研 究

管路内絞り部の圧力、流速分布の数値解*
(絞りのキャビテーションと関連して)

柯 堅**, 山 口 惇***

Numerical Analysis of Pressure and Velocity Distribution in Orifices
(Related to Cavitation in Orifices)

Jian KE and Atsushi YAMAGUCHI

The two-and three-dimensional pressure and velocity distributions around restrictors in pipes are numerically obtained by applying the finite volume method with $k-\epsilon$ turbulence model. As the numerical method is not applicable to flows with phase change, the results correspond to the fluid with an enough tensile strength. However, for the case of three kinds of orifices whose experimental results have already been reported, the minimum pressure which appears just after the inlet edge of orifices is shown to be able to explain the facility of cavitation occurrence.

Keywords: Cavitation, Orifice, Turbulent Flow Model, Steady Flow, Unsteady Flow, Numerical Analysis

1. 序 言

油圧システムにおけるキャビテーション¹⁻⁵⁾は従来から注目され、よく応用される絞りの定常及び非定常流れ場におけるキャビテーションの実験的研究⁶⁻¹¹⁾が行われている。しかしながら、キャビテーション発生についての理論的な研究はほとんどない。山口ら¹²⁾の円筒絞りのキャビテーションの発生遅れに関する理論及び実験的な論文があるにすぎない。本研究は、油圧管路に設けた絞り部のキャビテーションに対する基本的理解を得ることを目的として、ナビエ・ストークス方程式に $k-\epsilon$ 乱流モデル及び有限体積法を適用し、絞り部の定常、非定常流れの圧力及び流速分布を数値解析し、前報¹³⁾¹⁴⁾の実験結果と比較検討する。なお、流れ場は基本的に軸対称であるが、計算量が大きくなるため、円筒絞りについては二次元流と三次元流として扱うが、オリフィス絞りについては二次元流のみとする。また、使用プログラム(Prostar)¹⁵⁾は単相のみに適用できるため、液体は抗張力を持つと仮定した扱いとなる。

2. 記 号

p_1 : 絞り入口圧力 (MPa)
 p_2 : 絞り出口圧力 (MPa)
 p_v : 蒸気圧 (MPa)
 V_0 : 管路入口での平均流速 (m/s)
 V_a : 管路入口流速の振幅 (m/s)
 θ : 油温 ($^{\circ}\text{C}$)
 f : 周波数 (Hz)
 l : 絞り長さ (m)
 d : 絞り内径 (m)
 Re : レイノルズ数
 ρ : 作動油密度 (kg/m^3)

3. 基礎方程式及び計算方法

3.1 基礎方程式

乱流を数値シミュレーションによって解析する場合、ナビエ・ストークス方程式とエネルギー方程式とを用いることが多い。テンソル表示¹⁶⁾で、次のようになる。

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} \rho) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \tilde{u}_j) = s_m \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} \rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \tilde{u}_j u_i - \tau_{ij}) \\ = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + s_i \end{aligned} \quad (2)$$

*平成7年10月23日 原稿受付

**横浜国立大学工学研究科大学院

***横浜国立大学工学部

(所在地 〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

ここに， t ：時間； x_i ：直交座標（ $i=1, 2, 3$ ）； u_i ：絶対流速の x_i 方向成分； $\tilde{u}_j = u_j - u_{cj}$ ，流体と速度 u_{cj} で移動する局所（移動）座標系の相対速度； p ：全圧 $= p_s + \rho_0 g_m x_m$ ，ここで p_s は静圧， ρ_0 は基準密度， g_m は重力加速度，及び x_m は ρ_0 が定義される基準座標； τ_{ij} ：応力テンソル； s_m ：質量源； s_i ：運動量源； $\sqrt{g}$ ：メトリックテンソルの行列式。

本研究の対象である絞りにおいては，その入口及び出口において，渦や局部逆流を生じる可能性が高いため，基礎方程式(1)，(2)に使用する乱流モデルとして $k-\epsilon$ モデルを採用している。すなわち，乱流エネルギーに対し

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} \rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \tilde{u}_j k - \frac{\mu_{eff} \partial k}{\sigma_k \partial x_j} \right] = \mu_t (P + P_B) - \rho \epsilon - \frac{2}{3} \left[\mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho k \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (3)$$

ここに，

$$k = \frac{u_j' u_j'}{2}; \quad \epsilon = C_\mu \frac{k^{3/2}}{1_K}$$

k は乱流分量であり， 1_K は乱流長さである。

$$P \equiv 2s_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}; \quad \mu_{eff} = \mu + \mu_t$$

$$P_B = -\frac{g_i}{\sigma_{ht}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_j}; \quad \sigma_k \text{は実験定数である。式(3)右辺}$$

第1項はすり応力，法線応力及び浮力によって乱流が発生していることを示す。第2項は粘性拡散，第3項は圧縮効果による増幅，または減衰を表す。

乱流拡散速度に対し

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} \rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \tilde{u}_j \epsilon - \frac{\mu_{eff} \partial \epsilon}{\sigma_\epsilon \partial x_j} \right] \\ = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \left[\mu_t (P + C_{\epsilon 3} P_B) - \frac{2}{3} \left[\mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho k \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right] \\ - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} - C_{\epsilon 4} \rho \epsilon \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに， σ_ϵ ， $C_{\epsilon 1}$ ， $C_{\epsilon 2}$ ， $C_{\epsilon 3}$ ，及び $C_{\epsilon 4}$ は実験定数であり，Table 1に本研究で使用した値を示す。いずれも参考資料^[17-18)]から選定した値である。

なお， $P_B > 0$ の場合 $C_{\epsilon 3} = 1.44$ ，それ以外の場合は $C_{\epsilon 3} = 0$ を採る。

3.2 計算方法

有限体積 (FV) に対する運動量方程式の演算方程式は次のようにかける。

$$A_p u_{i,p}^n = H(u_{i,m}^n) + B_p^o u_{i,p}^o + s_1 + D_p(p_{n+}^n - p_{n-}^n) \quad (5)$$

Table 1 Values Assigned to Standard $k-\epsilon$ Turbulence Model Coefficients

C_μ	σ_k	σ_ϵ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_{\epsilon 3}$	$C_{\epsilon 4}$
0.09	1.0	1.2	1.44	1.92	0 or 1.44	-0.33

ここに， $H(\quad) \equiv \sum_m A_m u_{i,m}$ であり， D_p は形状係数。有限体積 (FV) に対する連続方程式の演算方程式は次式となる。

$$B_p^n - B_p^o + \sum_j (\rho^n u_j^n s_j) = 0 \quad (6)$$

ここに， u_j はセル面の法線方向速度， s_j は対応する面の面積である。並置された変数配置において，面速度 u_j はノードの速度及び隣接圧力によって表す必要がある。これは次の形式のセル面運動量方程式を組み立てて行う。

$$\overline{A_p u_j^n} = \overline{H(u_{i,m}^n)} + \overline{B_p^o} u_{j,p}^o + \overline{s_1} + \overline{D_p} (p_{n+}^n - p_{n-}^n) \quad (7)$$

ここに，上線は，その下にあるノードの運動量係数を平均した形式を示す。この式を連続方程式(6)に代入すると，次の圧力方程式が得られる。

$$A_p p_p^n = \sum_m A_m p_m^n + s_1 \quad (8)$$

ここに，運動量源 s_1 はノードの速度場の関数である。以上の方程式から，圧力，速度を計算することができる。また，非定常計算の場合，PISO算法^[19)]の重要なパラメータは，時間増分 δt の大きさである。次式で示す対流及び拡散用の特性時間の最小値 δt_c が精度の基準となる。

$$\delta t_c = \min \left[\frac{\delta L}{U}, \frac{\rho \delta L^2}{\Gamma} \right] \quad (9)$$

ここで， U と Γ はそれぞれ特性速度と拡散率， δL は平均メッシュ寸法である。通常， $\delta t = 10 \delta t_c$ と選定すると，適当な時間精度が得られる。

4. 形状モデル，メッシュ及び計算精度

4.1 形状モデル及びメッシュ

解析は実験結果を報告した円筒絞り及びオリフィス絞り（円筒絞りはLOと呼ぶ，流れが徐々に絞られるオリフィス絞りはOR1，逆形状はOR2と呼ぶ）を対象とし，形状をFig. 1(a)に示す。円筒絞りは長さ0.01m，内径0.002mであり，オリフィス絞りは長さ0.001m，内径0.002mである。図(b)に計算領域を示す。絞り前後の管路長さは0.06m，内径は0.014mである。三次元と二次元絞りに対する計算断面形状を図(c)に示す。よく知られているように，数値離散化誤差はセル・サイズと関係する。セルが小さい（従って，メッシュ密度が高

(a) Velocity Contour Line

(b) Pressure Contour Line

Fig. 2 Velocity and Pressure Contour Line of Three-Dimensional Model of Long Orifice

Table 2 Comparison of Two and Three-Dimensional Model of Long Orifice (Computational Results, inlet velocity 0.591m/s)

Dimension	Pressure		Velocity
	(MPa)		(m/s)
	Max.	Min.	Max.
2	1.052	0.05546	46.73
3	1.109	-0.0017	42.06

Table 3 Comparison between Computational and Experimental Results

Computation				Experiment		
V_0	p_1	p_2	k	p_1	p_2	k
m/s	(MPa)	(MPa)		(MPa)	(MPa)	
0.591	0.85	0.0941	0.12	0.94	0.106	0.13
0.789	1.38	0.0902	0.07	1.45	0.106	0.08
1.100	2.98	0.0780	0.03	3.10	0.109	0.02

Fig. 4 Max. and Min. Pressure in LO

Fig. 4に絞り内の最大，最小圧力と管路入口流速の関係を示す。入口流速の増加に伴って，最大圧力は増加し，最小圧力は小さくなり， V_0 が約0.70m/sになると，圧力は負になる。ここで使用したナビエ・ストークス方程式及び乱流モデルは，相変化を扱えないため，流体は抗張力を有するとした扱いになる。

Table 3に円筒絞り入口前0.014mの断面平均圧力 p_1 ，出口後0.014mの断面平均圧力 p_2 （いずれも実験における圧力測定断面）を示す。あわせて実験結果を示す。キャビテーション係数 k は $(p_2 - p_v)/(p_1 - p_2)$ で計算した。

計算結果は実験結果とほぼ一致したが，計算モデルでは，キャビテーション気泡が存在しないため，流動抵抗の増大が含まれず，また，実験した絞りより出口の管路を短くしたので，計算結果は多少小さい値と

 (a) $V_0 = 0.591$ m/s

 (b) $V_0 = 1.100$ m/s

Fig. 3 Low Pressure Region in LO

Table 4 Results for OR1 and OR2

Type	V_0 (m/s)	Pressure(MPa)		Velocity(m/s)
		Max.	Min.	
OR1	0.591	0.6836	-0.0017	36.34
	0.789	1.1264	-0.1251	43.25
OR2	0.591	0.7868	-0.3121	41.04
	0.789	1.2920	-0.5800	49.24

Fig. 5 Pressure Contour Line in OR2

(a)OR1($V_0=0.591$ m/s) (b)OR2($V_0=0.591$ m/s)

Fig. 6 Low Pressure Region in OR1, OR2

なっている。ただし、この差は絞り形状に基づくキャビテーションの発生しやすさの判断には、影響しない。
(2) オリフィス絞り

Table 4はOR1, OR2絞りの圧力と流速の最大及び最小値を示す。入口流速の増加によって、負圧の絶対値は大きくなり、OR2の絞り部の圧力はOR1より低くなる事が分かる。Fig. 5に $V_0=0.591$ m/sの場合のオリフィス絞り (OR2) の等圧力分布を示す。絞り部の最低圧力は-0.24MPaになった。

絞りOR1とOR2の低圧力区域 (0 ~ 0.1MPa) を Fig. 6に示す。図(a)の上部の線aは絞り内径0.002mmの入口断面である。低圧区域の開始点は絞り入口の約0.005mm後方である。図(b)の線aは入口断面, bは絞りの拡大開始位置であり、低圧区域の開始点は絞り入口の約0.002mm後方であり、OR1の場合より多少入口側に移る。OR2の低圧区域はOR1より大きい。すなわち、OR2はOR1に比べ、キャビテーションを生じやすい。

6.2 非定常流れ

Fig. 7はOR1の流速ステップ状変化 ($V_0=0.591$ m/s, $V_a=0.198$ m/s) に対する絞り入口圧力 p_1 , 出口圧力 p_2 の実験結果を示す。 p_2 はA点において、0.100MPaから0.114MPaまで急上昇して、短期間のキャビテーション閉塞が認められた。これは、その後の高周波振動と

Fig. 7 Pressure Response in OR1 (Experiment)

Fig. 8 Step Response of Pressure

Fig. 9 Sinusoidal Pressure in LO (Experiment)

Fig. 10 Sinusoidal Pressure in LO

絞り出口で見られたキャビテーション気泡崩壊と対応する。管路の圧力損失のため、 p_2 は大気圧より約0.01MPa高くなる。絞り入口圧力 p_1 はほとんど振動しない。

同様の条件下で、数値的に求めた絞り部圧力の最大、最小値をFig. 8に示す。絞り前後の管路長さの計算域が短いため、図ではサージ圧力を生じていない。OR1については、絞り部の最小圧力は-0.002MPaから-0.125MPaまで0.002sの間に降下し、その後この最低圧力は持続する。この持続する低圧がキャビテーション気泡の発生及び成長をうながすと判断できる。また、絞り形状の影響の大きいことも分かる。

Fig. 9は円筒絞りの流速が正弦波状に変化する場合 [$V_0=0.591+0.198\sin(4\pi t)$ m/s] の絞り入口圧力 p_1 、出口圧力 p_2 に対する実験結果を示す。A点はキャビテーション閉塞の発生点、B点は消滅点である。Fig. 10は同様の条件下での絞り入口前方0.014m及び出口後方0.014mでの計算値を示す。 p_1 の波形は実験と一致しているが、値自体は約0.08MPa小さい。

Fig. 9のキャビテーション閉塞の発生点Aにおいて、 p_1 及び瞬間流量がほとんど変わらないので、流量係数はわずかであるが増大したことになる。キャビテーション

の発生により、絞り出口以降の流路抵抗が増大するため、 p_2 の実験値は急増加し、計算波形と逆相になっていると考えられる。Fig. 10に示す絞り部の最小圧力Pminは、速度0.591m/s($t=0$ 時の流速)から約0.04sで-0.092MPa以下となった。この時点は実験でのキャビテーション閉塞発生点に対応する。

7. 結 論

絞り部の圧力と流速分布を求めるため、その二次元、三次元モデルに $k-\epsilon$ 乱流モデルを適して、数値計算を行った。使用したプログラム(Prostar)が単相に限定されているため、この結果は、作動油が抗張力を持つとした場合に対応する。

- 1) 絞り入口直後に低圧域が生じ、流速の増大につれ圧力は低下し、その区域も広がる。
- 2) 絞り形状と絞り入口部に生じる低圧力との関係を明らかにし、定常キャビテーションの発生しやすさ(OR2, OR1, 円筒絞りの順)を説明できた。これは、実験結果と一致する。
- 3) 流速のステップ状変化に伴う絞り部の最低圧力(及びその区域の広さ)から判断して、非定常キャビテーションの発生しやすさ(OR2, OR1, 円筒絞りの順)を説明できる。これも、実験結果と一致する。

参 照 論 文

- 1) 稲熊, 日比, 市川油圧システムの絞りにおけるキャビテーション, 油圧と空気圧, 7-6 (1976-11), 341.
- 2) McCloy, D. and Beck, A., Some cavitation effects in spool valve orifices, Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 182-Pt-No. 8 (1967-68), 163.
- 3) 横溝, スプール弁に発生するキャビテーションについて, 日本機械学会論演論文集NO. 202 (1968), 101.
- 4) 津曲, 日比, 市川, スプール弁の特性に対するキャビテーションの影響, 日本機械学会論文集(B編) 52-48 (1986), 3519.
- 5) 青山ら ポペット形油圧弁のキャビテーション特性, 日本機械学会論文集(B編) 54-498 (1988), 398.
- 6) 日比, 市川, 宮川, 円筒形絞りの特性, 油圧と空気圧, 2-2 (1971-4), 72.
- 7) 山科, 日比, 市川, 短い円筒形絞りにおけるキャビテーション, 油圧と空気圧, 14-3 (1983), 199.

- 8) 山口, 油圧作動油のキャビテーション (第3報), 油圧と空気圧, 9-2 (1978), 113.
- 9) 山口, 油圧作動油のキャビテーション (第4報), 油圧と空気圧, 10-6 (1979), 368.
- 10) 青山ら, 円筒絞りのキャビテーション特性, 機論 B57-544 (1991), 3991.
- 11) 市川, 日比, 井上, 2次元絞りにおける油のキャビテーション, 油圧と空気圧, 11-6 (1984), 545,
- 12) 山口, 柯, 絞り部に生じるキャビテーションの発生遅れについて, 日本機械学会論文集 (B編) 61-586 (1995), 1970.
- 13) 柯, 山口, 円筒絞りの非定常キャビテーション特性油圧と空気圧, 26-1 (1995), 82.
- 14) 柯, 山口, オリフィス絞りの非定常キャビテーション特性 油圧と空気圧, 26-4 (1995), 138.
- 15) Prostar Manual, CD-Adapico U.S. A..
- 16) Warsi, Z.V.A. (1981). Conservation form of Navier Stokes equations in general nonsteady coordinates, AIAA J., 19, p. 240.
- 17) Launder, B.E., and Spalding, D.B. (1974). The numerical computation of turbulent flow, Comp. Meth. in Appl. Mech. & Eng., 3 p. 269
- 18) Rodi, W. (1979) Influence of buoyancy and rotation on equations for turbulent length scal, Proc. 2nd Symp. on Turbulent Shear Flows.
- 19) El Tahry, S.H. (1983). $k-\epsilon$ equation for compressible reciprocating engine Flows, AIAA J. Energy, 7, No. 4 p. 345.