【報告論文】

乳製品需要の財集計に関する研究

—POS データを用いた弱分離可能性のノンパラメトリック検定—

東洋大学 佐藤 秀保

A Study of the Aggregation of Dairy Product Demand:
Nonparametric Tests for Weak Separability Using POS Data

Toyo University Hideyasu SATO

It is common to aggregate goods in the empirical analysis of demand. However, there must be a utility function that can be rationalized for the respective data. In this study, we apply a non-parametric test devised by Varian (1983) to a weakly separable utility function. Applying the test to dairy POS data, we obtain results indicating the need to reject their aggregation into representative goods categories, as in previous studies. On the other hand, by introducing the Afriat efficiency index, we infer that the goodness-of-fit of the GARP test is significant. Therefore, although the validity of aggregation is not supported, the degree of aggregation error may not be significant.

Keywords: aggregation, nonparametric test, POS data, revealed preference, weak separability

1. はじめに

食料需要の実証分析では、個別製品の需要量・価格データを集計し、その集計財の需要量・価格を用いることが一般的である。その主な理由は、多重共線性などの推定上の問題を回避することに加え、そもそも研究者の利用可能なデータが集計財に関するものに限られている場合もある。しかしいずれの理由にしろ、集計データを合理化するような well-behaved な効用関数が存在しなければ、特定の財集計に基づく需要分析結果はバイアスを伴う (Lewbel, 1996: p.524; Reed et al., 2005: p.28)。

このような効用関数の存在の有無は主に、①一般化合成財定理 (GCCT ; Generalized CCT) についての検定、②効用関数の弱分離可能性の検定のいずれかの方法で検証される。①の GCCT は集計財・個別財の対数価格比率が集計財対数価格から独立であることを要求するものであり、Lewbel (1996) によりその定理が示されて以降、特に農業経済学の研究領域で世界的に研究が盛んである (註 1)。日本国内を対象とした研究では、佐藤 (2019) が

乳製品 POS (Point of Sale) データを用いて、代表的な財カテゴリ (チーズ、バター、クリーム、アイスクリーム、ヨーグルト、練りミルク、育児用粉ミルク、および乳酸菌飲料) への集計を統計的に棄却している。

②の方法は、選好に制約を課すという点で①の方法とは異なる。特に、顕示選好の一般化公準 (GARP ; Generalized Axiom of Revealed Preference) のノンパラメトリック検定による検証は、Afriat (1967)、Diewert (1973)、Varian (1982, 1983) の研究を起点に、現在に至るまで盛んに採用されている検証方法である (註 2)。

しかし、①、②のいずれの方法で検証を行うにしろ各々の結果が同一となる保証はないため、いずれか一方の方法により得られた結論を絶対視することは誤った結論を導く危険性がある。本研究では、佐藤 (2019) と同一のデータ、財カテゴリを用いることで、②の方法により財集計の検証を行い、①の方法による佐藤 (2019) の分析結果との比較を行う。財集計に関して①と②の両方法を比較可能なかたちで検証する試みは本稿が初であり、これによりそれらの検定結果の頑健性について

て客観的な情報を得ることが本稿の目的である。

本稿は、5つのセクションから構成される。第2節は分析の枠組みについてである。Diewert and Parkan (1985)に基づき財集計の妥当性を検証するための理論的な条件を確認し、その条件の検定方法として Varian (1983)のアルゴリズムを援用することを述べる。第3節は使用する POS データについてであり、続く第4節では分析結果について記す。最後の第5節は本稿の結論と残された課題についてである。

2. 分析の枠組み

1) 選好の弱分離可能性 (Diewert and Parkan, 1985)

時点 $t \in T$ における財価格・需要量ベクトルをそれぞれ $\mathbf{p}_t, \mathbf{x}_t$ とし、それらを $h = 1, 2, \dots, H$ の財カテゴリへ分割したデータセットを $D = \{\mathbf{p}_t^1, \dots, \mathbf{p}_t^H; \mathbf{x}_t^1, \dots, \mathbf{x}_t^H\}_{t \in T}$ と表す。このとき、以下の(1)式を満たす well-behaved なマクロ効用関数 u 、部分効用関数 $v_h, h = 1, 2, \dots, H$ が存在することは、 $h = 1, 2, \dots, H$ の財集計においてデータが合理化可能であることを意味し、「選好は弱分離可能である」という(註3)。

$$\begin{aligned} & (\mathbf{x}_t^1, \dots, \mathbf{x}_t^H) \\ & \in \arg \max_{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^H} u(v_1(\mathbf{x}^1), \dots, v_H(\mathbf{x}^H)) \\ & \text{s.t. } \sum_{h=1}^H \mathbf{p}_t^h \mathbf{x}^h \leq \sum_{h=1}^H \mathbf{p}_t^h \mathbf{x}_t^h. \end{aligned} \quad (1)$$

Afriat (1967)、Diewert (1973)、Varian (1982, 1983)、および Diewert and Parkan (1985)の一連の研究から選好の弱分離可能性は、以下の(A)～(C)のすべてが満たされることと同値であることが示されている。

- (A) $\{\mathbf{p}_t^1, \dots, \mathbf{p}_t^H; \mathbf{x}_t^1, \dots, \mathbf{x}_t^H\}_{t \in T}$ が GARP を満たすこと
- (B) $\{\mathbf{p}_t^h; \mathbf{x}_t^h\}_{t \in T}$ が財カテゴリのそれぞれ ($h = 1, \dots, H$) で GARP を満たすこと
- (C) 集計データ $\{1/\mu_t^1, \dots, 1/\mu_t^H; V_t^1, \dots, V_t^H\}_{t \in T}$ が GARP を満たすこと

ただし、 $1/\mu_t^h, V_t^h$ はそれぞれ集計された財カテゴリにおける価格指数、数量指数である(註4)。

所与のデータ $\{\mathbf{p}_t; \mathbf{x}_t\}_{t \in T}$ が GARP を満たすとは、すなわち以下の(2)式が満たされることと定義される。

$$\begin{aligned} & \mathbf{p}_t \mathbf{x}_t \geq \mathbf{p}_t \mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{p}_{s_1} \mathbf{x}_{s_1} \geq \mathbf{p}_{s_1} \mathbf{x}_{s_2}, \dots, \mathbf{p}_{s_k} \mathbf{x}_{s_k} \\ & \geq \mathbf{p}_{s_k} \mathbf{x}_s \text{ for some } \{\mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{x}_{s_2}, \dots, \mathbf{x}_{s_k}\} \\ & \Rightarrow \mathbf{p}_s \mathbf{x}_s \leq \mathbf{p}_s \mathbf{x}_t. \end{aligned} \quad (2)$$

本稿では、佐藤 (2019) にしたがって乳製品を代表的な財カテゴリに分割し、上述の(A)～(C)の GARP の検定を行うことで、財集計の妥当性を検証する。検定の手順は次項の Varian (1983)のアルゴリズムに基づき行われる。

2) GARP の検定手順 (Varian, 1983)

Varian (1983)のアルゴリズムを用いたノンパラメトリック検定により GARP 検定を行う。検定手順は既述のように(A)集計前データセットについて GARP 検定、(B)財カテゴリごとのデータセットについて GARP 検定、(C)集計データセットについて GARP 検定、をそれぞれ行うという(A)→(B)→(C)の手順を踏む。このとき、(A)の時点で GARP 検定をパスしなければ、いかなる集計によってもデータは合理化可能でない。(A)において GARP 検定をパスしたとしても、(B)において GARP 検定をパスしなければ、採用したデータの集計方法によってデータを合理化可能な効用関数は存在しない。データを合理化可能な効用関数が存在するためには(A)→(B)→(C)のいずれの段階においても GARP 検定をパスする必要がある。GARP の検定には統計ソフトウェア R のパッケージ revealedPrefs (Boelaert, 2019) を使用する。(A)～(C)のそれぞれの段階(データセット)において Floyd-Warshall のアルゴリズムにより(2)式が満たされているかを確認する(註5)。

ところで、データを集計するためには価格・需要量について指数を作成する必要がある。結果の比較対象である佐藤 (2019) では物価指数としてトルンクビスト型を採用しているが、本研究ではそれに加え、代表的な物価指数であるラスパイレ

ス、パーシェ、フィッシャー型を用いた場合についても検証し、指数算式の相違による結果の頑健性を確認する。

3) Afriat 効率性指数の導入

効用関数の弱分離可能性のノンパラメトリック検定は、効用関数形の特定化の誤りを回避できるというメリットがある。一方で、GARP を満たすか否かの二者択一の結果が得られ、GARP をどの程度満たすかという評価はできない。以上の問題を克服するために、(3) 式を満たす $e \in (0,1]$ について最大のもの ($e = e^*$) を Afriat 効率性指数 (AEI; Afriat Efficiency Index) とし、GARP の Goodness-of-fit の指標として導入する (Afriat, 1973; Varian, 1994)。

$$\begin{aligned} e \mathbf{p}_t \mathbf{x}_t &\geq \mathbf{p}_t \mathbf{x}_{s_1}, e \mathbf{p}_{s_1} \mathbf{x}_{s_1} \\ &\geq \mathbf{p}_{s_1} \mathbf{x}_{s_2}, \dots, e \mathbf{p}_{s_k} \mathbf{x}_{s_k} \\ &\geq \mathbf{p}_{s_k} \mathbf{x}_s \text{ for some } \{\mathbf{x}_{s_1}, \mathbf{x}_{s_2}, \dots, \mathbf{x}_{s_k}\} \\ \Rightarrow e \mathbf{p}_s \mathbf{x}_s &\leq \mathbf{p}_s \mathbf{x}_t. \end{aligned} \quad (3)$$

$e = 1$ のときは通常の GARP の不等式に等しく、 $1 - e$ は消費者の最適化エラーにより浪費される支出割合として解釈される。 $e = 1$ として GARP が満たされなかった場合は e のレベルを下げた上で再度 GARP 検定を行い、データセットが合理化可能となる水準までこの操作を繰り返す。GARP 検定をパスする最大の効率性レベル e (AEI) を得ることで消費者の最適化エラーの程度を確認する。

3. データ

佐藤 (2019) で用いられているデータと同一の乳製品 POS データを用いる。株式会社インテージの全国小売店パネル調査 SRI (Shakaichosa-kenkyusho Retail Index) であり、スーパーなどの全国約 4,000 店舗における食料の店舗別・商品別販売額・数量を含む。

本研究ではそのうち、佐藤 (2019) と同様にチーズ、バター、クリーム、アイスクリーム、ヨーグルト、練りミルク、脱脂粉乳、育児用粉ミルク、乳酸菌飲料について 2006 年 1 月最初の週から

2016 年 3 月最終週までの週次データ (535 週分) を用いる。同一製品の店舗間での販売額・数量は全国レベルに足し合わせ、個別財の価格は販売額を販売数量で除すことで得られる (註 6)。ただし、物価指数は既述のようにトルンクビスト、ラスパイレス、パーシェ、フィッシャー型の 4 つについて作成し、それぞれの指数算式によって集計されたデータに対し検定を行う。

4. 分析結果

まず、(A) 集計前のデータは GARP を満たさなかった。この時点で使用データを合理化する well-behaved な効用関数は存在しないこととなる。一方の AEI の値は約 0.9867 であり、これは消費主体の最適化エラーにより浪費された支出額が約 1.33%であることを意味する。

次に、(B) 財カテゴリ別の個別財データについて、GARP を満たすものはなかった。乳製品の代表的な財カテゴリを 2 パターン (I : 9 分類、II : 16 分類) 設定し、それぞれの AEI を表 1、表 2 にまとめる。GARP 検定をパスする財カテゴリは確認されなかったが平均的な AEI はパターン I、II でそれぞれ約 0.9833, 0.9837 であり最適化エラーの程度は 1.67%, 1.63%程度である。

最後に、(C) 集計財データについても特定の物価・数量指数の下で GARP を満たさなかった。ラスパイレス型、パーシェ型、およびフィッシャー型物価指数の下、GARP の検定を行った結果をパターン I、II ごとに表 3 にまとめる。最適化エラーの程度は 2.02~2.68%であり、(A), (B) に比較するとやや大きめではあるが、本研究で使用したデータについて少なくとも GARP 検定の AEI は総じて 97~99%程度であることが確認される。

5. 結論と残された課題

以上の結果から、佐藤 (2019) と同様に代表的な乳製品の財カテゴリへの集計は需要理論と整合的ではない。この結果は、指数算式の相違によらずに頑健である。一方で AEI の算出結果からは、最適化エラーの程度は数パーセントの範囲内にと

どまることが明らかとなった。このことから、厳密には需要理論と整合的な財集計は支持されないものの、その影響の大きさは必ずしも甚大ではないと推察される。したがって、集計エラーに起因する需要推定へのバイアスの大きさを明らかにすることが主要な今後の課題の1つであろう。

本稿では一国レベルの代表的消費者を想定し限

られた財範囲での検証を行ったが、家計の消費行動を分析する観点からは家計支出のデータを用いて検証することが望ましい。網羅的に支出項目をカバーし、且つ家計の異質性を捕捉するような情報を含むマイクロデータを用いた研究が今後の課題である。

表 1 パターンⅠについて GARP 検定の結果

パターンⅠのカテゴリ名	個別財の数	AEI
バター	16	0.9971
チーズ	4	0.9954
アイスクリーム	63	0.9693
ヨーグルト（ヨーグルトデザート含）	42	0.9880
育児用粉ミルク	4	0.9873
クリーム	33	0.9797
スキムミルク	1	-
練りミルク	6	0.9798
乳酸菌飲料	23	0.9697

出所）筆者による検定結果。

- 1) 個別財の個数が1の場合、GARP 検定は意味をなさないため AEI は「-」と表記している。

表 2 パターンⅡについて GARP 検定の結果

パターンⅡのカテゴリ名	個別財の数	AEI
バター	16	0.9971
プロセスチーズ	6	0.9951
ナチュラルチーズ	37	0.9952
その他チーズ	1	-
アイスクリーム	63	0.9693
ヨーグルトデザート	1	-
育児用粉ミルク	4	0.9873
インスタントクリーム	6	0.9862
フレッシュクリーム	13	0.9936
ホイップクリーム	14	0.9929
スキムミルク	1	-
練りミルク	6	0.9797
ヨーグルト（ハード）	9	0.9526
ヨーグルト（ソフト）	18	0.9942
ヨーグルト（その他）	15	0.9749
乳酸菌飲料	23	0.9697

出所）筆者による検定結果。

- 1) 個別財の個数が1の場合、GARP 検定は意味をなさないため AEI は「-」と表記している。

表 3 集計データについて GARP 検定による AEI

物価指数\財分類パターン	パターン I	パターン II
フィッシャー型	0.9781	0.9791
ラスパイレス型	0.9798	0.9780
パーシェ型	0.9734	0.9732
トルンクビスト型	0.9794	0.9792

出所) 筆者による検定結果。

(註 1) 食料品・農産物を対象に GCCT の検定を行った研究として、Davis et al. (2000) はアメリカ、メキシコの年次データを用いて 68 の財カテゴリを穀物と畜産の 2 つへ分類することを支持する結果を得ている。また、Reed et al. (2005) はアメリカの四半期データから 19 の財カテゴリを穀物、肉類、乳製品、果実・野菜、その他食品の 5 つへ分類することを支持する結果を得ている。近年は対象とする財を絞った検証が主流であり、Xie and Myrland (2011)、Schulz et al. (2012)、Heng et al. (2018) はそれぞれサーモン、牛ひき肉、飲料を対象に高いレベルでの集計を支持する結果を得ている。しかし、これらの研究はいずれも個別財をある一定水準に集計した財グループがさらに高レベルに集計可能かを検証するものであり、製品レベルのデータを用いているわけではない。

(註 2) Famulari (1995) は初めて家計のマイクロデータを用いて GARP の検定を行い、9 つの財カテゴリの下、異なる人口統計学的特徴をもつ家計の間では消費行動が GARP に違反する傾向にあることを示した。最近では、Crawford and Pendakur (2013) がデンマークの 500 の家計を対象とした場合に、6 種類の牛乳に対する購買行動において、4～5 の効用関数形でデータが合理化可能であることを示している。本稿では一国レベルの代表的消費者を想定し GARP を検定するため、検定が棄却された場合は家計の異質性の重要性を主張する上述の先行研究と整合的な結果が得られたと解釈される。

(註 3) well-behaved な効用関数とは単調性、連続性および凹性を満たす効用関数を指す。なお、Diewert and Parkan (1985), pp.133-142 では、マクロ効用関数の引数として $h = 1, \dots, H$ の部分効用関数と、それに加えて 1 つの非集計な財ベクターがとられているた

め、厳密には (1) 式は Diewert and Parkan (1985) の特殊ケースである。データの利用可能性と計算負荷の観点から、対象としていない財に対する弱分離可能性を暗に仮定している点に留意されたい。

(註 4) V_t^h, μ_t^h はそれぞれ時点 t における財カテゴリ h の部分効用水準、予算の限界部分効用水準であり、Afriat 数とよばれる。

(註 5) Floyd-Warshall 法は最短経路問題を $O(n^3)$ の計算量で解くアルゴリズムである。まず、各期に対する直接的な顕示選好関係を確認し、その結果を隣接行列 M の元 $(m_{i,j})$ として保存する。もし直接的な顕示選好関係が認められるのであれば $m_{i,j} = 1$ 、そうでないならば $m_{i,j} = 0$ とする。これらの元に対応した費用関数 $c_{i,j}$ を、 $m_{i,j} = 1 \Rightarrow c_{i,j} = 1$, $m_{i,j} = 0 \Rightarrow c_{i,j} = \infty$ と定義する。頂点 i から j への移動について費用が最小となるようなパスを見つけることで顕示選好の推移的閉包を確認することが可能となる。Varian (1982), pp. 948-949, 970-972 を参照のこと。

(註 6) あらかじめ、週次レベルでの時間単位の集計、および全国レベルでの家計単位の集計がなされているため、仮に GARP の違反が確認されたとしてもそれが以上の集計に起因するものなのか財集計の範囲に起因するものなのかを識別することは難しい。しかし、製品レベルのデータを用いていることからこれ以上の非集計データを用いると欠損値の観測が著しくなるという困難性を理由に全国レベルの集計を行っている。

[付記]

本研究は JSPS 科研費 19H01467 の助成を受けたものである。

参考文献

- Afriat, S. N. (1967) The Construction of a Utility Function from Expenditure Data, *International Economic Review* 8(1): 67-77. <https://doi.org/10.2307/2525382>.
- Afriat, S. N. (1973) On a System of Inequalities in Demand Analysis: An Extension of the Classical Method, *International Economic Review* 14(2): 460-472. <https://doi.org/10.2307/2525934>.
- Boelaert, J. (2019) revealedPrefs: Revealed Preferences and Microeconomic Rationality, R package version 0.4.1.
- Crawford, I and Pendakur, K. (2013) How Many Types Are There?, *Economic Journal* 123(567): 77-95. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2012.02545.x>.
- Davis, G. C., N. Lin, and C. R. Shumway (2000) Aggregation without Separability: Tests of the United States and Mexican Agricultural Production Data, *American Journal of Agricultural Economics* 82(1): 214-230. <https://doi.org/10.1111/0002-9092.00017>.
- Diewert, E. W. (1973) Afriat and Revealed Preference Theory, *Review of Economic Studies* 40(3): 419-425. <https://doi.org/10.2307/2296461>.
- Diewert, W. E. and Parkan, C. (1985) Tests for the Consistency of Consumer Data, *Journal of Econometrics* 30(1-2): 127-147. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(85\)90135-6](https://doi.org/10.1016/0304-4076(85)90135-6).
- Famulari, M. (1995) A Household-Based, Nonparametric Test of Demand Theory, *Review of Economics and Statistics* 77(2): 372-382. <https://doi.org/10.2307/2109872>.
- Heng, Y., L. A. House, and H. Kim (2018) The Competition of Beverage Products in Current Market: A Composite Demand Analysis, *Agricultural and Resource Economics Review* 47(1): 118-131. <https://doi.org/10.1017/age.2017.10>.
- Lewbel, A. (1996) Aggregation Without Separability: A Generalized Composite Commodity Theorem, *American Economic Review* 86(3): 524-543. [https://doi.org/10.1016/S0165-1765\(00\)00400-6](https://doi.org/10.1016/S0165-1765(00)00400-6).
- Reed, A. J., J. W. Levedahl, and C. Hallahan (2005) The Generalized Composite Commodity Theorem and Food Demand Estimation, *American Journal of Agricultural Economics* 87(1): 28-37. <https://doi.org/10.1111/j.0002-9092.2005.00699.x>.
- 佐藤秀保 (2019) 「一般化合成財定理の検証－乳製品 POS データを用いた計量経済分析－」『農業経済研究』91(3): 368-373. <https://doi.org/10.11472/nokei.91.368>.
- Schulz, L. L., T. C. Schroeder, and T. Xiac (2012) Studying Composite Demand Using Scanner Data: The Case of Ground Beef in the US, *Agricultural Economics* 43(s1): 49-57. <https://doi.org/10.1111/j.1574-0862.2012.00619.x>.
- Varian, H. R. (1982) The Nonparametric Approach to Demand Analysis, *Econometrica* 50(4): 945-973. <https://doi.org/10.2307/1912771>.
- Varian, H. R. (1983) Non-Parametric Tests of Consumer Behaviour, *Review of Economic Studies* 50(1): 99-110. <https://doi.org/10.2307/2296957>.
- Varian, H. R. (1994) Goodness-of-Fit for Revealed Preference Tests, *Econometrica* 9401001, University Library of Munich, Germany. <https://econwp.ub.uni-muenchen.de/econ-wp/em/papers/9401/9401001.pdf>.
- Xie, J. and Ø. Myrland (2011) Consistent Aggregation in Fish Demand: A Study of French Salmon Demand, *Marine Resource Economics* 26: 267-280. <https://doi.org/10.5950/0738-1360-26.4.267>.