theta) \cos \phi \\ &\quad - C_d R_m R_0^2 h \sqrt{2 \rho p (\theta_a - \theta)} \cdot \dot{\theta} \\ &\quad + C_d R_m R_0 h l_r \sqrt{2 \rho p \dot{\theta}} \quad \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

3.1.3 流体力による全トルク

タービン・ロータに作用する流体力による全トルク T は、

$$\begin{aligned} T &= 3 T_1 + T_{2l} + T_{2r} = 8 C_d C_v R_m R_0 h \theta_a p \cos \phi \\ &\quad + C_d L R_m R_0 h \sqrt{2 \rho p \dot{\theta}} \quad \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

となる。ここに、

$$L = l_l + l_r - 4 R_0 \theta_a \quad \dots\dots\dots(18)$$

3.2 ターボモータの運動方程式

タービン・ロータの運動方程式は、式(2)、(17)より

$$\begin{aligned} I \ddot{\theta} - C_d L R_m R_0 h \sqrt{2 \rho p} \cdot \dot{\theta} + c_2 R_0^2 \dot{\theta}^2 \\ - 8 C_d C_v R_m R_0 h \theta_a p \cos \phi = 0 \quad \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

問題を一般化するために、上式を無次元化する。新しい無次元変数 x 、 τ を

$$x = \theta / \theta_a, \quad \tau = \omega_0 t \quad \dots\dots\dots(20)$$

とすると、式(19)は次のように表される。

$$x'' - \alpha_1 x' + \alpha_2 x'^2 - 8 = 0 \quad \dots\dots\dots(21)$$

ここに、

$$\begin{aligned} x' &= \frac{dx}{d\tau}, \quad \alpha_1 = \frac{C_d L R_m R_0 h \sqrt{2 \rho p}}{I \omega_0}, \\ \alpha_2 &= \frac{c_2 R_0^2 \theta_a}{I}, \quad \omega_0^2 = \frac{C_d C_v R_m R_0 h p \cos \phi}{I} \quad \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

式(21)を解けば、ターボモータのステップ圧力入力に対する応答が求められる。

4. 油圧ターボモータの数値解析

4.1 パラメータの推定

式(21)の数値解析をするに当たって、実験との比較を容易にするために、次の実験値を採用する。

$$\begin{aligned} R_0 &= R_m = 1.5 \text{ [cm]}, \quad h = 0.01 \text{ [cm]}, \quad I = 0.124 \text{ [kg} \cdot \text{cm}^2], \\ \phi &= 40^\circ, \quad C_d = 0.4, \quad C_v = 1.0, \quad \rho_l / \rho = 9.0 \quad \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

4.1.1 α_1 の推定

(a) 負の減衰力を有する本タービンの場合

流体がFig. 3のケース2のように流れているとすると、幾何形状より

$$l_l + l_r = 2 \pi R_0 / 5 \quad \dots\dots\dots(24)$$

したがって、式(1)、(18)より

$$L = l_l + l_r - 4 R_0 \theta_a = 0, \quad \alpha_1 = 0.014 L = 0 \quad \dots\dots\dots(25)$$

(b) 負の減衰力を有しないタービンの場合

この場合は、

$$l_l = l_r = 0 \quad \dots\dots\dots(26)$$

であるので、式(18)より

$$L = -4 R_0 \theta_a = -1.9 \text{ [cm]}, \quad \alpha_1 = 0.014 L = -0.027 \quad (27)$$

したがって、 α_1 として次の値を選ぶ。

$$\alpha_1 = 0.027, \quad 0 \quad \dots\dots\dots(28)$$

4.1.2 α_2 の推定

式(21)よりわかるように、 $\alpha_1 x'$ 、 $\alpha_2 x'^2$ のオーダーは同じ程度と考えられるので

$$\left| \frac{\alpha_2 x'^2}{\alpha_1 x'} \right| \approx \left| \frac{\alpha_2 x'}{a_1} \right| \approx 1 \quad \dots\dots\dots(29)$$

ここで、仮に $x'=50$ (約8,000rpmに相当する) とすると、

$$\alpha_2 \approx \left| \frac{\alpha_1}{x'} \right| \approx \frac{10^{-2}}{50} = 2 \times 10^{-4} \quad \dots\dots\dots(30)$$

したがって、計算のパラメータとして、次の3つの値を選ぶ、

$$\alpha_2 = 10^{-3}, \quad 5 \times 10^{-4}, \quad 10^{-4} \quad \dots\dots\dots(31)$$

4.2 数値計算

ルンゲ・クッタ法による計算結果をFig. 4に示す。

図は、無次元時間 τ に対して、無次元回転速度 $dx/d\tau$ を示している。図より、次のことが分かる。

(1) α_1 が大きくなると、回転速度は増大する。式(22)より、 α_1 を大きくするためには L , h , C_d を大きくするか、 R_0 , ρ を小さくすればよい。

(2) $\alpha_1 = -0.027$ は減衰長さがない場合の例であり、 $\alpha_1 = 0$ の減衰長さを有する場合と比較すると、減衰長さの効果が明らかである。

(3) α_2 の影響は極めて大きく、 α_2 が小さくなるにしたがって、回転速度は急速に増大する。 α_2 は式(22)に示されるように、 θ^2 の係数、すなわち c_2 に依存している。

(4) $\alpha_2 = 5 \times 10^{-4}$ の場合、回転速度の立上がり時間 τ_r は、およそ22.0である。これを実時間に直すと、 $t_r = \tau_r / \omega_0 = 0.21$ [sec] (ここに $\omega_0 = 106$ rad/sec) となる。ここに、「立上がり時間」を、回転速度の最終値の90 [%] に達する時間と定義する。

4.3 回転速度の最終値

式(21)を解けば、回転速度の過渡応答が求められる。一方、最終速度においては、加速度が零となるので、式(21)より

$$\alpha_2 x'^2 - \alpha_1 x' - 8 = 0 \quad \dots\dots\dots(32)$$

を得る。これより、無次元最終速度 x'_∞ は

$$x'_\infty = \frac{\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 + 32\alpha_2}}{2\alpha_2} \quad \dots\dots\dots(33)$$

なお、式(33)の平方根の前の負の符号は、 x' が正の値であるので、捨ててある。

4.3.1 負の減衰力を有する本タービンの場合

$\alpha_1 = 0$ であるので、式(33)は式(22)を用いて本タービンの無次元最終速度 $x'_\infty d$ は

$$x'_\infty d = \sqrt{\frac{8}{\alpha_2}} = \sqrt{\frac{8I}{c_2 R_0^2 \theta_a}} \quad \dots\dots\dots(34)$$

Fig. 4で求めた回転速度の最終速度は、式(34)より、

$$\alpha_2 = 10^{-3} \quad : x'_\infty d = 89$$

$$\alpha_2 = 5 \times 10^{-4} \quad : x'_\infty d = 126$$

$$\alpha_2 = 10^{-4} \quad : x'_\infty d = 283$$

となり、Fig. 4と一致している。

実時間の回転速度(角速度)で表すと、 $R_m \doteq R_0$ を考慮すると、本タービンの最終速度(角速度) $\dot{\theta}_{\infty d}$ は

$$\dot{\theta}_{\infty d} = \omega_0 \theta_a x' = \sqrt{\frac{C_d C_v h p \theta_a \cos \phi}{c_2}} \quad \dots\dots\dots(35)$$

実時間での回転速度を上げるためには、式(35)より、 C_d , h , p , θ_a を大きくし、 c_2 , ϕ を小さくすればよい。

4.3.2 α_1 , α_2 が最終速度に与える効果

式(33)と(34)の比を取ると

Fig. 4-a Simulation of pressure step response

Fig. 4-b Simulation of pressure step response

Fig. 4-c Simulation of pressure step response

Fig. 5 Final speed ratio of a turbo-motor with damping length against without damping length

Fig. 6 Oil circulating system

$$\frac{x'_{\infty d}}{x'_{\infty}} = \frac{1}{\frac{\alpha_1}{\sqrt{32\alpha_2}} + \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_1}{\sqrt{32\alpha_2}}\right)^2}} \quad (36)$$

式(36)をグラフに表すと、Fig. 5のようになる。負の減衰力を有しないタービンは、本計算例の場合、 $\alpha_1 = -0.027$ 、 $\alpha_2 = 5 \times 10^{-4}$ 程度であるので、図より、 $(x'_{\infty d}/x'_{\infty}) = 1.23$ となり、負の減衰力を有する本タービンは負の減衰力を有しないタービンより23%の速度上昇が得られる。

5. 実験解析

Fig. 6は、油圧ターボモータの実験装置である。ターボモータの軸には、6個の突起のある円盤④が取り付けられており、非接触回転計⑤でパルスを計測して回転数を求めている。

Fig. 7は油温をパラメータとして、圧力に対するターボモータの回転速度をプロットしたものである。回転速度は圧力の1/2乗に比例していることがわかる。10 [MPa]、60 [°C]で38,000 [rpm]の回転数を取得

Fig. 7 Experimental results of rotational speed

Fig. 8 Experiment of pressure step input response

Fig. 9 Experimental response curve by pressure step input

いる。

圧力ステップ入力に対するターボモータの応答は、リリーフ弁②で所定の圧力に設定した後、電磁ソレノイド弁③を開いて求められる。記録したデータの一つをFig. 8に示す。

Fig. 9は、温度を50 [°C], 60 [°C] にしたとき、圧力ステップ入力に6, 8, 10 [MPa] であるときのステップ応答である。図より、次のことが分かる。

- ① 温度が高くなると、回転数が上昇する。これは、温度が高くなると、粘度が減少するので c_2 が減少し、 α_2 が減少するためである。
- ② 圧力の1/2乗に比例して回転数が上昇する。
- ③ 過渡応答の波形は、理論計算の $\alpha_2 = 5 \times 10^{-4}$ の場合と極めて良く一致している。
- ④ 立上がり時間は0.38 [sec] である。理論計算では、0.22 [sec] であって、若干の差異がみとめられる。この理由として、次のことが考えられる。理論では、作動油の圧縮性を考慮していないが、実験では、大きな圧力ステップによって、大きな作動油の圧縮があり、さらに、ゴムホースの膨張が起きているためであろう。

6. おわりに

流体の負の減衰力を利用した新しいタイプの高速油圧タービンを提案し、その理論解析と実験解析を行い、以下の結論を得た。

(1) 理論解析の結果、負の減衰力の存在によって、タービンの回転数が極めて上昇することが明らかとなった。

(2) 理論解析により、回転数に影響を与えるパラメータを明らかにし、高速油圧ターボモータの設計の指針を与えた。

(3) 実験解析の結果、10 [MPa], 60 [°C] で、38,000 [rpm] を得た。

参考文献

- 1) I. H. Shames: Mechanics of Fluids, Mc. Graw-Hill
- 2) 前田：ポペット弁の動特性に関する研究（第1報，理論解析），機論，35-274, 1285 (1969)
- 3) 前田：油圧発振器の研究（第1報），機論，44-377, 109 (1978)
- 4) 前田：小波：油圧発振器の研究（第2報），機論，46-405, 902 (1980)
- 5) T. Maeda: Developments of High Speed Turbo-Motor, Sixth Bath International Fluid Power Workshop, (1993)