研究論文

複合管路系内流体過渡現象の数値的モード近似法に基づく 実用的で高精度なシミュレーション法の開発*

(第1報, 基本的な計算アルゴリズムの確立)

品 田 正 昭**, 小 嶋 英 一**

Development of a Practical and High Accuracy Simulation Technique based on Numerical
Modal Approximation for Fluid Transients in Compound Pipeline Systems
(1st Report, Establishment of Fundamental Calculation Algorithm)

Masaaki SHINADA, Eiichi KOJIMA

A new simulation technique called the “system modal approximation” method for fluid transients in compound pipeline systems is developed and presented. Unlike existing approaches based on modal approximation of the input/output causality of individual line elements, this new method is based on modal approximation of the frequency transfer function itself of the output (wanted variable) to the input (source), considering the total system dynamics. This simulation technique also has these features only the numerical data of the frequency response of transfer matrix parameters of individual line element, which may be given from either theoretical model or experimental measurements, is needed, and the desired output variable alone can be calculated selectively in the time domain by a simple algebraic expression in the form of a recurrence formula. For complex pipeline systems, the superiority of this technique to other existing modal approximation-based methods in accuracy, easy applicability, flexibility, computation time, etc. is discussed with experimental comparisons.

Key Words: Fluid transients, Water hammer, Compound pipeline system, Modal approximation, Simulation

1. 緒 言

流体過渡現象に起因する各種配管系の衝撃・振動の低減化や、流体過渡現象を制御して系全体の動特性の改善を図ることは、油圧工学の分野においても極めて重要な技術的課題である。この目的を合理的に達成するためには、発生する流体過渡現象を高速・高精度に予測できるシミュレーション技術を開発し、これを設計ツールとして利用することが最も有効である。従来、単一管路系や複数の管路の比較的単純な組合わせ管路系の流体過渡現象に対しては精度的にも信頼できるシミュレーション法が開発されている。しかし、実際の装置や機械で対象となる管路系は、寸法や材質の異なる複数の管路、各種管継手、弁など多くの要素から構成され、また分岐や合流部を有する複雑な管路系〔本研究ではこれを複合管路系 (compound pipeline system) と記す〕である場合が多い。そのため、従来提案されている各種の流体過渡現象シミュレーション技術をこの

ような多様な複合管路系へ適用する場合には、適用そのものが極めて困難であるか、解析精度が著しく劣化してしまうなどの問題があり、その改良対策が強く望まれている。

すなわち、管内流体過渡現象の代表的なシミュレーション法である特性曲線法¹⁾を複合管路系に適用する場合には、主に、管路要素の全てに対して一定の計算時間間隔に対応した分割格子を適切に設定することは極めて難しい、粘弾性ゴムホースのように波動伝播速度が周波数に依存する管路要素に対しては特性格子の設定ができない、などの問題がある。

複合管路系のシミュレーション技術として現在最も有望視されているのはモード近似法に基づく方法^{2)~6)}である。この方法は、個々の管路要素内の流れの動特性をラプラス領域で有限個の一次遅れ要素と二次遅れ要素の線形結合で近似し、時間領域では状態空間方程式 (連立一階常微分方程式) として表すものである。複合管路系に対する計算は、全管路要素の状態空間方程式を直接数値積分するか、あるいは、状態空間方程式の解法に基づく既存のシミュレーターに組み込むことで行われる。本研究ではこの方法を、個々の管路要素をモード近似するという意味から、“要素モード近似法” (element modal approximation method, 略してEMA法) と記す。しかし、次章で詳述するように、

*平成13年10月17日 原稿受付

**神奈川大学工学部機械工学科

(所在地 〒221-8686 横浜市神奈川区六角橋 3-27-1)

E-mail: shinam01@kanagawa-u.ac.jp

EMA法は、複合管路系に適用した場合には近似精度が著しく劣化するなど解決すべき問題点が多々ある。

これらの方法の外に、管路要素の状態空間方程式を有限要素法から直接導出する方法⁷⁾も提案されているが、複合管路系への適用に当たっては、本質的に上述のEMA法と同じ問題点を含むものと推察される。

本提案の複合管路系内流体過渡現象のシミュレーション技術は従来のEMA法の問題点を解決するために開発されたものである。主な特徴は、系の各構成要素の周波数伝達特性が数値的に既知であることのみを前提に、これらの数値データを基に全構成要素と系の境界条件を考慮した系全体の出力/入力周波数応答関数を算出し、これを数値的にモード近似するものである。本研究では本提案の方法を、システム全体をモード近似するという意味から、“システムモード近似法” (system modal approximation method, 略してSMA法) と記す。

本報では、まず、従来提案されているEMA法を複合管路系に適用した場合の問題点を具体例を挙げて指摘する。次いで、SMA法の基本的な計算アルゴリズムを確立する目的で、出力/入力の伝達関数が二次遅れ要素のモードのみで近似できる場合のシミュレーション法を提案する。最後に、構成の異なる3種類の複合管路系を対象に、SMA法によるシミュレーション結果と特性曲線法による計算結果および実測結果とを比較検討し、本SMA法の有効性を検証する。

2. EMA法による複合管路系のシミュレーション

ここでは、Fig. 1に示すように、 I 個の同じ剛体壁円管の管路要素が直列に連結された(単一)管路を(擬)複合管路系と見做し、この系に発生する流体過渡現象をEMA法でシミュレーション解析した。系の出力変数は各管路要素の接続点および境界における圧力 p と流量 q 、入力変数は系始端の圧力 p_0 と終端の流量 q_I であるとする。ただし、以下では、変数の小文字は時間領域の値を、大文字はラプラス領域または周波数領域の値を表示するものとする。

管路内流れを二次元非定常層流と仮定すると、 i 番目の管路要素の伝達特性は、上流側圧力 P_{i-1} と下流側流量 Q_i に対する他の2変数の伝達関数 G_{ik} ($k=1\sim 3$)を用いて次式のように表すことができる⁸⁾。

$$\begin{Bmatrix} P_i \\ Q_{i-1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{i,1} & G_{i,2} \\ G_{i,3} & G_{i,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{i-1} \\ Q_i \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Fig. 1 Single pipeline divided as a compound pipeline system

ここで、

$$\left. \begin{aligned} G_{i,1} &= 1/\cosh \Gamma_i, G_{i,2} = -Z_c \sinh \Gamma_i / \cosh \Gamma_i, \\ G_{i,3} &= \sinh \Gamma_i / (Z_c \cosh \Gamma_i), \Gamma_i = (l_i s / c) \sqrt{\xi(s)}, \\ Z_c &= Z_0 \sqrt{\xi(s)}, Z_0 = \rho c / \pi r^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

であり、 c は管内流体中の音速、 l_i は i 番管路要素の長さ、 r は管路内半径、 s はラプラス演算子、 ν は流体の動粘度、 ρ は流体の密度、 $\xi(s)$ はベッセル関数を含む超越関数である。式(2)中の各双曲線関数は二次遅れ要素の有限乗積で、 $\xi(s)$ は一次遅れ要素の有限和で近似することができる。この近似を用いれば、式(1)の各伝達関数 G_{ik} の分母と分子は s の一次式と二次式の乗積で表され、これらを部分分数に展開することにより、 G_{ik} を一次遅れ要素と二次遅れ要素の有限和で近似(モード近似)することができる^{2)~6)}。

全ての管路要素の伝達特性[式(1)]をモード近似すれば、Fig. 1の複合管路系の流体過渡現象は、 p_0 と q_I を入力変数とした出力変数に関する連立一階常微分方程式として表すことができ、これをルンゲ・クッタ法などの連立常微分方程式の解法で数値計算することができる。また、複合管路系の周波数応答は、 P_0 と Q_I を入力変数とした出力変数に関する連立線形一次代数式として表すことができ、これを連立一次方程式の解法で数値計算することができる。シミュレーションに用いた諸元は、 $I=5$ 、 $l_i=1\text{ m}$ ($i=1\sim 5$)、 $r=5\text{ mm}$ 、 $c=1350\text{ m/s}$ 、 $\nu=50\text{ mm}^2/\text{s}$ 、 $\rho=867\text{ kg/m}^3$ である。

Fig. 2は一つの管路要素($i=1$)に対するEMA法の近似精度を調べたものである。Fig. 2(a)中の(i)~(iii)は、管路要素の式(1)中の3種類の伝達関数の周波数応答であり、厳密解[式(2)]とEMA法によるシミュレーションの比較を示している。Fig. 2(b)中の(i)~(iii)は、それぞれの図中に鎖線で示す入力変化に対する時間応答であり、特性曲線法による解とEMA法によるシミュレーションの比較を示している。Fig. 2の結果から、単独の管路要素に対しては、入力/出力の因果律の如何に依らず、EMA法の近似精度は極めて高いことがわかる。

Fig. 3は、Fig. 1に示す複合管路系全体に対する解析結果である。図から、EMA法によるシミュレーションでは、個々の管路要素は高精度に近似されているにもかかわらず、これらを結合した複合管路系全体に対してはその近似精度は著しく劣化することがわかる。また、この近似精度の劣化の度合いは、要素数 I 、各管路長さ l_i の比率や組合せ、モード近似の次数、因果律の選定[式(1)の伝達関数の選定]などによって変わることも確認された。Fig. 3(a)から、この近似精度の劣化は主に各管路要素の固有周波数近傍で著しくなることがわかる。これは、個々の管路要素の伝達関数の双曲線関数を有限個の二次遅れ要素で近似し、そのモード近似式の留数を最適化して求めていることに本質的に起因していると推察される。すなわち、その固有値で最適にモード近似された個々の管路要素の伝達関数を連結し

Fig. 2 Comparison between exact solutions and EMA simulations for single pipe element in pipeline system shown in Fig. 1

Fig. 3 Comparison between exact solutions and EMA simulations for pseudo-compound pipeline system shown in Fig. 1 ($I = 5$)

て得た系全体の近似伝達関数は、固有値が異なる系全体の伝達関数の最適な近似とはならないという理由によるものと推察される。

以上の結果から、EMA法によるシミュレーションは、単一管路要素の場合には高精度の近似が得られるが、複合管路系に適用すると近似精度が本質的に劣化してしまうことがわかる。EMA法は、この他に実用的にも、各管路要素のモード近似の極が既知か推定可能であること、極端に短い管路要素がある場合には、計算時間間隔の設定をこの要素の最高次数モードに合わせるために計算時間間隔が不必要に小さくなること、全ての管路要素の状態量を計算するために計算時間が長くなること、などの問題点がある。

したがって、EMA法では多様な複合管路系に対して高速・高精度のシミュレーションは実現できないといえる。

3. SMA法の基本的な計算アルゴリズム

本提案のSMA法は、EMA法を複合管路系に適用した場合の前述の諸問題点を解決するために発想されたものである。ここで必要とする解析対象系の情報は、解析周波数域とこの周波数域の各構成要素の周波数応答伝達特性の数値データのみである。したがって、粘弾性ゴムホースなども構成要素に含まれてよい。計算法は、これら周波数応答伝達特性から必要な出力/入力周波数応答関数を算出し、この周波数応答関数を数値的にモード近似するものである。

したがって、SMA法は、数学的厳密性は多少欠けるものの、EMA法での諸問題点を全て回避でき、複雑な係数の導出なども不要となるため、多様な複合管路系に容易に適用できる実用的なシミュレーション法である。本論文では、汎用的なSMA法を開発するための第一段階として、出力/入力の伝達関数が二次遅れ要素のモードのみで近似できる場合、具体的には、圧力入力以外の境界条件が全て一定流量源のときの圧力出力/圧力入力の場合に考察対象を限定し、SMA法の基本的なアルゴリズムを確立する。本SMA法の計算手順は以下のとおりである。

[1] 構成要素の周波数伝達特性の設定 複合管路系の変数を全ての構成要素の接続点および系の境界における圧力 P と流量 Q とすると、 i 番の構成要素の伝達特性は解析周波数域（ $0 \sim f$ ）で次式の四端子周波数伝達行列の要素 $A_i \sim D_i$ で設定されるものとする。

$$\begin{Bmatrix} P_{i-1}(j\omega) \\ Q_{i-1}(j\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i(j\omega) & B_i(j\omega) \\ C_i(j\omega) & D_i(j\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_i(j\omega) \\ Q_i(j\omega) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここで、変数の添え字 $i-1$ は構成要素の上流側を、 i は下流側を表す。また、 $()$ 内の変数 j は虚数単位を表す。

[2] 周波数伝達全体行列式の構築 入力変数、各構成要素の接続や分岐・合流の条件を考慮して系の周波数伝達全体行列式を次式のように構築する。

$$\begin{bmatrix} E_{j,j}(j\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_j(j\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{j,k}(j\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_k(j\omega) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 $Y_j(j=1 \sim J)$ は未知変数ベクトル、 $X_k(k=1 \sim K)$ は入力変数ベクトル、 $E_{j,j}$ は式(3)の行列要素と0、1、-1で構成される $J \times J$ 行列、 $F_{j,k}$ は $E_{j,j}$ と同様の構成の $J \times K$ 行列である。

[3] 周波数伝達関数の算出 式(4)からガウス・ヨルダン法で各入力変数に対する各未知変数の周波数伝達関数 $G_{j,k}(j\omega)$ を次式のように求める。

$$\begin{Bmatrix} Y_j(j\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{j,k}(j\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_k(j\omega) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式(4)から式(5)に至る計算過程の具体例を付録に示す。

以下では説明と記述を簡単にするため、式(5)の一入力一出力の場合のみを記し、 X_i 、 Y_i および $G_{j,k}$ を単に X 、 Y および G と記す。多入力の場合には各入力変数に対する以下の計算の線形結合となる。

[4] モード近似式の設定 本報で検討対象にする出力/入力因果律に対しては $G(s)$ は次式の $G^*(s)$ のように二次遅れ要素のみの有限和でモード近似することができる。

$$\left. \begin{aligned} G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} &\cong G^*(s) = b_0 + \sum_{n=1}^N \frac{a_n s + b_n}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \\ b_0 &= G(0) - \sum_{n=1}^N b_n / \omega_n^2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで、定数項 b_0 は有限和での近似に起因する定常誤差を

修正するために導入した係数である。

[5] モーダル係数の数値的算定 $G^*(s)$ の固有値を表す係数 ω_n と ζ_n をモーダル解析における半幅値を用いた推定法に準じた方法で $G(j\omega)$ から数値的に算定する。すなわち、 $G(j\omega)$ のコ・クアド線図上で、虚部が n 番目の極値を示す周波数 f_n と、 f_n 前後の実部の極値を示す周波数の幅 Δf_n を数値的に探索し、 ω_n と ζ_n を次式で算定する。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_n &= \Delta f_n / 2f_n \\ \omega_n &= 2\pi f_n / \sqrt{1 - \zeta_n^2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

この探索を解析周波数全域で行い、この周波数域に含まれるモードの総数 N および ω_n と ζ_n ($n=1 \sim N$)を決定する。

次に、式(6)の留数 a_n 、 b_n （および b_0 ）を次式の評価関数 H のもとで最小自乗近似法で算定する。

$$H = \int_0^{\omega_s} \left[\{ \text{Real}(W(j\omega)) \}^2 + \{ \text{Imag}(W(j\omega)) \}^2 \right] d\omega \quad (8)$$

ここで、

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{G^*(s) - G(s)}{G(s)} \\ &= \frac{G(0)}{G(s)} - 1 + \sum_{n=1}^N \frac{s \{ a_n - b_n (s + 2\zeta_n \omega_n) / \omega_n^2 \}}{G(s) (s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2)} \end{aligned} \quad (9)$$

である。

[6] 時間応答の計算 $G(s)$ のインパルス応答を $g(t)$ とし、計算時間間隔を Δt とすると、出力の時間応答 $y(t)$ は数値たたま込み積分の形で次式のように近似できる。

$$\begin{aligned} y(t + \Delta t) &= \int_0^{t+\Delta t} g(t + \Delta t - \tau) \cdot x(\tau) \cdot d\tau \\ &= \int_0^t g(t + \Delta t - \tau) \cdot x(\tau) \cdot d\tau + \int_t^{t+\Delta t} g(t + \Delta t - \tau) \cdot x(\tau) \cdot d\tau \\ &\cong \int_0^t g(t + \Delta t - \tau) \cdot x(\tau) \cdot d\tau + g\left(\frac{\Delta t}{2}\right) \frac{\Delta t}{2} \{x(t + \Delta t) + x(t)\} \end{aligned} \quad (10)$$

さらに、本研究で対象にする $G(s)$ が二次遅れ要素の有限和のみ $[G^*(s)]$ で近似できる場合には、 $G^*(s)$ の各要素のインパルス応答は全て $e^{\theta t}$ の形を有するので、式(10)は次のような漸化式の変形できる。

$$y(t + \Delta t) = h(t) + h_0 x(t + \Delta t) \quad (11)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= b_0 + \sum_{n=1}^N (\beta_{c,n} \gamma_{c,n} + \beta_{s,n} \gamma_{s,n}) \\ \bar{x} &= \{x(t - \Delta t) + x(t)\} / 2 \\ y_{c,n}(t) &= \alpha_{c,n} y_{c,n}(t - \Delta t) - \alpha_{s,n} y_{s,n}(t - \Delta t) + \beta_{c,n} \bar{x} \\ y_{s,n}(t) &= \alpha_{s,n} y_{c,n}(t - \Delta t) + \alpha_{c,n} y_{s,n}(t - \Delta t) + \beta_{s,n} \bar{x} \\ h(t) &= \sum_{n=1}^N \gamma_{c,n} \{ \alpha_{c,n} y_{c,n}(t) - \alpha_{s,n} y_{s,n}(t) + \beta_{c,n} x(t) \} \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \gamma_{s,n} \{ \alpha_{s,n} y_{c,n}(t) + \alpha_{c,n} y_{s,n}(t) + \beta_{s,n} x(t) \} \end{aligned} \right\}$$

(12)

であり、 $\alpha \sim \gamma$ は式(6)のモード近似の諸係数と Δt から成る次式の定数である。

$$\left. \begin{aligned} \Omega_n &= \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \\ \alpha_{c,n} &= \exp(-\zeta_n \omega_n \Delta t) \cos(\Omega_n \Delta t) \\ \beta_{c,n} &= \exp(-\zeta_n \omega_n \Delta t / 2) \cos(\Omega_n \Delta t / 2) \Delta t / 2 \\ \gamma_{c,n} &= a_n \\ \alpha_{s,n} &= \exp(-\zeta_n \omega_n \Delta t) \sin(\Omega_n \Delta t) \\ \beta_{s,n} &= \exp(-\zeta_n \omega_n \Delta t / 2) \sin(\Omega_n \Delta t / 2) \Delta t / 2 \\ \gamma_{s,n} &= (b_n - a_n \zeta_n \omega_n) / \Omega_n \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

以上のように、SMA法による流体過渡現象の計算は、式(6)のモード近似式の諸係数が決定すれば、式(11)に示すように、入力変数に対する簡単な漸化式形の代数計算で行うことができる。

4. SMA法の有効性の検証

SMA法のシミュレーション精度を検討するために、系の周波数応答の厳密解が自明で、かつ流体過渡現象が特性曲線法で計算可能な幾つかの試験用複合管路系を想定して、SMA法によるシミュレーション結果と比較した。想定した複合管路系の各管路要素を、剛体壁円管とし、管内流れを二次元非定常層流と仮定すると、式(3)の四端子周波数応答伝達行列の各要素は次式で算定できる。

$$\left. \begin{aligned} A_i &= \cosh \Gamma_i, B_i = Z_{ci} \sinh \Gamma_i, C_i = \sinh \Gamma_i / Z_{ci} \\ D_i &= A_i, \Gamma_i = (j\omega l_i / c) \sqrt{\xi_i(j\omega)}, Z_{ci} = Z_{0i} \sqrt{\xi_i(j\omega)}, \\ Z_{0i} &= \rho c / \pi r_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここで $\xi_i(j\omega)$ の算定には香川ら⁹⁾の近似式を用いた。

Fig. 4は、Fig. 1の系のSMA法によるシミュレーションと厳密解を比較した結果であり、出力/入力の因果律と境界条件はFig. 3(a), (b)の(i)と同じである。図から、系の周波数応答および流体過渡現象のSMA法によるシミュレーション精度はEMA法のそれに比べて著しく改善されていることがわかる。

次に、Fig. 5(a)~(c)に示す分岐や合流部を有する3種類の複合管路系(No. 1~No. 3と記す)についてSMA法によるシミュレーションを試みた。各管路系の下流終端はいずれも閉鎖端 $[q_i(t) = 0]$ であり、上流端にステップ状の圧力変動 $[p_0(t)]$ が作用する場合の流体過渡現象を検討した。使用した各系の諸元は次のようである。 $c = 1350 \text{ m/s}$, $v = 50 \text{ mm}^3/\text{s}$, $\rho = 867 \text{ kg/m}^3$, $l_1 = 1.6 \text{ m}$, $l_2 = 2.1 \text{ m}$, $l_3 = 0.5 \text{ m}$, $r_1 = 9.2 \text{ mm}$, $r_2 = 3.9 \text{ mm}$, $r_3 = 7.5 \text{ mm}$ は共通。No. 2では、 $l_4 = 1.1 \text{ m}$, $l_5 = 2.0 \text{ m}$, $r_4 = 9.2 \text{ mm}$, $r_5 = 3.9 \text{ mm}$ 。No. 3では、 $l_4 = 1.5 \text{ m}$, $l_5 = 1.2 \text{ m}$, $r_4 = 3.9 \text{ mm}$, $r_5 = 9.2 \text{ mm}$ 。ただし、各管路要素の長さの比は、特性曲線法の計算において適切な格

Fig. 4 Comparison between exact solutions and SMA simulations for pseudo-compound pipeline system shown in Fig. 1 ($I = 5$)

Fig. 5 Compound pipeline systems used for analysis

子分割ができるように選んだ。

Fig. 6~Fig. 8は、複合管路系No. 1~No. 3の系内の圧力(Fig. 5中のそれぞれの系に示す圧力 p_A , p_B および p_i)の周波数応答および時間応答の厳密解とSMA法によるシミュレーションを比較した結果である。図(a)の周波数応答の結果から、SMA法は、モード間の連成がきわめて強く振幅のピークが明瞭に現れない一部の振動モードを除き、解析対象の広い周波数域にわたって、極めて良好な近似を示すことがわかる。また、図(b)の時間応答の結果から、このような不明瞭な振動モードの時間応答波形に及ぼす影響は少なく、SMA法は多様な複合管路系の流体過渡現象を高精度でシミュレーションできることがわかる。

最後に、試験用の油圧複合管路系に発生する流体過渡現象に対して、実測値とSMA法によるシミュレーションの比較検討を行った。実験で使用した複合管路系は、Fig. 5のNo. 1~No. 3と同じ構成で、各管路要素の寸法もほぼ同一であるが、これらに圧力測定用ブロック部や管継手部も全て管路要素として追加されているものである(各部の寸

Fig. 6 Comparison between exact solutions and SMA simulations for compound pipeline system No. 1

Fig. 7 Comparison between exact solutions and SMA simulations for compound pipeline system No. 2

Fig. 8 Comparison between exact solutions and SMA simulations for compound pipeline system No. 3

法の詳細は省略する)。管路系の上流には、圧力調整用のリリーフ弁、一定圧力源用のアキュムレータおよび流体過渡を生起させる切換弁を装着した。実験は、初期に供試管

路系内を約1.5～2 MPaに加圧して切換弁を閉じ、アキュムレータ内を約4～4.5 MPaに加圧した後、切換弁を急開放して行った。このときの、系内各位置の圧力 p_0 、 p_A 、 p_B および p_C を半導体圧力変換器で検出した。なお、シミュレーションの入力変数には実測した $p_0(t)$ の値〔と各下流終端での $q_i(t) = 0$ 〕を使用した。Fig. 9(a)～(c)は、各複合管路系の圧力の時間波形の実測値とSMA法によるシミュレーションを比較した結果である。複雑な回路構造にもかかわらず、両者は極めて良く一致している。これより、本提案のSMA法の有効性は実験によっても検証することができた。なお、ここでの数値計算はPentium II (450MHz)搭載の汎用パーソナルコンピュータでフォートランを使用して実行したものであるが、3章に記したステップ [1]～[6] までの計算時間は、Fig. 9の例では、それぞれ僅か2～3秒という短さであった。

5. 結 論

本研究は複合管路系の流体過渡現象を高速・高精度に予測できしかも利便性の高いシミュレーション法を新たに提案した。先ず、従来提案されている管路要素毎にモード近似するシミュレーション法 (EMA法) は、複合管路系への適用に際しては、近似精度が本質的に著しく劣化することを明らかにした。この問題を解決するため、EMA法の発想から離れ、全管路要素と境界条件を考慮した系全体の出力/入力周波数応答関数を数値的にモード近似するシミュレーション法 (SMA法) を新たに考案した。

本報では、汎用的なSMA法を開発するための第一段階として、出力/入力の伝達関数が二次遅れ要素のモードのみで近似できる場合に考察を限定して、SMA法の基本原理と諸量の算出手順を説明した。次いで、分岐や合流を含む多数の管路要素で構成される3種類の複合管路系内流体過渡現象を対象に、本SMA法によるシミュレーション結果と特性曲線法による計算結果および試験用油圧複合管路系における実測結果との比較検討を行い、本開発のSMA法は精度の面でも利便性の面でも極めて有用性の高いものであることを検証した。最後に、本SMA法の計算過程は、複雑な複合管路系に対しても極めて簡単な規則的処理で実行することができるため、コンピュータでの会話型構築にも容易に適用できるものであることを付記しておく。

次報では、より一般的な境界条件を有する複合管路系内流体過渡現象に適用できる汎用的なSMA法について報告する予定である。

付 録

周波数応答関数 [式(4)および式(5)] の具体的算出過程をFig. 10の複合管路系を例にとって以下に示す。各管路要素の諸定数は、複数の管路要素が直列に接続されている部

Fig. 9 Comparison between experimental results and SMA simulations for pressure transients

分を一つのサブシステムと考え、サブシステム番号 l と各サブシステム内の管路要素の上流側からの順番 i を用いて、

(l, i) の添え字を付けて表し、各管路要素の上流側変数には $(l, i-1)$ を、下流側変数には (l, i) の添え字を付けて表す。周波数領域での系の諸変数の関係式は行列式形式で式(15)のように表せる(記載のない行列要素は零を表す)。ここで、破線枠で囲まれた部分はそれぞれの管路要素の伝達特性 [式(3)] を、実線の区分はサブシステムの区分を、最下部3行は分岐点での連続の式と圧力同値の条件式を示している。式(15)の行列式中の入力変数とする列を右辺に移行すれば、系の周波数応答全体行列式 [式(4)] を式(16)のように得ることができる。各未知変数を $Y_j (j=1\sim 17)$ 、入力変数を $X_k (k=1\sim 3)$ と記すと、式(17)で表される各未知変数の周波数応答関数 $G_{j,k}$ [式(5)] は式(16)からガウス・ヨルダン法により簡単に求められる。

Fig. 10 Compound pipeline system taken as an example

参考文献

- 1) Wylie, E.B. and Streeter, V.L.: Fluid Transients, 205, McGraw-Hill (1978)
- 2) Hullender, D.A. and Healey, A.J.: Rational polynomial approximations for fluid transmission line models, Fluid Transmission Line Dynamics, Special Publication for the ASME Winter Annual Meeting, Washington D.C., 33/55 (1981)
- 3) Hsue, C.Y. and Hullender, D.A.: Modal approximations for the fluid dynamics of hydraulic and pneumatic transmission lines, Fluid Transmission Line Dynamics, Special Publication for the ASME Winter Annual Meeting, Boston, Massachusetts, 51/77 (1983)
- 4) Zhao, T., Peng G. and Xu Y.: A study on basic methods of time domain simulation of fluid transmission lines, First JHPS International Symposium on Fluid Power Tokyo, 61/66 (1989)
- 5) Yang, Y.C. and Tobler, W.E.: Dissipative modal approximation of fluid transmission lines using linear

$$\begin{bmatrix}
 -1 & A_{1,1} & B_{1,1} & & & & \\
 & -1 & C_{1,1} & D_{1,1} & & & \\
 & & -1 & A_{1,2} & B_{1,2} & & \\
 & & & -1 & C_{1,2} & D_{1,2} & \\
 & & & & -1 & A_{1,3} & B_{1,3} \\
 & & & & & -1 & C_{1,3} & D_{1,3} \\
 & & & & & & -1 & A_{2,1} & B_{2,1} \\
 & & & & & & & -1 & C_{2,1} & D_{2,1} \\
 & & & & & & & & -1 & A_{2,2} & B_{2,2} \\
 & & & & & & & & & -1 & C_{2,2} & D_{2,2} \\
 & & & & & & & & & & -1 & A_{3,1} & B_{3,1} \\
 & & & & & & & & & & & -1 & C_{3,1} & D_{3,1} \\
 & & & & & & & & & & & & -1 & A_{3,2} & B_{3,2} \\
 & & & & & & & & & & & & & -1 & C_{3,2} & D_{3,2} \\
 & & & & & & & & & & & & & & 1 & -1 \\
 & & & & & & & & & & & & & & 1 & -1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 R_{1,0} \\
 Q_{1,0} \\
 R_{1,1} \\
 Q_{1,1} \\
 R_{1,2} \\
 Q_{1,2} \\
 R_{1,3} \\
 Q_{1,3} \\
 R_{2,0} \\
 Q_{2,0} \\
 R_{2,1} \\
 Q_{2,1} \\
 R_{2,2} \\
 Q_{2,2} \\
 R_{3,0} \\
 Q_{3,0} \\
 R_{3,1} \\
 Q_{3,1} \\
 R_{3,2} \\
 Q_{3,2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix}
 -1 & A_{1,1} & B_{1,1} & & & & \\
 & -1 & C_{1,1} & D_{1,1} & & & \\
 & & -1 & A_{1,2} & B_{1,2} & & \\
 & & & -1 & C_{1,2} & D_{1,2} & \\
 & & & & -1 & A_{1,3} & B_{1,3} \\
 & & & & & -1 & C_{1,3} & D_{1,3} \\
 & & & & & & -1 & A_{2,1} & B_{2,1} \\
 & & & & & & & -1 & C_{2,1} & D_{2,1} \\
 & & & & & & & & -1 & A_{2,2} & B_{2,2} \\
 & & & & & & & & & -1 & C_{2,2} & D_{2,2} \\
 & & & & & & & & & & -1 & A_{3,1} & B_{3,1} \\
 & & & & & & & & & & & -1 & C_{3,1} & D_{3,1} \\
 & & & & & & & & & & & & -1 & A_{3,2} & B_{3,2} \\
 & & & & & & & & & & & & & -1 & C_{3,2} & D_{3,2} \\
 & & & & & & & & & & & & & & 1 & -1 \\
 & & & & & & & & & & & & & & 1 & -1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 Q_{1,0} \\
 R_{1,1} \\
 Q_{1,1} \\
 R_{1,2} \\
 Q_{1,2} \\
 R_{1,3} \\
 Q_{1,3} \\
 R_{2,0} \\
 Q_{2,0} \\
 R_{2,1} \\
 Q_{2,1} \\
 R_{2,2} \\
 Q_{2,2} \\
 R_{3,0} \\
 Q_{3,0} \\
 R_{3,1} \\
 Q_{3,1} \\
 R_{3,2} \\
 Q_{3,2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 1 \\
 -B_{1,2} \\
 -D_{1,2} \\
 -B_{3,2} \\
 -D_{3,2}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 R_{1,0} \\
 Q_{1,2} \\
 Q_{3,2}
 \end{bmatrix}
 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix}
 1 & & & & \\
 & 1 & & & \\
 & & \ddots & & \\
 & & & 1 & \\
 & & & & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 Y_1 \\
 Y_2 \\
 \vdots \\
 Y_j \\
 \vdots \\
 Y_{17}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} \\
 G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 G_{j,1} & G_{j,2} & G_{j,3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 G_{17,1} & G_{17,2} & G_{17,3}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 X_1 \\
 X_2 \\
 X_3
 \end{bmatrix}
 \quad (17)$$

- friction model, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 113, No. 1, 152/162 (1991)
- 6) 武藤高義, 粥川浩宣, 加藤弘毅: 油圧管路系の動特性シミュレーションにおける高速演算化の一手法について, 日本機械学会論文集 (C編), 59-568, 3773/3777 (1993)
- 7) 真田一志, 北川能: 最適化交互格子系を用いた管路動特性の有限要素モデル, 日本機械学会論文集 (C編), 60-578, 3314/3321 (1994)
- 8) Brown, F.T: The transient response of fluid lines, Trans. ASME, J. Basic Engng., Ser. D, 84-4, 547/553 (1962)
- 9) 香川利春, 李一永, 北川能, 竹中俊夫: 特性曲線法における非定常層流圧力損失の高速高精度計算法, 日本機械学会論文集 (B編), 49-447, 2638/2644 (1983)